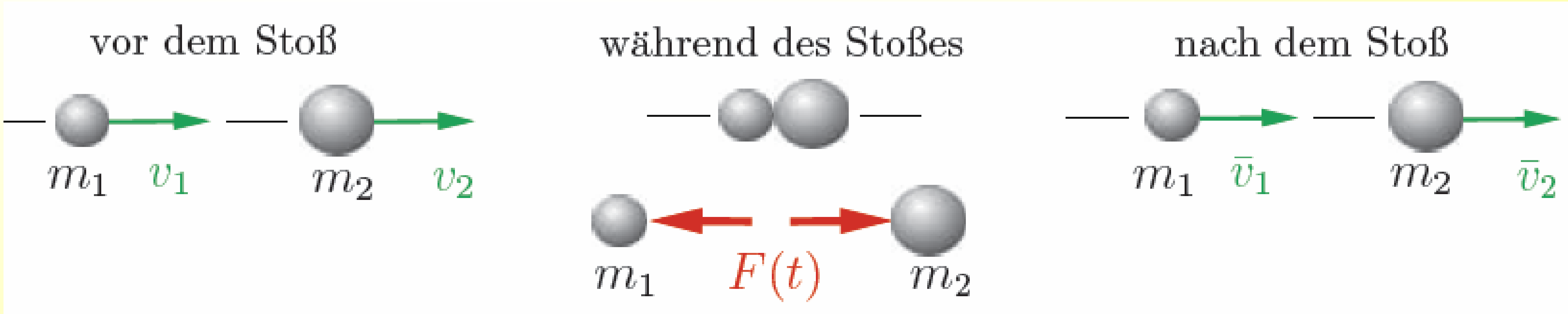
1.5 Zentrischer Stoß

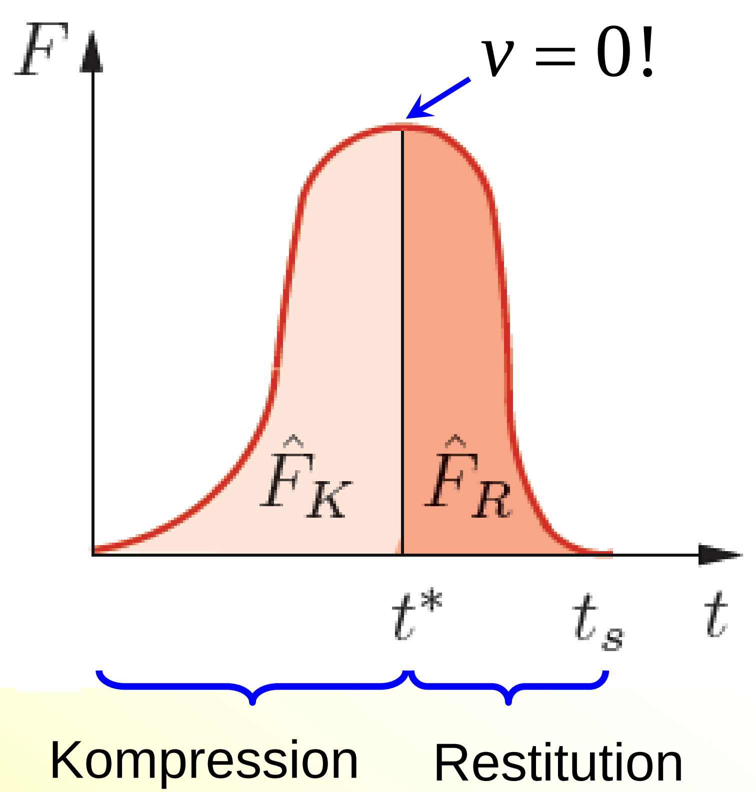
1.5.1 Gerader zentrischer Stoß



Gegeben: m_1, m_2, v_1, v_2

Gesucht: $\bar{v}_1, \bar{v}_2$

1.5.1 Gerader zentrischer Stoß



$$\hat{F}_K = \int_0^{t^*} F(t)\,\mathrm{d}t$$

$$\hat{F}_R = \int_{t^*}^{t_s} F(t)\,\mathrm{d}t$$

$$\hat{F} = \int_0^{t_s} F(t)\,\mathrm{d}t = \hat{F}_K + \hat{F}_R$$

Kompressionsperiode:

Massen werden zusammengedrückt, F wächst bis zu F_{max}

Restitutionsperiode:

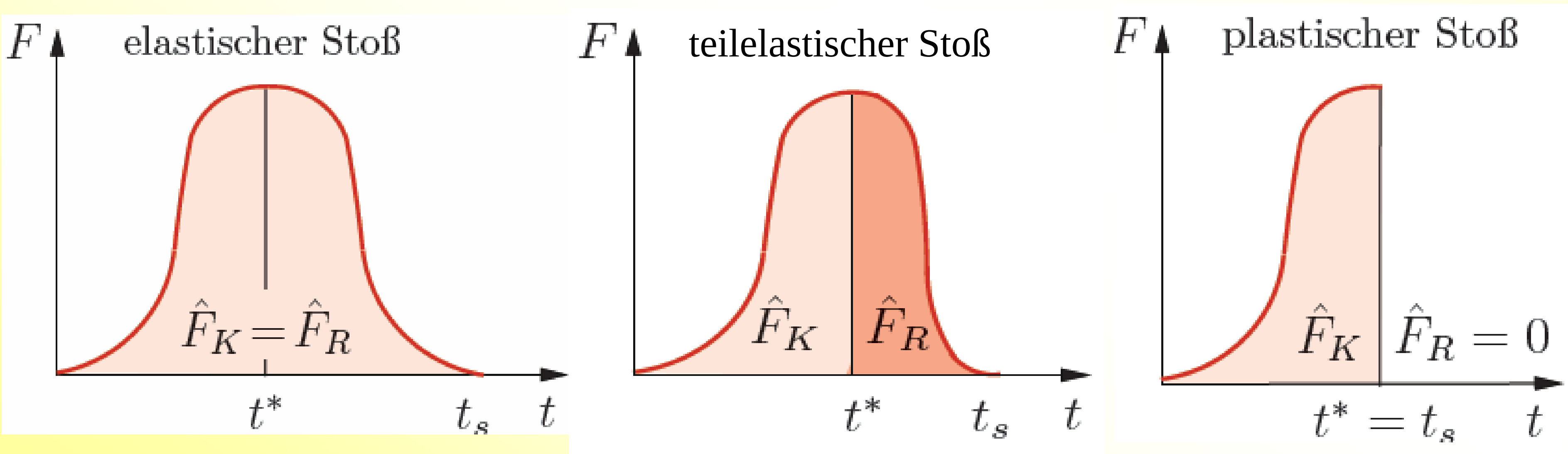
Massen bilden sich ganz oder teilweise zurück, F fällt auf Null ab.

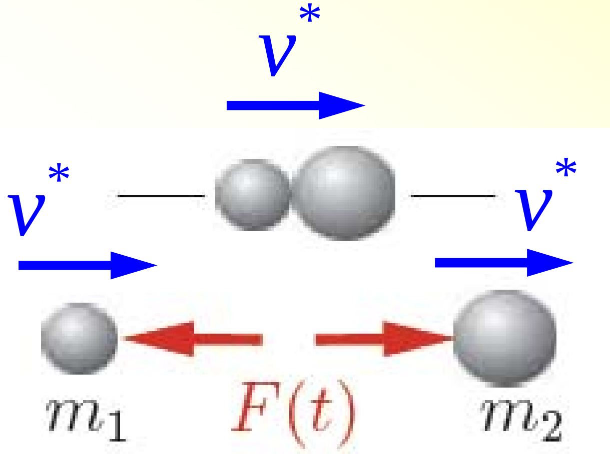
1.5.1 Gerader zentrischer Stoß

$$\hat{F}_R = e\,\hat{F}_K$$

Stoßzahl:

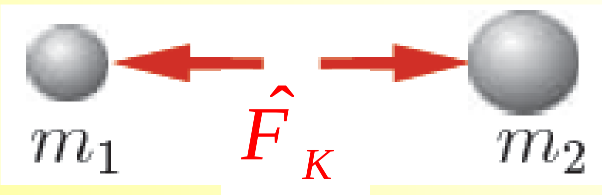
$$e \begin{cases} = 1, & \text{ideal-elastischer Stoß} \\ = 0, & \text{ideal-plastischer Stoß} \\ 0 < e < 1, & \text{teilelastischer Stoß} \end{cases}$$





Während des Stoßes

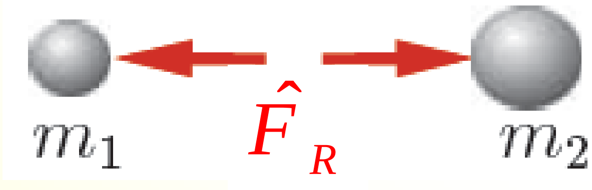
Kompressionsperiode:



$$m_1(v^* - v_1) = -\hat{F}_K \qquad (1)$$

$$m_2(v^* - v_2) = +\hat{F}_K \qquad (2)$$

Restitutionsperiode:



$$m_1(\bar{v}_1 - v^*) = -\hat{F}_R \quad (3)$$

$$m_2(\bar{v}_2 - v^*) = +\hat{F}_R \quad (4)$$

Stoßbedingung:

$$\hat{F}_R = e\,\hat{F}_K \quad (5)$$

5 Gleichungen für 5 Unbekannten!

1.5.1 Gerader zentrischer Stoß

Lösungen:

$$\bar{v}_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - e\, m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + e\, m_1 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

$$v^* = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

1.5.1 Gerader zentrischer Stoß

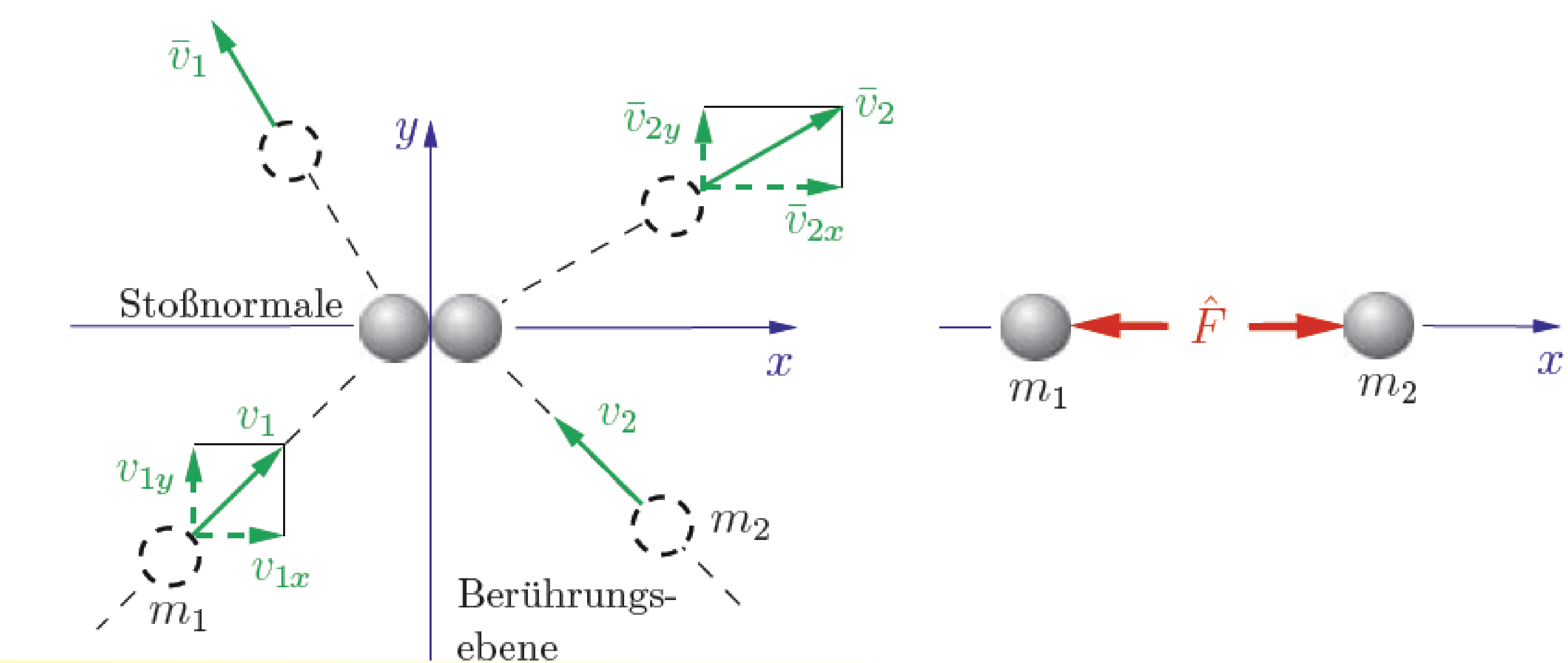
Stoßzahl:

$$e = -\frac{\bar{v}_1 - \bar{v}_2}{v_1 - v_2}$$

Energieverlust:

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \left(\frac{m_1\, v_1^2}{2} + \frac{m_2\, v_2^2}{2}\right) - \left(\frac{m_1\, \bar{v}_1^2}{2} + \frac{m_2\, \bar{v}_2^2}{2}\right)\\ &= \frac{1-e^2}{2}\,\frac{m_1\, m_2}{m_1+m_2}\,(v_1 - v_2)^2\,.\end{aligned}$$

1.5.2 Schiefer zentrischer Stoß



Annahme: glatte Massenpunkte!

1.5.2 Schiefer zentrischer Stoß

Impulssatz in *y*-Richtung (glatte Massenpunkte):

$$m_1\,\bar{v}_{1y} - m_1\,v_{1y} = 0 \quad \longrightarrow \quad \bar{v}_{1y} = v_{1y}$$

$$m_2\,\bar{v}_{2y} - m_2\,v_{2y} = 0 \quad \longrightarrow \quad \bar{v}_{2y} = v_{2y}$$

Impulssatz in *x*-Richtung:

$$m_1\bar{v}_{1x} - m_1\,v_{1x} = -\,\hat{F} \qquad (1)$$

$$m_2\bar{v}_{2x} - m_2\,v_{2x} = +\,\hat{F} \qquad (2)$$

Stoßbedingung:

$$e = -\,\frac{\bar{v}_{1x} - \bar{v}_{2x}}{v_{1x} - v_{2x}} \qquad (3)$$

1.5.2 Schiefer zentrischer Stoß

Aus (1)-(3) hat man 3 Gleichungen für 3 Unbekannten!

Lösungen:

$$\bar{v}_{1x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} - e m_2 (v_{1x} - v_{2x})}{m_1 + m_2}$$

$$\bar{v}_{2x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + e m_1 (v_{1x} - v_{2x})}{m_1 + m_2}$$