Baudynamik
Musterlösung Altklausur SoSe 2015

Aufgabe 1: gedämpfter Einmassenschwinger

a) Bewegungsgleichung und Eigenfrequenz

$$\Sigma M_A : \Theta_A \cdot \ddot{\varphi} = -F_c \cdot 5 - F_d \cdot 5 - M_{cd} + mg \cdot 3 \cdot \varphi$$
$$\ddot{\varphi} + \frac{25}{9}\frac{d}{m} \cdot \dot{\varphi} + \frac{25c + c_D - mg \cdot 3}{9m} \cdot \varphi = 0$$

$$\omega = 21{,}136\,1/\mathrm{s}$$

b) Dämpfungskonstante

$$2\delta = \frac{25}{9}\frac{d}{m} = 0,2315 \cdot d$$
$$ln\left(\frac{x(t)}{x(t+t^*)}\right) = \delta \cdot t^*$$
$$\delta = 4,295$$

$$d = \frac{2\delta \cdot 9 \cdot m}{25} = 18{,}554\,\mathrm{kN\,s/m}$$

c) Lösung der $\varphi(t)$ des Systems aus Anfangsbedingungen

$$\varphi(t) = [A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t)] \cdot e^{-\delta t}$$
$$\Rightarrow A = 0{,}25\,\mathrm{rad}$$
$$\Rightarrow B = 0{,}051\,\mathrm{rad}$$

d) Funktion der kinetischen Energie

$$E_{kin} = \Theta_A \cdot \dot{\varphi}^2 = 27000 \cdot \dot{\varphi}^2$$

Aufgabe 2: Einmassenschwinger aus Ersatzmodell

a) Ersatzfedersteifigkeit des Gesamtsystems

$$c_3 = \frac{24}{725}EI$$
$$c_4 = \frac{3}{20}EI$$

$$c^* = c_1^* + c_2^* = \left(\frac{4}{145} + \frac{1}{10}\right) \cdot EI = \frac{37}{290} \cdot EI$$

b) Eigenfrequenz des Systems

$$\omega = \sqrt{\frac{37}{290} \cdot \frac{EI}{m}}$$

Aufgabe 3: Steifigkeitsmatrix & Rayleigh-Verfagren

a) Flexibilitäts- und Steifigkeitsmatrix

$$\underline{\underline{\delta}} = \begin{bmatrix} 4,5 & 3,0938 \\ 3,0938 & 2,5313 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{EI}$$
$$\triangle = Det(\underline{\underline{\delta}}) = 1,8925$$

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 1,3914 & -1,701 \\ -1,701 & 2,4735 \end{bmatrix}$$
$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} 8000 & 0 \\ 0 & 8000 \end{bmatrix}$$

b) Rayleigh-Verfahren

$$w_1(x = 3{,}0\,\mathrm{m}) = 0,3125 \cdot \frac{ql^4}{24EI}$$
$$w_2(x = 4{,}5\,\mathrm{m}) = 0,2227 \cdot \frac{ql^4}{24EI}$$

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{\tilde{A}_1^T \cdot \underline{\underline{K}} \cdot \tilde{A}_1}{\tilde{A}_1^T \cdot \underline{\underline{M}} \cdot \tilde{A}_1} = 1110,134$$

$$\tilde{\omega} = 33{,}32\,1/\mathrm{s}$$

$$\tilde{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,7125 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Zweimassenschwinger

a) massennormierte Eigenvektoren A_{1M} und A_{2M}

$$A_{1M} = \begin{pmatrix} 3,644 \\ 1,164 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2} \qquad A_{2M} = \begin{pmatrix} 1,84 \\ -2,305 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}$$

b) 1. Orthogonalitätsbedingung

$$A_{1M} \cdot \underline{\underline{M}} \cdot A_{2M} \overset{!}{\approx} O$$

c) Bewegungsgleichungen

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 \cdot q_1 = A_{1M}^T \cdot F$$
$$\ddot{q}_2 + \omega_2^2 \cdot q_2 = A_{2M}^T \cdot F$$

d) Systemantwort für harmonische Erregung

$$\mathrm{w}_1 = 0,1456 \cdot \cos(\Omega t) - 0,1322 \cdot \cos(\omega_1 t) - 0,0054 \cdot \cos(\omega_2 t)$$
$$\mathrm{w}_2 = 0,0405 \cdot \cos(\Omega t) - 0,0422 \cdot \cos(\omega_1 t) + 0,0068 \cdot \cos(\omega_2 t)$$

Aufgabe 5: Rayleigh-Verfahren für kontinuierliche Systeme

a) erste genäherte Eigenfrequenz - Rayleigh

$$\tilde{\omega}_1 = 62,929\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}}$$

b) erste genäherte Eigenfrequenz - WGV

$$\omega_1 = 81,976\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}}$$

c) erste exakte Eigenfrequenz - analytisch

$$\omega_1 = 61,685\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}}$$