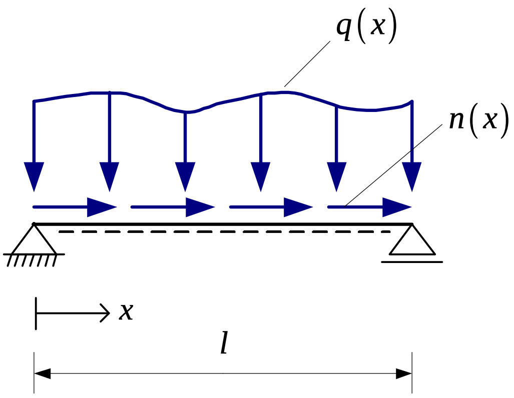
# Zusammenhang zwischen Belastung und Schnittgrößen

## Differentialgleichungen:




| | |
|---|---|
| $\frac{dN(x)}{dx} = -n(x)$ | Die Änderung der Normalkraft ist durch die negative horizontale Streckenlast gegeben. |
| $\frac{dQ(x)}{dx} = -q(x)$ | Die Änderung der Querkraft ist durch die negative vertikale Streckenlast gegeben. |
| $\frac{dM(x)}{dx} = Q(x)$ | Die Ableitung des Biegemomentes liefert die Querkraft. |
| $\frac{d^2M(x)}{dx^2} = -q(x)$ | Zweimaliges Ableiten des Biegemomentes liefert die negative vertikale Streckenlast. |

## Allgemeine Lösungen:

$$N(x) = -\int n(x)\, dx + C_1$$

$$Q(x) = -\int q(x)\, dx + C_2$$

$$M(x) = -\int\left[\int q(x)\, dx\right] dx + C_2 \cdot x + C_3$$

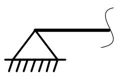
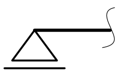
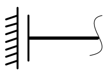
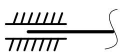
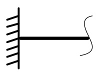
Die unbekannten Integrationskonstanten $C_i$ sind aus den Randbedingungen bzw. Übergangsbedingungen zu bestimmen.

In den folgenden beiden Tabellen sind die Zusammenhänge zwischen Belastung und Schnittgrößen für unterschiedliche $n(x)-$ und $q(x)-$Verläufe zusammengestellt:

| $n(x)$ | $N(x)$ |
|---|---|
| 0 | konstant |
| konstant | linear |
| linear | quadratisch |

| $q(x)$ | $Q(x)$ | $M(x)$ |
|---|---|---|
| 0 | konstant | linear |
| konstant | linear | quadratische Parabel |
| linear | quadratische Parabel | kubische Parabel |

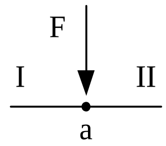
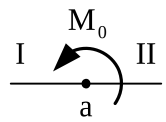
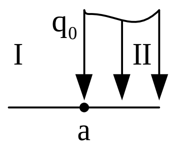
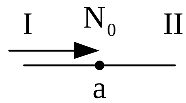
Randbedingungen für einige Lagerungsarten:

| Lager | $N(x)$ | $Q(x)$ | $M(x)$ |
|---|---|---|---|
|  | $\neq 0$ | $\neq 0$ | 0 |
|  | 0 | $\neq 0$ | 0 |
|  | $\neq 0$ | 0 | $\neq 0$ |
|  | 0 | $\neq 0$ | $\neq 0$ |
|  | $\neq 0$ | $\neq 0$ | $\neq 0$ |
|  | 0 | 0 | 0 |

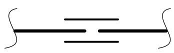
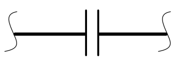
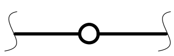
*Bemerkung:*

Nur die Null-Randbedingung (d.h. Schnittgrößen = 0) können zur Bestimmung der Integrationskonstanten verwendet werden.

## Übergangsbedingungen:

| Belastung | $Q(x)$ | $M(x)$ |
|---|---|---|
|   | $Q_{II}(a) = Q_I(a) - F$ Sprung | $M_{II}(a) = M_I(a)$ Knick |
|   | $Q_{II}(a) = Q_I(a)$ keine Änderung | $M_{II}(a) = M_I(a) - M_0$ Sprung |
|   | $Q_{II}(a) = Q_I(a)$ Knick | $M_{II}(a) = M_I(a)$ keine Änderung |
|   | $N_{II}(a) = N_I(a) - N_0$ Sprung | keine Änderung in Querkraft und Biegemoment |

Beim Gelenk bzw. Verbindungselement ohne Einzellasten sind die Schnittgrößen stetig. Daher braucht man keine zusätzliche Bereichseinteilung. Eine Gelenkbedingung ( $N = 0$, $Q = 0$ oder $M = 0$ ) muss aber bei der Bestimmung der Integrationskonstanten verwendet werden.

| Gelenk | $N(x)$ | $Q(x)$ | $M(x)$ |
|---|---|---|---|
|  | $0$ | $\neq 0$ | $\neq 0$ |
|  | $\neq 0$ | $0$ | $\neq 0$ |
|  | $\neq 0$ | $\neq 0$ | $0$ |