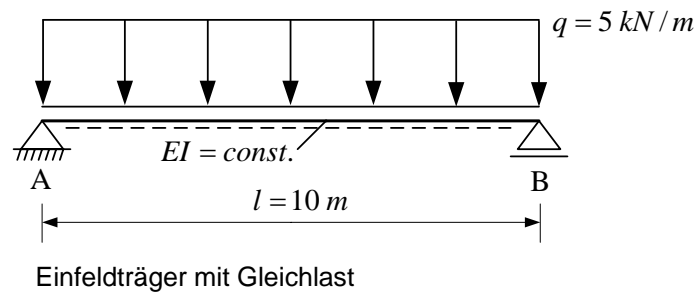


## Bestimmung der Krümmung am Einfeldträger mit Gleichlast



- Biegelinie

$$w(x) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{q \cdot l^4}{24} \cdot \left( \left( \frac{x}{l} \right)^4 - 2 \cdot \left( \frac{x}{l} \right)^3 + \left( \frac{x}{l} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{24} \frac{q \cdot l^4 \left( \frac{x^4}{l^4} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x}{l} \right)}{EI}$$

Durchbiegung in [m]

- Verdrehung

$$w'(x) = \frac{dw}{dx} = \frac{1}{24} \frac{q \cdot l^4 \left( \frac{4x^3}{l^4} - \frac{6x^2}{l^3} + \frac{1}{l} \right)}{EI}$$

Verdrehung in [rad]

- Biegemomentenverlauf

$$w''(x) = \frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{1}{24} \frac{q \cdot l^4 \left( \frac{12x^2}{l^4} - \frac{12x}{l^3} \right)}{EI}$$

$$M(x) = -EI \cdot w''(x) = -\frac{1}{24} q \cdot l^4 \left( \frac{12x^2}{l^4} - \frac{12x}{l^3} \right)$$

Biegemoment in [kNm]

- Krümmung einer Kurve (exakt)

$$\kappa_{B, \text{exakt}} = \frac{w''}{\left(1 + (w')^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{1}{24} \frac{q \cdot l^4 \left( \frac{12x^2}{l^4} - \frac{12x}{l^3} \right)}{EI \left( 1 + \frac{1}{576} \frac{q^2 \cdot l^8 \left( \frac{4x^3}{l^4} - \frac{6x^2}{l^3} + \frac{1}{l} \right)^2}{(EI)^2} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

Krümmung in [1/m]

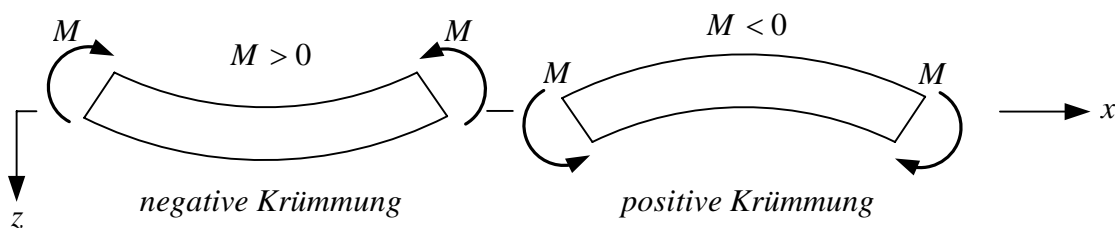
**Vereinfachung:** Für schwach gekrümmte Zustände, wie sie im Bauwesen vorrangig behandelt werden, lässt sich folgende Näherung verwenden:

Bei kleiner Neigung ( $w'^2 \ll 1$ ) erhält man

$$\kappa_B \approx w'' = \frac{1}{24} \frac{q \cdot l^4 \left( \frac{12x^2}{l^4} - \frac{12x}{l^3} \right)}{EI}$$

Krümmung in [1/m]

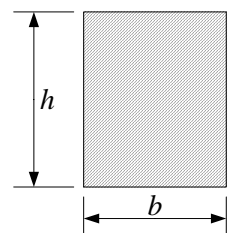
- Vorzeichenregelung für Krümmungen



**Beispiel:**

In den nachfolgenden Darstellungen soll für einen Rechteckquerschnitt mit konkreten Zahlenwerten die Durchbiegung, die Verdrehung, der Biegemomentenverlauf und die Krümmung genauer betrachtet werden.

$$q = 5 \text{ kN/m}; l = 10 \text{ m}; E = 2,9 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2; I = \frac{0,3\text{m} \cdot (0,5\text{m})^3}{12}$$



**Krümmungsberechnung am Einfeldträger**

E	29000000	kN/m <sup>2</sup>	b	0,3	m		
	I	312500		cm <sup>4</sup>	h	0,5	m
		q		5		kN/m	L
x	Biegelinie w) in [mm]	Verdrehung (w') in [mrad]	Biegemomenten- verlauf (M) in [kNm]	Krümmung ( $\kappa_B \cdot 10^{-4}$ ) vereinfacht in [1/m]			
0,0	0,000	0,22989	0,0	0,00000			
0,2	0,459	0,22934	4,9	-0,54069			
0,4	0,917	0,22774	9,6	-1,05931			
0,6	1,370	0,22512	14,1	-1,55586			
0,8	1,816	0,22153	18,4	-2,03034			
1,0	2,255	0,21701	22,5	-2,48276			
1,2	2,684	0,21161	26,4	-2,91310			
1,4	3,101	0,20537	30,1	-3,32138			
1,6	3,505	0,19834	33,6	-3,70759			
1,8	3,894	0,19056	36,9	-4,07172			
2,0	4,267	0,18207	40,0	-4,41379			
2,2	4,622	0,17292	42,9	-4,73379			
2,4	4,958	0,16315	45,6	-5,03172			
2,6	5,274	0,15281	48,1	-5,30759			
2,8	5,569	0,14193	50,4	-5,56138			
3,0	5,841	0,13057	52,5	-5,79310			
3,2	6,091	0,11878	54,4	-6,00276			
3,4	6,316	0,10658	56,1	-6,19034			
3,6	6,517	0,09403	57,6	-6,35586			
3,8	6,692	0,08117	58,9	-6,49931			
4,0	6,841	0,06805	60,0	-6,62069			
4,2	6,964	0,05470	60,9	-6,72000			
4,4	7,060	0,04118	61,6	-6,79724			
4,6	7,129	0,02753	62,1	-6,85241			
4,8	7,170	0,01379	62,4	-6,88552			
5,0	7,184	0,00000	62,5	-6,89655			
5,2	7,170	-0,01379	62,4	-6,88552			
5,4	7,129	-0,02753	62,1	-6,85241			
5,6	7,060	-0,04118	61,6	-6,79724			
5,8	6,964	-0,05470	60,9	-6,72000			
6,0	6,841	-0,06805	60,0	-6,62069			
6,2	6,692	-0,08117	58,9	-6,49931			
6,4	6,517	-0,09403	57,6	-6,35586			
6,6	6,316	-0,10658	56,1	-6,19034			
6,8	6,091	-0,11878	54,4	-6,00276			
7,0	5,841	-0,13057	52,5	-5,79310			
7,2	5,569	-0,14193	50,4	-5,56138			
7,4	5,274	-0,15281	48,1	-5,30759			
7,6	4,958	-0,16315	45,6	-5,03172			
7,8	4,622	-0,17292	42,9	-4,73379			
8,0	4,267	-0,18207	40,0	-4,41379			
8,2	3,894	-0,19056	36,9	-4,07172			
8,4	3,505	-0,19834	33,6	-3,70759			
8,6	3,101	-0,20537	30,1	-3,32138			
8,8	2,684	-0,21161	26,4	-2,91310			
9,0	2,255	-0,21701	22,5	-2,48276			
9,2	1,816	-0,22153	18,4	-2,03034			
9,4	1,370	-0,22512	14,1	-1,55586			
9,6	0,917	-0,22774	9,6	-1,05931			
9,8	0,459	-0,22934	4,9	-0,54069			
10,0	0,000	-0,22989	0,0	0,00000			

