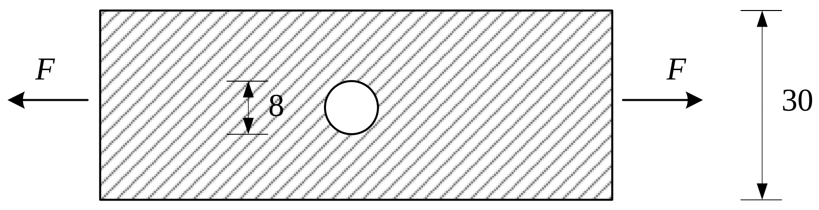
Aufgabe 1 (11 Punkte):

Gegeben ist eine Stahllasche mit einem Loch in der Mitte, die von einer Kraft F beansprucht wird.



[Angaben in cm]

Gegeben: $F = 400$ kN

$\sigma_{zul} = 23{,}5$ kN/cm^2

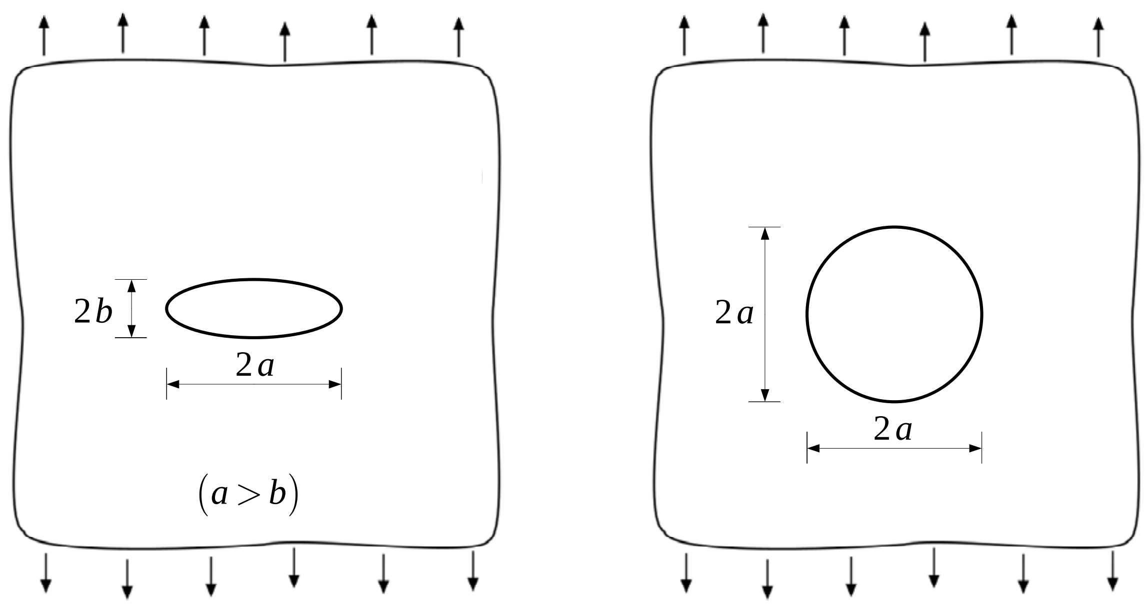
a.) Berechnen Sie mithilfe der Formeln aus dem Skript den Spannungskonzentrationsfaktor K.

b.) Bestimmen Sie die Mindestdicke t der Scheibe, damit bei der gegebenen Belastung die maximal zulässige Spannung σ_{zul} nicht überschritten wird.

c.) Wie groß ist die Mindestdicke t der ungelochten Scheibe bei der gleichen Belastung F und der gleichen zulässigen Spannung σ_{zul}?

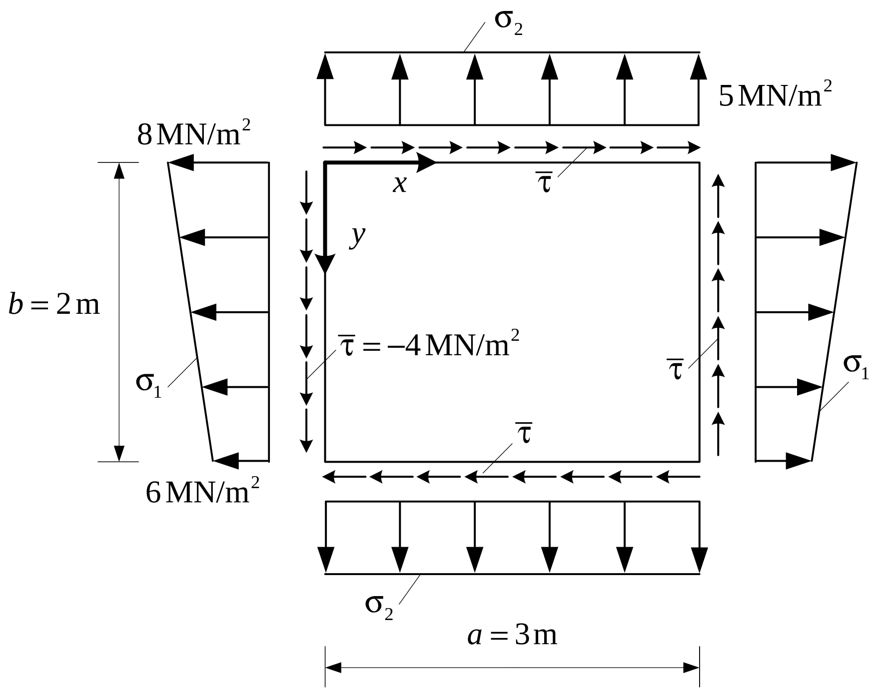
d.) Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse aus b.) und c.) und machen Sie eine Aussage über die Auswirkung eines Lochs.

e.) In welcher der beiden unten dargestellten Scheiben tritt eine größere Spannungskonzentration auf?



Aufgabe 2 (18 Punkte):

Die dargestellte Rechteckscheibe wird durch Schub- und Normalspannungen an den Rändern beansprucht.



Materialdaten:
$E = 20000\,\text{MN/m}^2$
$\nu = 0,25$

Die Airysche Spannungsfunktion für das Problem lautet:

$$F(x,y) = \frac{1}{2}C_1x^2 + \frac{1}{6}C_2x^3 + C_3xy + \frac{1}{2}C_4y^2 + \frac{1}{6}C_5y^3$$

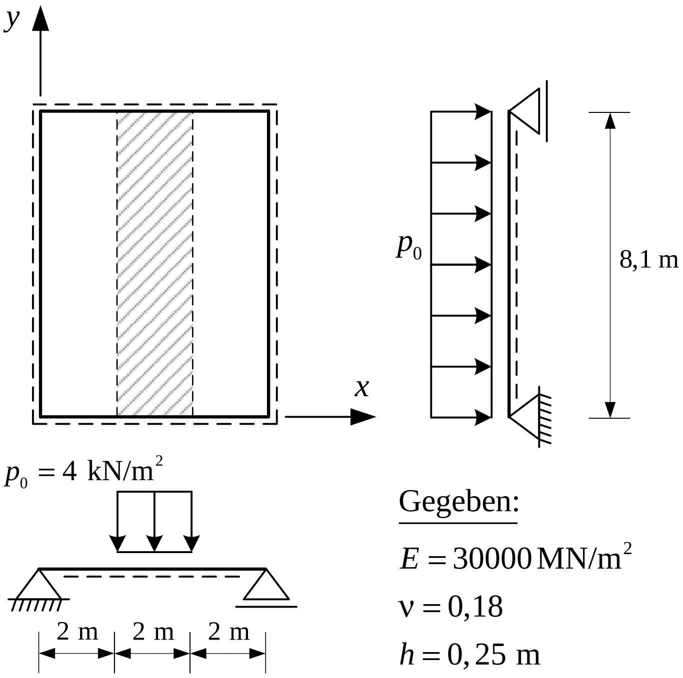
a.) Bestimmen Sie mithilfe der angegebenen Airyschen Funktion und der Randbedingungen die unbekannten Koeffizienten C_1 bis C_5 sowie die Spannungen σ_x, σ_y und τ_{xy} der Scheibe. Beachten Sie das vorgegebene Koordinatensystem.

b.) Bestimmen Sie die Verzerrungen ε_x und γ_{xy} für den Schnitt $x = 1,5$ m als Funktionen von y und stellen Sie diese grafisch dar.

c.) Bestimmen Sie die Verschiebung u im Schnitt $x = 1,5$ m als Funktion von y für den Fall, dass u in Scheibenmitte Null ist. Stellen Sie den Verlauf von $u(x = 1.5, y)$ grafisch dar und geben Sie den Maximalwert an.

Aufgabe 3 (25 Punkte):

Gegeben ist die dargestellte rechteckige Platte, die allseitig gelenkig gelagert ist. Die Platte wird in einem Bereich mit einer konstanten Teilflächenlast belastet (siehe Skizze).



Gegeben:

$E = 30000\,\text{MN/m}^2$

$\nu = 0{,}18$

$h = 0{,}25\ \text{m}$

a.) Berechnen Sie die Plattensteifigkeit K.

b.) Stellen Sie die vorhandene Belastung $p(x, y)$ als doppelte Fourier-Reihe für den eingliedrigen Ansatz dar.

c.) Geben Sie die Lösung der Durchbiegung $w(x, y)$ der Platte als doppelte Fourier-Reihe für den eingliedrigen Ansatz an.

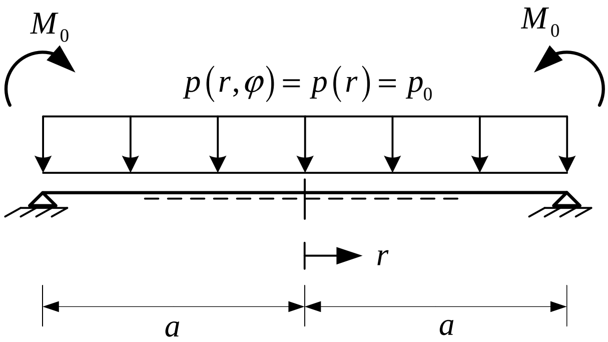
d.) Wie groß ist die Durchbiegung in der Plattenmitte?

e.) Berechnen Sie mithilfe der Czerny-Tafeln die folgenden Schnittgrößen für eine konstante Flächenlast $p_0 = 4\ \text{kN/m}^2$ auf der gesamten Platte:

$m_{x,m}$, $m_{y,\max}$, $m_{xy,e}$, $q_{x,m}$, $q_{y,m}$.

Aufgabe 4 (18 Punkte):

Gegeben ist die dargestellte Kreisplatte unter rotationssymmetrischen Belastungen. Die Belastungen bestehen aus einer Volllast p_0 und einem Randmoment M_0 entlang des gesamten Plattenrandes.



Gegeben:

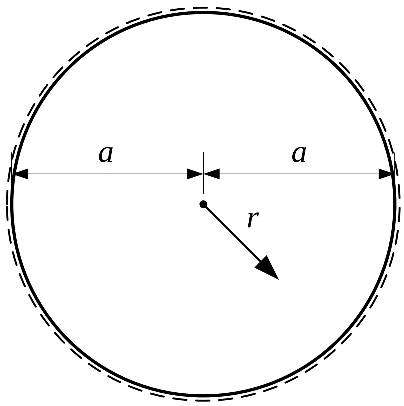
$K = 50000$ kNm

$\nu = 0,2$

$a = 3,0$ m

$M_0 = 6$ kNm/m

$p_0 = 15$ kN/m^2



Draufsicht

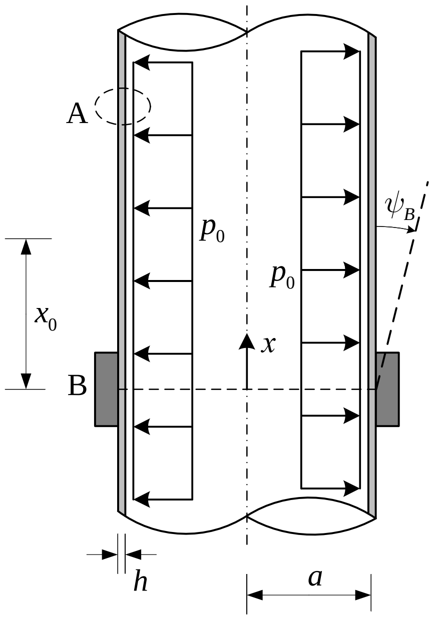
Berechnen Sie

a.) die Durchbiegung $w(r)$, das Biegemoment $m_r(r)$ und die Querkraft $q_r(r)$ für die dargestellte Lagerung sowie

b.) die Durchbiegung w und das Biegemoment m_r in der Plattenmitte.

Aufgabe 5 (28 Punkte):

Gegeben ist die dargestellte dünnwandige und in x-Richtung unendlich lange Zylinderschale unter einem konstanten Innendruck p_0. An der Stelle B wird die Schale durch einen Versteifungsring so verstärkt, dass alle Verschiebungen und alle Verdrehungen an dieser Stelle als Null angenommen werden können.



a.) Bestimmen Sie alle relevanten Schnittgrößen an der Stelle A, die in ausreichend großem Abstand zum Verstärkungsring B liegt. Beachten Sie hierbei, dass diese Zylinderschale keinen Deckel besitzt.

b.) Berechnen Sie die Verschiebung w_A an der Stelle A.

c.) Der Verstärkungsring leitet eine Querkraft und ein Biegemoment in das System ein und wirkt somit wie eine Randstörung. Geben Sie für das Verhältnis $a/h = 25$ den Abstand x_0 an, nach dem diese Randstörung näherungsweise abgeklungen ist.

d.) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Behältergleichung für die Durchbiegung $w(x)$ in der Nähe der Randstörung.

e.) Bestimmen Sie das Moment M_x und die Querkraft Q_x an der Stelle B.