Baudynamik
Musterlösung Altklausur WS 14/15

Aufgabe 1: gedämpfter Einmassenschwinger

a) Bewegungsgleichung und Eigenfrequenz

$$\Sigma M_A : 0 = -\Theta_A \cdot \ddot{\varphi} - F_{c1} \cdot 4 - F_{c2} \cdot 7 - F_d \cdot 2$$
$$\ddot{\varphi} + \frac{1000}{359} \cdot \dot{\varphi} + 1175,49 \cdot \varphi = 0$$

$$\omega^2 = 1175{,}49\,1/\mathrm{s}^2$$
$$\omega_d = 34{,}26\,1/\mathrm{s}$$
$$D = \frac{\delta}{\omega} = 0,0406$$

b) Amplitudenverhältnis nach 5 Schwingungsperioden

$$ln\left(\frac{x(t)}{x(t+t^*)}\right) = \delta \cdot t^* = \delta \cdot 5 \cdot \frac{2\pi}{34,26}$$
$$\Rightarrow \frac{x(t)}{x(t+t^*)} = 3,5864$$

Aufgabe 2: Einmassenschwinger aus Ersatzmodell

a) Ersatzfedersteifigkeit des Gesamtsystems

$$c_1^* = 937{,}5\,\mathrm{kN/m}$$
$$c^* = 500\,\mathrm{kN/m}$$

b) Eigenfrequenz des ungedämpften Systems

$$\omega = 10\,1/\mathrm{s}$$

c) Allgemeine Lösung

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t) + x_0 \cdot V \cdot \cos(\Omega t)$$

d) Vergrößerungsfunktion V_i

$$\Omega_1 = 4\,1/\mathrm{s} \Rightarrow V_1 = 1,190$$
$$\Omega_2 = 6\,1/\mathrm{s} \Rightarrow V_2 = 1,563$$
$$\Omega_3 = 8\,1/\mathrm{s} \Rightarrow V_3 = 2,780$$

e) Lösung des Systems

$$A = -\frac{F_0}{c^*} \cdot V_3 \qquad B = 0$$
$$x(t) = 0,278 \cdot (\cos(8t) - \cos(10t))$$
$$\dot{x}(t) = 0,278 \cdot (10 \cdot \sin(10t) - 8 \cdot \sin(8t))$$

Aufgabe 3: Steifigkeitsmatrix & Rayleigh-Verfagren

a) Flexibilitäts- und Steifigkeitsmatrix

$$\underline{\underline{\delta}} = \begin{bmatrix} 243000 & 526500 \\ 526500 & 1365333,\bar{3} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\triangle = Det(\underline{\underline{\delta}}) = 0,05457375$$

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 25019,85 & -9648,16 \\ -9648,16 & 445300 \end{bmatrix}$$

b) Rayleigh-Verfahren für diskrete Systeme

$$\tilde{A}_1 = \begin{pmatrix} 0,4049 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\omega}_1 = 13{,}12\,1/\mathrm{s}$$

Aufgabe 4: Zweimassenschwinger

a) massennormierte Eigenvektoren A_{1M} und A_{2M}

$$A_{1M} = \begin{pmatrix} -0,305 \\ 1,207 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2} \qquad A_{2M} = \begin{pmatrix} 1,513 \\ 0,243 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}$$

b) Bewegungsgleichungen

$$\ddot{q}_1 + 2 \cdot D_1\omega_1 \cdot \dot{q}_1 + \omega_1^2 \cdot q_1 = 0$$
$$\ddot{q}_2 + 2 \cdot D_2\omega_2 \cdot \dot{q}_2 + \omega_2^2 \cdot q_2 = 0$$

$$\mathrm{w} = A_{1M} \cdot q_1 + A_{2M} \cdot q_2$$

$$\begin{aligned} \mathrm{w}_1 = &-0,00305 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot [0,46 \cdot \cos(\omega_1 t) + 0,957 \cdot \sin(\omega_1 t)] \\ &+0,01512 \;\cdot e^{-\delta_2 t} \cdot [0,191 \cdot \cos(\omega_2 t) + 0,447 \cdot \sin(\omega_2 t)] \\ \mathrm{w}_2 = &\;0,0121 \cdot e^{-\delta_1 t} \cdot [0,46 \cdot \cos(\omega_1 t) + 0,957 \cdot \sin(\omega_1 t)] \\ &+0,00243 \;\cdot e^{-\delta_2 t} \cdot [0,191 \cdot \cos(\omega_2 t) + 0,447 \cdot \sin(\omega_2 t)] \end{aligned}$$

Aufgabe 5: Rayleigh-Verfahren für kontinuierliche Systeme

a) exakte Eigenfrequenzen - analytisch

$$\omega_1 = 22,37\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}} \qquad \omega_2 = 61,67\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}}$$

b) erste genäherte Eigenfrequenz - Rayleigh

$$\tilde{\omega}_1 = 22,45\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}}$$

c) genäherte Eigenfrequenzen - WGV

$$\omega_1 = 22,376\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}} \qquad \omega_2 = 81,976\sqrt{\frac{EI}{\bar{m}l^4}}$$

$\Rightarrow$ Die genäherten Eigenfrequenzen sind immer größer als die Exakten!