Aufgabe 1

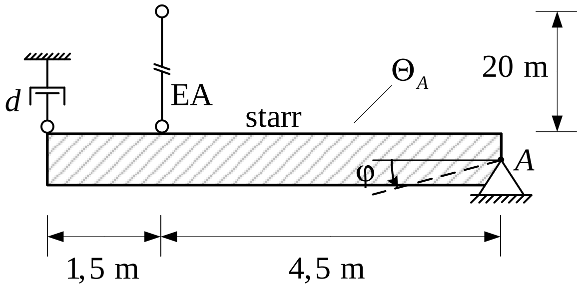
Der nachfolgend dargestellte Einmassenschwinger soll untersucht werden. Das System besteht aus einem starren Balken mit der Masse *m*, einem Stab und einem viskosen Dämpfer.

Berechnen Sie

a.) die Federsteifigkeit des Stabes,

b.) die Eigenfrequenz des Systems für Drehschwingungen um den Punkt *A* und

c.) das Amplitudenverhältnis $\frac{x(t)}{x(t+t^*)}$ nach 3 Schwingungsperioden $(t^* = 3 \cdot T_d)$.



Gegeben:

Stahlstab ∅ 4 cm, $l = 20$ m

$E = 210.000$ N/mm²

$m = 8000$ kg

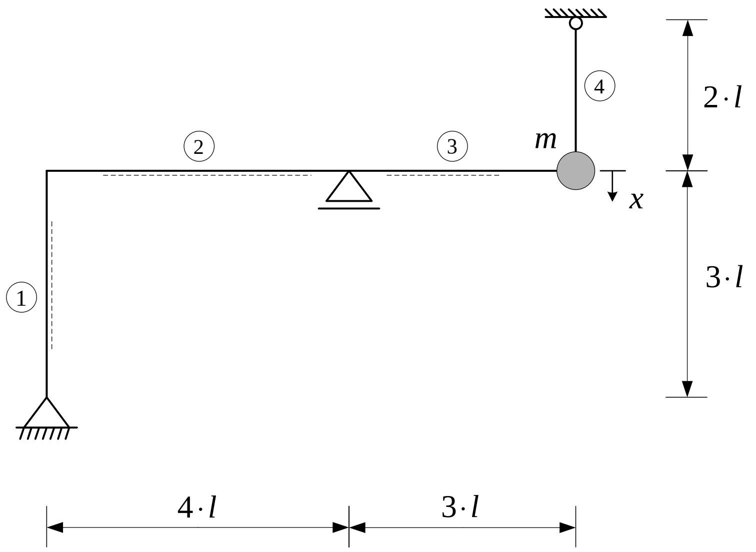
Viskose Dämpfung:

$d = 25$ kN·s/m

Hinweis:

Für die Berechnung des Massenträgheitsmoments kann der starre Balken näherungsweise als „dünner Stab“ angenommen werden.

Aufgabe 2



Gegeben ist das dargestellte schwingfähige System mit:

Stäbe 1 bis 3: EI; $EA = GA_S = \infty$

Stab 4: $EA = \dfrac{4EI}{7\,l^2}$.

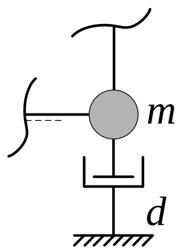
Alle Stäbe werden als masselos angenommen.

a.) Bestimmen Sie mithilfe eines Ersatzmodells die Federsteifigkeit c^*.

b.) Ermitteln Sie die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems.

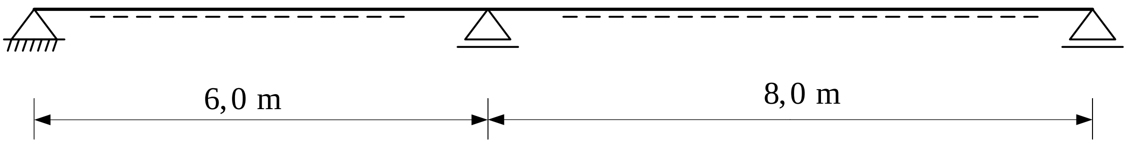
c.) Bestimmen Sie die Durchbiegung $x(t)$ und die Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$ für die Anfangsauslenkung x_0 und die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}_0 = 0$.

d.) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Systems für den Fall auf, dass an der Masse ein viskoser Dämpfer mit der Dämpfungskonstante d angebracht wird (siehe nachfolgende Skizze). Bestimmen Sie die Eigenfrequenz des gedämpften Systems.



Aufgabe 3

Gegeben ist der nachfolgend dargestellte Zweifeldträger, der als Zweimassenschwinger idealisiert und untersucht werden soll.



Material- und Querschnittsdaten:

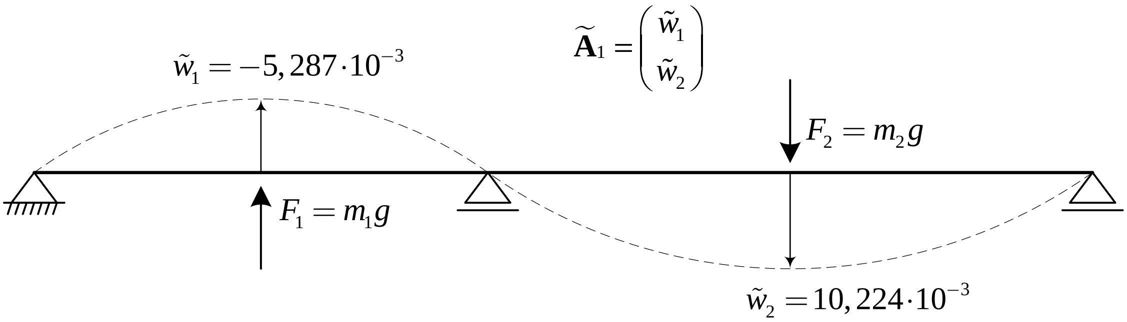
$EI = 40.000$ kNm²

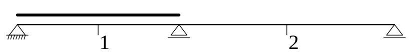
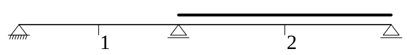
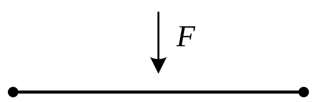
$\bar{m} = 600$ kg/m

a.) Berechnen Sie die Flexibilitätsmatrix $\underline{\underline{\delta}}$ und die Steifigkeitsmatrix $\underline{\underline{K}}$ des Systems. Nutzen Sie für Ihre Berechnungen die unten angegebene Tabelle.

b.) Stellen Sie die Massenmatrix $\underline{\underline{M}}$ auf. Vereinfachend soll die Gesamtmasse jedes Feldes jeweils in der Mitte konzentriert werden.

c.) Berechnen Sie die erste genäherte Eigenfrequenz des Systems mithilfe des Rayleigh-Verfahrens für diskrete Systeme. Verwenden Sie dabei die statischen Durchbiegungen für den ersten genäherten Eigenvektor $\widetilde{\mathbf{A}}_1$. Sie können die Werte des Vektors $\widetilde{\mathbf{A}}_1$ so normieren, dass der größere der beiden Werte einen Betrag von 1 hat.



				
	w_1	w_2	w_1	w_2
	$3,416 \cdot \frac{F}{EI}$	$-1,929 \cdot \frac{F}{EI}$	$-1,929 \cdot \frac{F}{EI}$	$7,238 \cdot \frac{F}{EI}$

Aufgabe 4

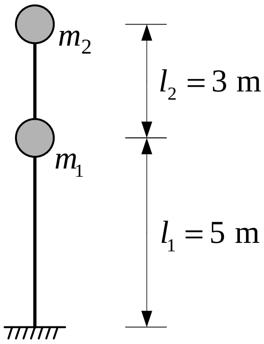
Die nachfolgend dargestellte Kragstütze wird als Zweimassenschwinger modelliert.

Gegeben:

Steifigkeitsmatrix und Massenmatrix:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 0,20227 & -0,09383 \\ -0,09383 & 0,04938 \end{bmatrix} EI$$

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1,5 \end{bmatrix} \bar{m}$$



Eigenfrequenzen und Eigenvektoren:

$\omega_1 = 22,077\ [1/\text{s}]$ $\qquad$ $\omega_2 = 127,321\ [1/\text{s}]$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 1,0000 \\ 2,0519 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1,0000 \\ -1,2996 \end{pmatrix}$$

$EI = 30.000$ kNm²

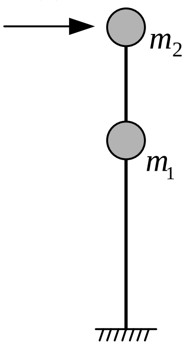
$\bar{m} = 150$ kg/m

a.) Bestimmen Sie die massennormierten Eigenvektoren $\mathbf{A}_{1M}$ und $\mathbf{A}_{2M}$.

b.) Überprüfen Sie die Orthogonalitätsbedingungen der massennormierten Eigenvektoren $\mathbf{A}_{1M}$ und $\mathbf{A}_{2M}$.

c.) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für erzwungene gedämpfte Schwingungen des Systems im modal-transformierten Raum auf. Die modale Dämpfung beträgt für beide Eigenfrequenzen $D_1 = D_2 = 0,05$.

d.) Bestimmen Sie die Antwort $\mathbf{w}(t)$ des Systems auf die vorgegebene harmonische Erregung für den eingeschwungenen Zustand mithilfe der Methode der Modaltransformation.

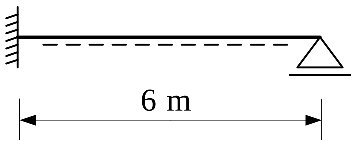


$F_0 = 50$ kN

$\Omega = 30\ \ 1/\text{s}$

Aufgabe 5

Der dargestellte Biegebalken soll als ein kontinuierliches System untersucht werden.



Material- und Querschnittsdaten:

$EI = 50.000$ kNm²

$\bar{m} = 200$ kg/m

$EA = GA_S = \infty$

a.) Berechnen Sie analytisch die ersten drei Eigenfrequenzen des Systems.

b.) Bestimmen Sie die erste genäherte Eigenfrequenz $\tilde{\omega}_1$ des Systems mithilfe des Rayleigh-Verfahrens für kontinuierliche Systeme. Nutzen Sie dabei als Ansatzfunktion $\widetilde{W}_1(\xi)$ die folgende Funktion:

$$\widetilde{W}_1(\xi) = \xi^4 - \frac{5}{2}\xi^3 + \frac{3}{2}\xi^2 \qquad \text{mit} \qquad \xi = \frac{x}{l}$$

und beachten Sie die Hinweise unten.

c.) Vergleichen Sie die genäherte Eigenfrequenz $\tilde{\omega}_1$ mit der exakten Eigenfrequenz $\omega_{1,\text{exakt}}$ aus a.) und machen Sie eine Aussage darüber.

d.) Stellen Sie mithilfe des Weggrößenverfahrens (bzw. Finite-Elemente-Methode) mit einem Balkenelement die reduzierte Steifigkeitsmatrix sowie die reduzierte Massenmatrix auf. Berechnen Sie ebenfalls die erste Eigenfrequenz des Systems mit diesem Verfahren.

Hinweise:

Beachten Sie die Integrationsgrenzen $\xi \in [0,1]$ und

$$\left[\widetilde{W}_1(\xi)''\right]^2 = \frac{1}{l^4}\left(144 \cdot \xi^4 - 360 \cdot \xi^3 + 297 \cdot \xi^2 - 90 \cdot \xi + 9\right),$$

$$\left[\widetilde{W}_1(\xi)\right]^2 = \xi^8 - 5 \cdot \xi^7 + \frac{37}{4} \cdot \xi^6 - \frac{15}{2} \cdot \xi^5 + \frac{9}{4} \cdot \xi^4.$$