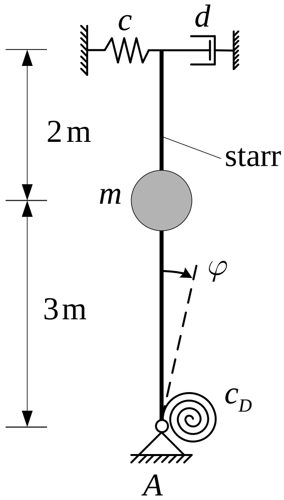
Aufgabe 1:

Der nachfolgend dargestellte Einmassenschwinger soll untersucht werden. Das System besteht aus einer starren masselosen Stange, einer Punktmasse m, einem viskosen Dämpfer sowie jeweils einer Weg- und einer Drehfeder.



Gegeben sind die folgenden Kennwerte:

$$m = 6000 \text{ kg}$$
$$c = 900 \text{ kN/m}$$
$$c_D = 1800 \text{ kNm/rad}$$

a.) Geben Sie die Bewegungsgleichung für das System an und berechnen Sie die Eigenfrequenz des Systems für die Drehschwingung um den Punkt A.

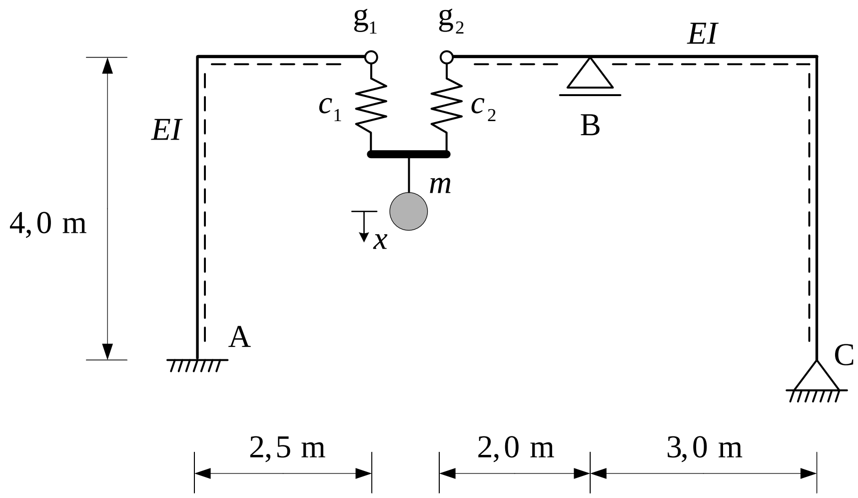
b.) Berechnen Sie die Dämpfungskonstante d [kN·s/m] für den Fall, dass das System nach 3 vollen Ausschlägen $(t^* = 3 \cdot T_d)$ nur noch $\frac{1}{50}$ der ursprünglichen Schwingungsamplitude besitzt.

c.) Bestimmen Sie die vollständige Lösung $\varphi(t)$ des Systems für die Anfangsbedingungen $\varphi(t=0) = 0{,}25$ rad und $\dot{\varphi}(t=0) = 0$.

d.) Wie groß ist die kinetische Energie E_k des Systems zu einem beliebigen Zeitpunkt?

Aufgabe 2:

Gegeben ist das dargestellte System bestehend aus zwei Stabtragwerken (Biegesteifigkeit EI) und zwei Federn.



Gegeben:

Alle Stäbe: $EI = konst.$; $EA = GA_S = \infty$.

Feder: $c_1 = \frac{24}{145} EI$; $c_2 = \frac{3}{10} EI$;

Masse: $m = 5000$ kg

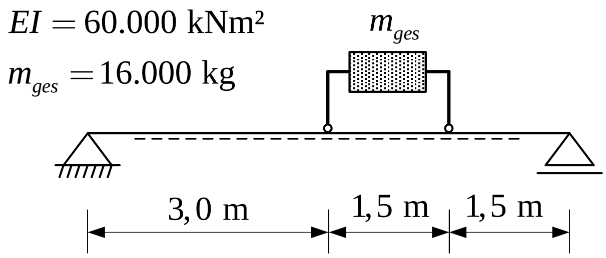
Alle Stäbe werden als masselos angenommen.

a.) Bestimmen Sie mithilfe eines Ersatzmodells die Federsteifigkeit c^* für das Gesamtsystem.

b.) Berechnen Sie die Eigenfrequenz des Systems.

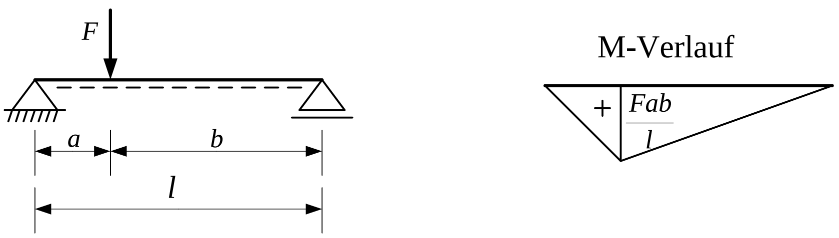
Aufgabe 3:

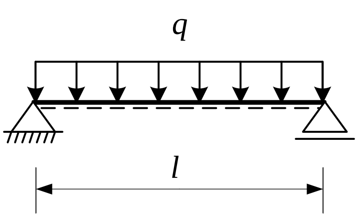
Ein masseloser Träger mit der Biegesteifigkeit EI und der Länge $l = 6\text{ m}$ trägt einen Maschinentisch. Die Masse der Maschine ($m_{ges} = 16.000\text{ kg}$) verteilt sich je zur Hälfte auf die beiden Tischlager. Der Träger soll als Zweimassenschwinger untersucht werden.



a.) Berechnen Sie die Flexibilitätsmatrix $\underline{\underline{\delta}}$ und die Steifigkeitsmatrix $\underline{\underline{K}}$ des Systems. Nutzen Sie für Ihre Berechnungen den unten angegebenen Momentenverlauf.

b.) Berechnen Sie die erste genäherte Eigenfrequenz des Systems mithilfe des Rayleigh-Verfahrens für diskrete Systeme. Verwenden Sie dabei für den ersten genäherten Eigenvektor $\widetilde{\mathbf{A}}_1$ die statische Durchbiegung für eine konstante Streckenlast von $q(x) = 1\text{ kN/m}$. Nutzen Sie dafür die unten angegebene Formel für die Durchbiegung.

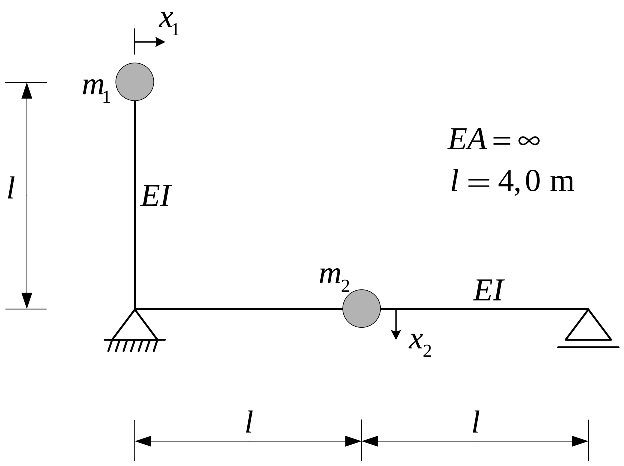




$$w(x) = \frac{ql^4}{24EI}\left[\left(\frac{x}{l}\right)^4 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \frac{x}{l}\right]$$

Aufgabe 4:

Gegeben ist der dargestellte Zweimassenschwinger:



Material- und Querschnittsdaten:

$EI = 40.000$ kNm² $\qquad l = 4{,}0$ m

Eigenfrequenzen und Eigenvektoren:

$\omega_1 = 29{,}468\ [1/\mathrm{s}]$; $\qquad \omega_2 = 69{,}270\ [1/\mathrm{s}]$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 1{,}0000 \\ 0{,}3193 \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1{,}0000 \\ -1{,}2527 \end{pmatrix}$$

Steifigkeitsmatrix und Massenmatrix:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 12 \end{bmatrix} \cdot \frac{4EI}{5l^3}$$

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} 600 & 0 \\ 0 & 1500 \end{bmatrix} [\mathrm{kg}]$$

a.) Bestimmen Sie die massennormierten Eigenvektoren $\mathbf{A}_{1M}$ und $\mathbf{A}_{2M}$.

b.) Überprüfen Sie die 1. Orthogonalitätsbedingung der massennormierten Eigenvektoren $\mathbf{A}_{1M}$ und $\mathbf{A}_{2M}$.

c.) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die erzwungenen ungedämpften Schwingungen des Systems im modal-transformierten Raum auf.

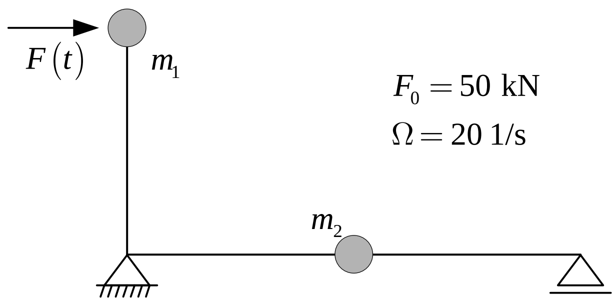
d.) Bestimmen Sie die Antwort $\mathbf{w}(t)$ des Systems auf die harmonische Erregung

$$F(t) = F_0 \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

mit den Anfangsbedingungen

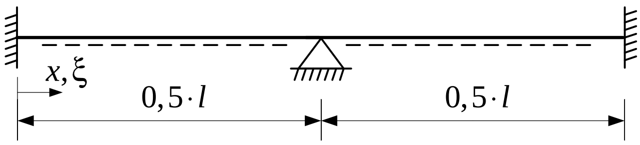
$$\mathbf{w}(0) = \begin{pmatrix} 8{,}0 \\ 5{,}0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}], \qquad \dot{\mathbf{w}}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mithilfe der Modal-Transformation.



Aufgabe 5:

Der dargestellte Biegebalken soll als ein kontinuierliches System untersucht werden.



Material- und Querschnittsdaten:

$EI = const.$

$\bar{m} = const.$

$EA = GA_S = \infty$

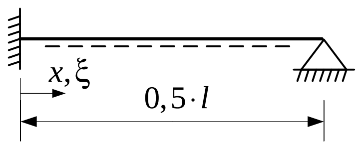
a.) Bestimmen Sie die erste genäherte Eigenfrequenz $\tilde{\omega}_1$ des Systems mithilfe des Rayleigh-Verfahrens für kontinuierliche Systeme. Nutzen Sie dabei als Ansatzfunktion $\widetilde{W}_1(\xi)$ die folgende Funktion:

$$\widetilde{W}_1(\xi) = 2\xi^5 - 5\xi^4 + 4\xi^3 - \xi^2 \qquad \text{mit} \qquad \xi = \frac{x}{l}$$

und beachten Sie die Hinweise unten.

b.) Stellen Sie mithilfe des Weggrößenverfahrens (bzw. Finite-Elemente-Methode) mit zwei Balkenelementen der gleichen Länge die reduzierte Steifigkeitsmatrix sowie die reduzierte Massenmatrix auf. Berechnen Sie anschließend die erste Eigenfrequenz des Systems.

c.) Betrachten Sie nun das unten dargestellte halbe System. Berechnen Sie analytisch die erste exakte Eigenfrequenz dieses Systems mithilfe der passenden Tabelle aus den Arbeitsblättern.



Hinweise:

Beachten Sie die Integrationsgrenzen $\xi \in [0,1]$ und

$$\left[\widetilde{W}_1(\xi)''\right]^2 = \frac{1}{l^4}\left(1600\cdot\xi^6 - 4800\cdot\xi^5 + 5520\cdot\xi^4 - 3040\cdot\xi^3 + 816\cdot\xi^2 - 96\cdot\xi + 4\right),$$

$$\left[\widetilde{W}_1(\xi)\right]^2 = 4\xi^{10} - 20\xi^9 + 41\xi^8 - 44\cdot\xi^7 + 26\cdot\xi^6 - 8\cdot\xi^5 + \xi^4.$$