

# Ein Näherungsverfahren zur Bemessung von UHPC für Biegung und Längskraft

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Fehling \*  
Dr.-Ing. Torsten Leutbecher \*\*

\* Universität Kassel, Fachgebiet Massivbau, Deutschland, [fehling@uni-kassel.de](mailto:fehling@uni-kassel.de)

\*\* Universität Kassel, Fachgebiet Massivbau, Deutschland, [leutbecher@uni-kassel.de](mailto:leutbecher@uni-kassel.de)

## Zusammenfassung:

Ultrahochfestem Beton (UHPC) werden zur Verbesserung der Duktilität und zur Steigerung der (Biege-)Zugfestigkeit häufig Fasern, in der Regel hochfeste dünne Stahldrahtfasern, zugegeben. Die Ausführung weitgespannter Konstruktionen unter planmäßiger Ausnutzung der hohen Betondruckfestigkeit ist jedoch meist nur durch den Einsatz zusätzlicher Bewehrung mit oder ohne Vorspannung in der Zugzone technisch und wirtschaftlich möglich. Bei der Bemessung von kombiniert bewehrten UHPC-Querschnitten für Biegung und Längskraft müssen zur Berücksichtigung der Fasertragwirkung die von der Bemessung von Stahlbeton und Spannbeton bekannten Annahmen und Gleichgewichtsbedingungen erweitert werden. Im vorliegenden Beitrag werden die hierzu notwendigen Schritte erläutert. Nach Vorstellung geeigneter Materialmodelle für UHPC für die Querschnittbemessung, wird ein mechanisch begründetes, jedoch einfach zu handhabendes Ingenieurmodell abgeleitet. Zur Validierung des Modells erfolgt ein Vergleich mit den Ergebnissen aus 4-Punkt-Biegeversuchen an kombiniert bewehrten UHPC-Balken.

**Keywords: Bemessung, UHPC, Materialmodell, Biegung, Längskraft**

## 1 Einleitung

Die Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten für Biegung und Längskraft erfolgt traditionell unter folgenden Annahmen [1]:

- Ebene Querschnitte bleiben eben.
- Es herrscht starrer Verbund zwischen Bewehrung und umgebenden Beton.
- Die Zugfestigkeit des Betons (Matrix) bleibt unberücksichtigt.
- Für Beton auf Druck und für die Bewehrung werden die entsprechenden Spannungs-Dehnungs-Linien für die Querschnittbemessung angewendet.

Diese Grundsätze lassen sich prinzipiell auch auf Querschnitte aus ultrahochfestem Beton, die konventionell mit Betonstahl oder Spannstahl bewehrt sind, übertragen, sofern auf Druck eine für UHPC repräsentative Spannungs-Dehnungs-Linie angewendet wird. Um explosionsartiges Versagen der Biegedruckzone zu vermeiden, kann jedoch trotz Einsatzes konventioneller Bewehrung auf eine duktilitätssteigernde Zugabe von Fasern nicht gänzlich verzichtet werden. Allerdings genügen hierfür in der Regel Fasergehalte von um bzw. unter 1,0 Vol.-%.

Bei kombiniert bewehrten Bauteilen werden die Zugkräfte in der gerissenen Biegezugzone von der konventionellen Bewehrung und den Fasern gemeinsam aufgenommen. Somit sind Anpassungen und Erweiterungen oben genannter Berechnungsgrundlagen notwendig, auf die im Folgenden näher eingegangen wird. Weiterhin wird ein mechanisch begründetes, jedoch unkompliziertes Ingenieurmodell vorgestellt, mit dem die Bemessung von UHPC-Querschnitten für Biegung und Längskraft in guter Näherung erfolgen kann.

## 2 Materialmodelle für UHPC für die Querschnittbemessung

### 2.1 Druckbeanspruchung

Ultrahochfester Beton verhält sich im einaxialen Druckversuch bis zu einem Spannungsniveau von etwa 85 bis 90 % der Druckfestigkeit weitgehend linear elastisch. Die Ankündigung des Versagens durch Verformungszunahme infolge Mikrorissbildung ist, unabhängig vom Größtkorndurchmesser, nur wenig ausgeprägt. Für die Querschnittbemessung kann diese geringe Nichtlinearität vernachlässigt und bis zum Erreichen des Bemessungswerts der Betondruckfestigkeit  $f_{cd}$  vereinfachend linear-elastisches Verhalten angenommen werden (Abbildung 1).

Der Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Linie wird, den Regelungen für normal- und hochfesten Betonen folgend, gegenüber der mit den mittleren bzw. charakteristischen Werten der Baustoffeigenschaften ermittelten Arbeitslinie flacher gewählt. Dies dient einerseits der Berücksichtigung von Krieeffekten (lang andauernde Belastung) und spiegelt andererseits die bestehende Abhängigkeit zwischen Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul des Betons wider. Als Bemessungswert des Elastizitätsmoduls wird der Wert nach Gl. (1) vorgeschlagen [3].

$$E_{cd} = E_{cm} / 1,3 \quad (1)$$

Dabei ist  $E_{cm}$  der Mittelwert des Elastizitätsmoduls. Dieser liegt in der Regel in der Größenordnung von 45.000 bis 55.000 N/mm<sup>2</sup>. Durch sehr steife Zuschläge, z. B. Bauxit, kann er deutlich auf bis zu 70.000 N/mm<sup>2</sup> gesteigert werden. Eine Unterscheidung zwischen Sekanten- und Tangenten-Elastizitätsmodul ist für UHPC entbehrlich.

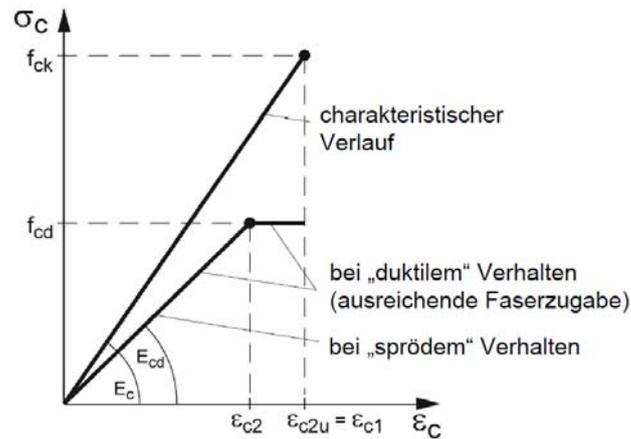


Abbildung 1: Spannungs-Dehnungs-Linie im Druckbereich [3]

Die Stauchung unter Höchstlast  $\epsilon_{c2}$  kann unmittelbar aus den Bemessungswerten der Druckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls ermittelt werden:

$$\epsilon_{c2} = f_{cd} / E_{cd} \quad (2)$$

Dabei kann für den Bemessungswert der Druckfestigkeit in Anlehnung an die aktuelle Normung [1] angenommen werden:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / (\gamma_c \cdot \gamma_c') \quad (3)$$

In Gl. (3) ist  $f_{ck}$  der charakteristische Wert der Zylinderdruckfestigkeit;  $\gamma_c$  der Teilsicherheitsbeiwert für UHPC unter Druckbeanspruchung;  $\gamma_c'$  ein gegebenenfalls zusätzlich zu berücksichtigender Sicherheitsbeiwert für UHPC und  $\alpha_{cc}$  ein Beiwert zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen auf die Betondruckfestigkeit und zur Umrechnung zwischen Zylinder- und Bauteildruckfestigkeit.

Die für normal- und hochfesten Betone geltenden Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  [1,2] (u. a.  $\gamma_c = 1,5$  allgemein;  $\gamma_c = 1,35$  für Fertigteile) können auch für UHPC angewendet werden, da, wie Untersuchungen zum Sicherheitsniveau für hochfesten Beton gezeigt haben, der Variationskoeffizient der Druckfestigkeit bei Beachtung entsprechender Qualitätsstandards mit zunehmender Druckfestigkeit abnimmt [4]. Dies würde im Grunde sogar eine Reduzierung der Teilsicherheitsbeiwerte rechtfertigen, worauf aber aufgrund noch unzureichender praktischer Erfahrungen gegenwärtig noch verzichtet werden sollte. Für  $\alpha_{cc}$  wird der Wert 0,85 aus [2] auch für UHPC empfohlen.

Bei der Bestimmung des Bemessungswerts der Betondruckfestigkeit ist nach [5] für hochfesten Beton neben dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  ein weiterer Faktor  $\gamma_c'$  nach Gl. (4) zu berücksichtigen.

$$\gamma_c' = 1 / (1,1 - f_{ck} / 500) \geq 1,0 \quad \text{mit } f_{ck} \text{ in N/mm}^2 \quad (4)$$

Angewendet auf UHPC würde sich nach Gl. (4) beispielsweise für  $f_{ck} = 200 \text{ N/mm}^2$  ein Wert  $\gamma_c' = 1,43$  ergeben, der durch die Streuung der Materialeigenschaften nicht zu begründen ist (siehe oben). Andererseits erfolgt bei faserfreiem UHPC, aber auch bei UHPC mit sehr niedrigem Fasergehalt, in Druckversuchen ein spröder, oftmals explosionsartiger Bruch. Vor diesem Hintergrund wird vorgeschlagen, in Hinblick auf das anzustrebende Sicherheitsniveau zwischen „sprödem“ und „ausreichend duktilem“ Nachbruchverhalten zu unterscheiden. Wird eine ausreichende, d. h. eine dem normalfesten Beton adäquate Duktilität nicht erreicht, so sollte ein Faktor  $\gamma_c' = 1,2$  bei der Bestimmung des Bemessungswerts der Betondruckfestigkeit berücksichtigt werden. Damit erhält man ein Sicherheitsniveau wie für unbewehrten normalfesten Beton. Ist durch entsprechende Faserzugabe „ausreichend duktiler“ Nachbruchverhalten gegeben, so kann  $\gamma_c'$  zu 1,0 angenommen werden. Der Ansatz des Faktors  $\gamma_c'$  wird damit im Gegensatz zu [5] nicht mit streuenden Materialeigenschaften, sondern mit der größeren Sprödigkeit des (faserfreien) Werkstoffs UHPC begründet.

Neben der Berücksichtigung von  $\gamma_c'$  ist für nicht „ausreichend duktilen“ UHPC Versagen bei Erreichen des Bemessungswerts der Betondruckfestigkeit anzunehmen. D. h., die Arbeitslinie endet in diesem Fall bei der Stauchung  $\epsilon_{c2}$  in Abbildung 1.

Durch die Zugabe einer ausreichenden Fasermenge kann das Verhalten wesentlich gutmütiger und duktiler gestaltet werden. Bei „ausreichender Duktilität“ dürfen Spannungen auch bei Stauchungen im Nachbruchbereich, d. h. oberhalb von  $\epsilon_{c2}$ , angesetzt werden. Die zunächst linear-elastische Spannungs-Dehnungs-Linie wird dazu um einen plastischen Ast, dessen Ende bei einer Stauchung  $\epsilon_{c2u}$  nach Gleichung (5) erreicht wird, erweitert.

$$\epsilon_{c2u} = f_{ck} / E_c \quad (5)$$

Das Materialmodell spiegelt für UHPC nicht das tatsächliche Materialverhalten bei Entfestigung wider. Dies ist jedoch nicht von Nachteil, da die für die Querschnittsbemessung benötigten Kenngrößen durch Integration der Spannungs-Dehnungslinie bestimmt werden (vgl. Parabel-Rechteck-Diagramm für normal- und hochfeste Betone). Die generelle Begrenzung der Stauchung auf einen durch die Baustoffprüfung nachgewiesenen Wert  $\varepsilon_{c2u} = \varepsilon_{c1}$  ( $\varepsilon_{c1}$  = Stauchung bei Erreichen der Höchstlast im Versuch) erscheint konservativ.

## 2.2 Zugbeanspruchung

Das Verhalten von UHPC unter Zugbeanspruchung wird üblicherweise in zentrischen Zugversuchen an kurzen Proben ermittelt oder, aufgrund der einfacheren Versuchsdurchführung, aus Biegezugversuchen an Balken abgeleitet. Um die Betonzugfestigkeit (Matrix) zu bestimmen, sind Versuche an ungekerbten Probekörpern geeignet, während Versuchskörper mit Kerbe zur Bestimmung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung von ultrahochfestem Faserbeton sinnvoller sind. Die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung wird als charakteristisch für das Verhalten spröder Werkstoffe bzw. von Werkstoffen mit entfestigendem Verhalten im Nachbruchbereich angesehen.

Das Versagen der UHPC-Matrix auf Zug ist sehr spröde. Der Riss verläuft typischerweise auch durch die Gesteinskörnung hindurch, so dass sich sehr glatte Rissufer und kaum Verzahnungseffekte einstellen. Ein stabiler abfallender Ast der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung ist nur mit hohem Aufwand messtechnisch zu erfassen. Durch Zugabe von Fasern ist es jedoch möglich, Kräfte auch bei wesentlich größeren Rissöffnungen über den Riss zu übertragen und, bei entsprechend hohen Fasergehalten, Zugtragfähigkeiten oberhalb der Matrixtragfähigkeit zu realisieren.

Abbildung 2 zeigt qualitativ die Modellvorstellung hinter dem in zentrischen Zugversuchen beobachteten Last-Verformungs-Verhalten. Im ungerissenen Zustand beteiligen sich die Fasern entsprechend des Verhältnisses ihrer Dehnsteifigkeit zur Gesamtsteifigkeit der Zugprobe an der Lastaufnahme. Während die Betonmatrix bei Erreichen der Zugfestigkeit entfestigt, in Abbildung 2 als linear mit der Rissöffnung abnehmende Betonspannung dargestellt, werden die Fasern mit beginnender Rissöffnung zunehmend aktiviert. Aufgrund der unterschiedlichen Einbindelängen der Fasern beidseits der Rissufer, folgt die durch die Fasern übertragene Bruttobetonspannung  $\sigma_{cf}$  einer Wurzelfunktion nach Gl. (6) (siehe z. B. [6, 7]). Dabei wird eine konstante Reibverbundspannung vorausgesetzt (starr-plastisches Verbundgesetz).

$$\sigma_{cf} = \sigma_{cf0} \cdot \left( 2 \cdot \sqrt{\frac{w}{w_0}} - \frac{w}{w_0} \right) \quad (6)$$

In Gl. (6) ist  $\sigma_{cf0}$  die Faserwirksamkeit (zentrische Nachrisszugfestigkeit des Faserbetons);  $w$  die aktuelle Rissbreite und  $w_0$  die Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit.

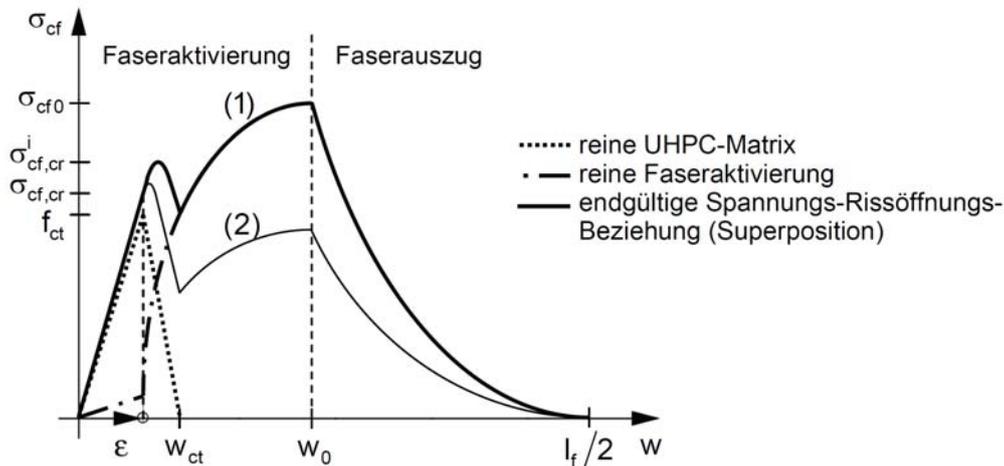


Abbildung 2: Modellhafte Darstellung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung [8];

- (1) Faserverstärkter UHPC mit verfestigendem Verhalten nach Erstrissbildung ( $\sigma_{cf0} \geq \sigma_{cf,cr}^i$ )
- (2) Faserverstärkter UHPC mit entfestigendem Verhalten nach Erstrissbildung ( $\sigma_{cf0} < \sigma_{cf,cr}^i$ )

Gleichung (6) ist bei kleinen Rissbreiten durch einen starken Anstieg der durch die Fasern übertragenen Bruttobetonspannung gekennzeichnet. Durch die Überlagerung oder Parallelschaltung mit der entfestigenden Matrix kann daraus zunächst ein insgesamt verfestigendes Verhalten resultieren. Dies bedeutet, dass ein stabiles Mikrorisswachstum initiiert wird und Makrorissbildung erst auf einem höheren Spannungsniveau  $\sigma_{cf,cr}^i$  eintritt.

Das Erreichen der Faserwirksamkeit  $\sigma_{cf0}$  markiert im Zustand II den Übergang von der Phase der Faseraktivierung in den Faserauszug. Von diesem Moment an selbst die Faser mit der größtmöglichen Einbindelänge, d. h. eine Faser, die auf halber Länge senkrecht den Riss kreuzt, auf ihrer gesamten Einbindelänge Schlupf auf. Bei weiterer Rissöffnung

werden fortan sämtliche Fasern sukzessive auf der Seite mit der jeweils kürzeren Einbindelänge aus der Matrix herausgezogen, so dass die einzelnen Einbindelängen der Fasern und die Anzahl der überhaupt noch am Lastabtrag beteiligten Fasern stetig abnehmen. Mit Beginn des Faserauszugs wird die Kraftabnahme mit steigender Rissöffnung zunächst stark sein, während bei großen Rissöffnungen schon eine Vielzahl von Fasern auf einer Seite des Risses vollständig herausgezogen ist und daher bereits nicht mehr mitwirkt. Bei großen Rissöffnungen ändert sich  $\sigma_{cf}$  also nicht mehr stark. Diese Überlegungen führen in der Faserauszugsphase rechnerisch auf eine quadratische Abnahme der Bruttobetonspannung  $\sigma_{cf}$  mit zunehmender Rissbreite (siehe z. B. [6, 7]):

$$\sigma_{cf} = \sigma_{cf0} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{l_f}\right)^2 \quad (7)$$

In Gl. (7) ist  $l_f$  die Faserlänge.

Für den theoretischen Fall paralleler, ausschließlich in Zugrichtung orientierter Fasern wurden analytische Beziehungen zur Bestimmung der Faserwirksamkeit  $\sigma_{cf0}$  abgeleitet und semi-empirisch auch auf Fälle beliebiger Faserorientierung erweitert [6, 10]. Aufgrund zahlreicher Einflussfaktoren, die nur schwer analytisch zu erfassen sind, empfiehlt es sich jedoch, den Wert  $\sigma_{cf0}$  in den Gln. (6) und (7) auf der Basis von Versuchsergebnissen festzulegen.

Abbildung 3 zeigt, dass die in zentrischen Zugversuchen an gekerbten Prismen aus faserbewehrtem UHPC ermittelten Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen mit den Gln. (6) und (7) recht gut nachvollzogen werden können.

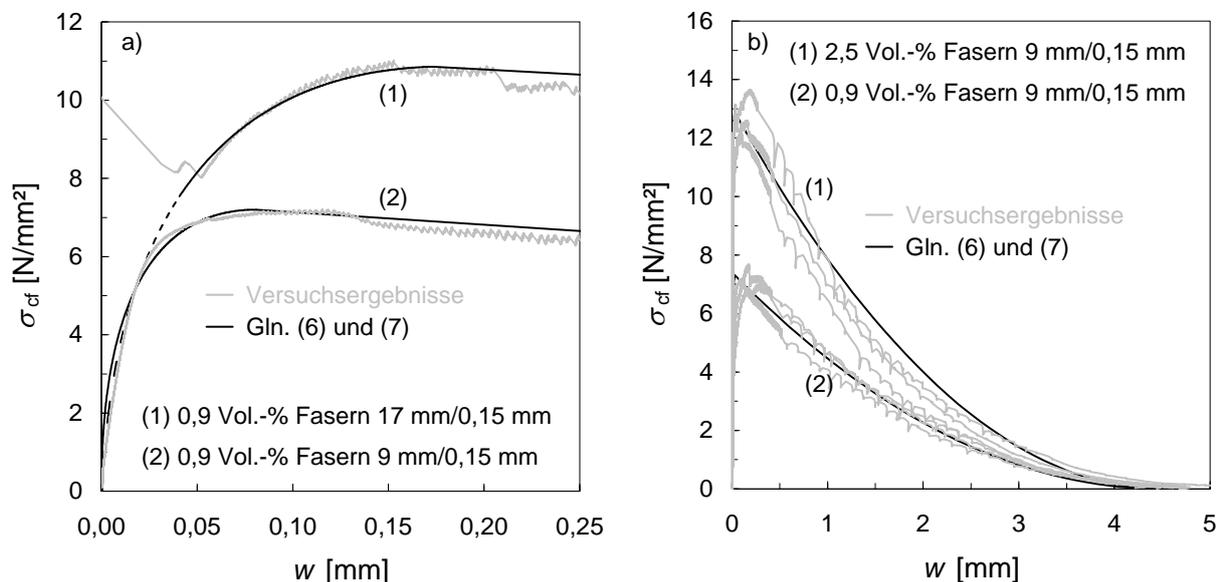


Abbildung 3: Beschreibung von Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen durch die Gln. (6) und (7) [8]; a) bei kleinen Rissöffnungen; b) bis zum vollständigen Auszug aller Fasern

Im Hinblick auf die Querschnittsbemessung wird – der Philosophie des Stahlbetons folgend – zwischen dem ungerissenen Zustand I und dem gerissenen Zustand II unterschieden. Für Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit (z. B. Nachweis für Biegung und Längskraft) ist dabei im Allgemeinen von gerissenem Zustand auszugehen, wobei die Zugfestigkeit der Betonmatrix unberücksichtigt bleibt. Dieser Grundsatz wird hier auch für UHPC übernommen, wobei „Zugfestigkeit“ die Festigkeit der Matrix meint und die dem Beton beigemischten Fasern entsprechend einer Stabbewehrung als Bewehrungselemente begriffen werden.

Faserfreier UHPC kann demnach wie Stahlbeton berechnet werden. Für den faserbewehrten UHPC beschreiben allein die Gln. (6) und (7) die Mitwirkung auf Zug. Die Faserwirksamkeit ist dabei als Bemessungswert  $\sigma_{cf0d}$  nach Gleichung (8) zu berücksichtigen.

$$\sigma_{cf0d} = \alpha_{ct} \cdot \frac{\sigma_{cf0k}}{\gamma_{cf}} \quad (8)$$

In Gl. (8) ist  $\sigma_{cf0k}$  der charakteristische Wert der Faserwirksamkeit, der durch statistische Auswertung von Versuchsergebnissen bestimmt wird;  $\gamma_{cf}$  der Teilsicherheitsbeiwert für faserverstärkten UHPC unter Zugbeanspruchung und  $\alpha_{ct}$  ein Beiwert zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen auf die Faserwirksamkeit.

Da bezüglich der Auswirkungen von langandauernder oder wiederholter Belastung auf die Faserwirksamkeit bisher noch keine ausreichend gesicherten Erkenntnisse vorliegen, sollte  $\alpha_{ct}$ , insbesondere bei nichtruhender Belastung, sehr vorsichtig abgeschätzt werden.

### 3 Bemessung für Biegung und Normalkraft

Die Anwendung der Materialmodelle für UHPC und der bekannten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton- oder Spannstahl im Rahmen einer Gleichgewichtsbetrachtung am gerissenen, auf Biegung und Längskraft beanspruchten Querschnitt bereitet zunächst Schwierigkeiten, da für die Faserbewehrung als konstitutives Modell keine Spannungs-Dehnungs-Beziehung, sondern eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung zur Verfügung steht.

Durch die Einführung einer zusätzlichen Verträglichkeitsbedingung, wonach die Relativverschiebungen zwischen Stabbewehrung und Betonmatrix einerseits sowie zwischen der Faserbewehrung und der Betonmatrix andererseits den identischen Schlupf bzw. die identische Rissbreite liefern müssen, lässt sich prinzipiell die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons in eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung überführen und die Aufteilung der Zugkraft zwischen Stabbewehrung und Fasern eindeutig bestimmen. Für Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, wie z. B. die Begrenzung der Rissbreite, ist diese Vorgehensweise unumgänglich, um brauchbare Ergebnisse zu erhalten. Die hierzu notwendigen mechanischen Grundlagen werden von *Leutbecher* beschrieben [8, 9].

Beim Nachweis für Biegung und Längskraft interessiert dagegen in erster Linie die von einem Querschnitt aufnehmbare Beanspruchung, jedoch nicht der genaue Verformungszustand. Daher kann, wie die folgenden Überlegungen zeigen sollen, für diese Problemstellung in aller Regel auch ohne genaue Beachtung der Verträglichkeit eine einfache, genügend genaue Lösung gefunden werden.

Dazu zeigt Abbildung 4 schematisch die am Querschnitt wirkenden Spannungsverteilungen und die daraus resultierenden inneren Kräfte. Die Betondruckspannungen sind vereinfachend ohne die Berücksichtigung eines eventuell zulässigen horizontalen Asts dargestellt. Für einen Querschnitt mit rechteckförmiger Betondruckzone liegt die Spannungsergebnisierende  $F_{cd}$  damit im Dreittelpunkt. In Höhe des Schwerpunkts der Bewehrung wirkt die resultierende Stahlzugkraft  $F_{sd}$ .

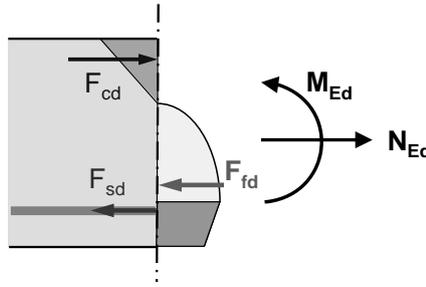


Abbildung 4: Spannungsverteilung und resultierende innere Kräfte am gerissenen Querschnitt

Ergänzt wird dieses Kräftepaar durch die Wirkung der Fasern in der gerissenen Zugzone. Da die Betonzugfestigkeit (Matrix) unberücksichtigt bleibt (siehe Abschnitt 2.2), kann die Verteilung der über den Riss übertragenen Zugspannungen in Abhängigkeit der lokal vorhandenen Rissbreite unmittelbar aus der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung abgeleitet werden. Unter der Annahme einer über die Risstiefe linear veränderlichen Rissbreite (Analogie: ebenbleibender Querschnitt) bildet die Betonzugzone einen Ausschnitt der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung nach den Gln. (6) und (7) ab. In Abbildung 4 ist dies exemplarisch für den Fall veranschaulicht, dass die Rissbreite am unteren (gezogenen) Querschnittsrand etwa das 1,5fache der Rissbreite  $w_0$  (Übergang von der Faseraktivierungs- in die Faserauszugsphase) beträgt. Die Integration der durch die Fasern übertragenen Zugspannungen liefert dann als dritte innere Kraft die Resultierende der Faserbetonspannung  $F_{fd}$ .

Mit Erreichen der Fließgrenze der Bewehrung in einem Riss kommt es zu einer raschen Zunahme der Rissöffnung auf etwa konstantem Lastniveau. Sofern die Rissbreite  $w_0$  im elastischen Bereich des Stahls noch nicht erreicht worden ist, kommt es spätestens mit dem Fließbeginn zum Übergang von der Faseraktivierungs- in die Faserauszugsphase. Als Rissbreite bei oder unmittelbar nach Fließbeginn kann somit ein Mindestwert von  $w = w_0$  angenommen werden.

Für  $w = w_0$  am gezogenen Querschnittsrand liefert die Integration der Gl. (6) mit den Integrationsgrenzen  $w = 0$  und  $w = w_0$  bei rechteckförmiger Betonzugzone einen Völligkeitsbeiwert von 0,83 und für die Lage der Spannungsergebnisierenden einen Höhenbeiwert von 0,56 (siehe Abbildung 5a).

Da der entfestigende Ast der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung in der Phase des Faserauszugs ( $w > w_0$ ) bedeutend flacher verläuft als der ansteigende Ast in der Phase der Faseraktivierung ( $w \leq w_0$ ), ändern sich Völligkeits- und Höhenbeiwert der Spannungsverteilung in der Zugzone bei weiterer Zunahme der Rissöffnung am gezogenen Querschnittsrand nur wenig und zudem zunächst gegenläufig. Während die Völligkeit sich weiter dem Rechteck nähert, wandert die Spannungsergebnisierende in Richtung des Schwerpunkts der gezogenen Querschnittsfläche. D. h., die Resultierende der Faserbetonspannung  $F_{fd}$  nimmt zu, der innere Hebelarm jedoch ab. Aus diesem Grund wird mit der Annahme  $w = w_0$  am gezogenen Rand die Momententragfähigkeit im Allgemeinen recht gut angenähert.

Bei der Bemessung für Biegung und Längskraft von normal- und hochfestem Beton wird für die Handrechnung gerne der mathematisch einfach zu handhabende „Spannungsbloc“ verwendet. Analog dazu kann im vorliegenden Fall für die Betonzugzone die „genauere“ Spannungsverteilung nach Abbildung 5a in einen in Hinblick auf die

Momententragfähigkeit äquivalenten Spannungsblock nach Abbildung 5b überführt werden. Für die Resultierende der Faserbetonspannung  $F_{fd}$  ergeben sich die in Abbildung 5 angegebenen Werte, wobei  $h$  die Gesamthöhe des Querschnitts,  $b$  die Querschnittsbreite und  $x$  die Höhe der Betondruckzone bezeichnet.

Um mit dem Spannungsblock die Faserwirkung nicht zu überschätzen, wird für den Fall, dass die Breite des Querschnitts in Richtung des gezogenen Querschnittsrandes abnimmt, empfohlen,  $0,85 \sigma_{cf0d}$  anstelle von  $0,9 \sigma_{cf0d}$  als Spannungswert des Faserbetons in der Zugzone zu berücksichtigen.

Als Betonspannung am gedrückten Querschnittsrand kann, ohne Berücksichtigung des genauen Verzerrungszustandes, vereinfachend der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit  $f_{cd}$  angesetzt werden.

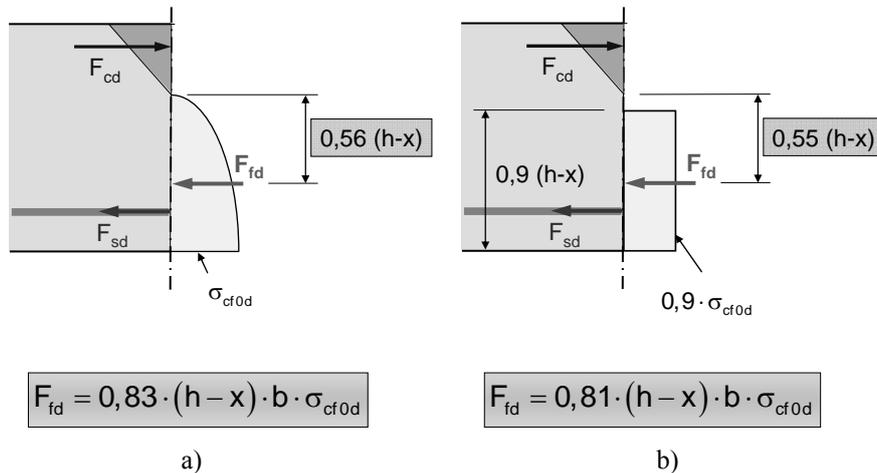


Abbildung 5: Spannungverteilung und durch die Fasern übertragene resultierende Zugkraft bei Erreichen der Rissbreite  $w = w_0$  am unteren Querschnittsrand;  
a) realitätsnahe Spannungsverteilung; b) zu a) äquivalenter Spannungsblock

Im Hinblick auf den Ansatz der Stahlspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist eine Besonderheit kombiniert bewehrter Querschnitte zu beachten. Bei Bewehrungsstählen mit ausgeprägter Streckgrenze hat das Erreichen der Elastizitätsgrenze zunächst eine Lokalisierung der weiteren Verformungen in dem die Tragfähigkeit bestimmenden Riss zur Folge. Der Eintritt in die Verfestigung des Stahls findet dann erst bei relativ großen Rissbreiten statt, verbunden mit einem entsprechend starken Rückgang des durch die Fasern übertragenen Kraftanteils. Die Momententragfähigkeit wird mit dem hier vorgeschlagenen Bemessungsmodell daher am besten erfasst, wenn die Betonstahlspannung mit dem Bemessungswert der Streckgrenze  $f_{yd}$  angesetzt wird, d. h. eine Verfestigung des Stahls nicht berücksichtigt wird. Alternativ, und auf der sicheren Seite liegend, wäre im Falle einer Ausnutzung der Verfestigung des Betonstahls bis zur Zugfestigkeit wegen der dann bereits sehr großen Rissbreiten der Beitrag der Fasern zu vernachlässigen.

In Abbildung 6 ist das vorgeschlagene einfache Modell für die Bemessung von UHPC-Querschnitten für Biegung und Normalkraft noch einmal im Überblick dargestellt.

Basierend auf Abbildung 6 erhält man für den Rechteckquerschnitt die folgenden inneren Kräfte:

$$F_{cd} = 0,5 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (9)$$

$$F_{sd} = A_s \cdot f_{yd} \quad (10)$$

$$F_{fd} = 0,81 \cdot b \cdot (h-x) \cdot \sigma_{cf0d} \quad (11)$$

In den Gln. (9) bis (11) ist  $b$  die Querschnittsbreite,  $h$  die Querschnittshöhe,  $x$  die Druckzonenhöhe,  $A_s$  die Querschnittsfläche der Zugbewehrung und  $f_{yd}$  der Bemessungswert der Streckgrenze der Bewehrung.

Die von der Bemessung des Stahlbetons bekannten Gleichgewichtsbedingungen lauten unter Berücksichtigung des Beitrags der Fasern:

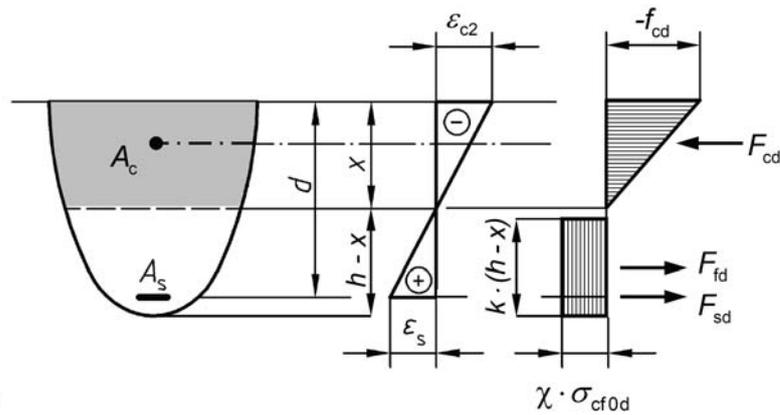
Kräftegleichgewicht:

$$\Sigma H = 0 = N_{Ed} - F_{sld} + F_{cd} - F_{fd} \quad (12)$$

Momentengleichgewicht:

$$\Sigma M = 0 = M_{Eds} - F_{cd} \cdot (d - x/3) + F_{fd} \cdot (d - 0,45 \cdot x - 0,55 \cdot h) \quad (13)$$

Die Gln. (12) und (13) können bei Bedarf noch um den Beitrag einer Stabbewehrung in der Betondruckzone erweitert werden.



**Legende:**

$k = 0,9$

$\chi = 0,9$  im Allgemeinen

$\chi = 0,85$  falls die Breite des Querschnitts in Richtung zur Zugseite abnimmt

Abbildung 6: Vorgeschlagenes Modell für die Bemessung von UHPC-Querschnitten für Biegung und Längskraft

#### 4 Vergleich des vorgeschlagenen Modells mit den Ergebnissen experimenteller Untersuchungen

Von *Stürwald* [11] wurden 4-Punkt-Biegeversuche an UHPC-Balken durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 7 schematisch dargestellt.

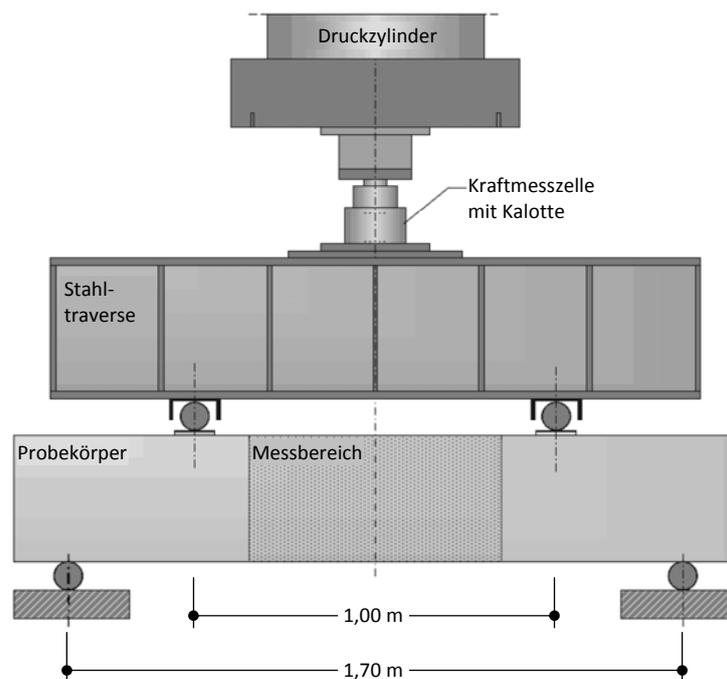


Abbildung 7: Ansicht des Versuchsaufbaus für die 4-Punkt-Biegeversuche [11]

Die Balken besaßen einen Rechteckquerschnitt mit der Breite  $b = 15$  cm und der Höhe  $h = 15$  cm bzw.  $h = 35$  cm. Sie waren mit 3 bis 8 Stäben aus Betonstahl B 500,  $d_s = 12$  mm, oder aus hochfestem, wenig profilierten Stabstahl St 1375/1570,  $d_s = 10,5$  bzw.  $11,5$  mm, sowie im Regelfall zusätzlich mit glatten, geraden Stahlfasern,  $l_f/d_f = 20$  mm/0,25 mm, bewehrt. Die Kennwerte der beiden Stabbewehrungen wurden in Zugversuchen ermittelt. Dabei wurden für die Streckgrenze des Betonstahls 545 bis 570 N/mm<sup>2</sup> und für die Dehngrenze des hochfesten Stahls 1357 N/mm<sup>2</sup> ( $d_s = 10,5$  mm) bzw. 1440 N/mm<sup>2</sup> ( $d_s = 11,5$  mm) erhalten. Die Faserwirksamkeit  $\sigma_{cf0}$  der hier relevanten Faserbetonmischungen wurde in zentrischen Zugversuchen an gekerbten Prismen (Querschnitt im Bereich der Kerbe: 40 mm x 30 mm) zu im Mittel 4,0 N/mm<sup>2</sup> (0,5 Vol.-% Stahlfasern,  $l_f/d_f = 20$  mm/0,25 mm) bzw. zu im Mittel 10,3 N/mm<sup>2</sup> (1,5 Vol.-% Stahlfasern,  $l_f/d_f = 20$  mm/0,25 mm) bestimmt.

Für sieben der in [11] ausführlich dargestellten Versuche sind in Tabelle 1 die wesentlichen Geometrie- und Materialkennwerte sowie die im Versuch erzielten Momententragfähigkeiten  $M_{\text{test}}$  zusammengestellt. Die ebenfalls in Tabelle 1 angegebenen rechnerischen Grenzmomente  $M_{\text{cal}}$  wurden nach dem in Abschnitt 3 beschriebenen

Näherungsverfahren ermittelt. Dabei wurde für die Bewehrung mit den Mittelwerten der Streck- ( $f_{ym}$ ) bzw. Dehngrenze ( $f_{p0,1m}$ ) und für den Beton mit der mittleren Zylinderdruckfestigkeit ( $f_{cm}$ ) gerechnet. Beim Ansatz der Faserwirksamkeit ist zu berücksichtigen, dass sich die Faserorientierung in den Zugprismen und im Balken unterscheidet und zudem die Faserverteilung im Balken innerhalb des Bereichs mit konstanter Momentenbeanspruchung streut. Daher wurde, basierend auf der Auswertung früherer Versuche [7], im maßgebenden Versagensriss eine Faserwirksamkeit von nur 70 % des an den Prismen ermittelten Mittelwerts unterstellt, d. h.  $\sigma_{cf0k} = 2,8 \text{ N/mm}^2$  (0,5 Vol.-% Stahlfasern) bzw.  $\sigma_{cf0k} = 7,2 \text{ N/mm}^2$  (1,5 Vol.-% Stahlfasern).

Tabelle 1: Geometrie- und Materialkennwerte sowie Ergebnisse der Versuche [11] und der Nachrechnung

Probekörperbezeichnung	b [cm]	h [cm]	d [cm]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{cf0k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$M_{test}$ [kNm]	$M_{cal}$ [kNm]
H35-3St-F0	15	35	31,5	3,12*	192	-	138	137
H35-3St-F20-0,5	15	35	31,5	3,12*	211	2,8	167	157
H35-3St-F20-1,5	15	35	31,5	3,12*	189	7,2	179	186
H35-5St-F20-0,5	15	35	30,5	4,85*	184	2,8	223	219
H35-8BSt-F20-0,5	15	35	30,5	9,05**	181	2,8	174	170
H15-3St-F20-0,5	15	15	11,5	3,12*	207	2,8	50,1	50,4
H15-3BSt-F20-0,5	15	15	11,5	3,39**	207	2,8	26,6	25,1

Bewehrungsstahl: \* St 1375/1570 mit  $f_{p0,1m} = 1440 \text{ N/mm}^2$ ; \*\* B 500 mit  $f_{ym} = 570 \text{ N/mm}^2$

## 5 Schlussfolgerungen

Der Vergleich der experimentell und der rechnerisch bestimmten Momententragfähigkeiten zeigt insgesamt eine gute Übereinstimmung. Die Abweichung liegt bei maximal etwa 6 %. Insgesamt kann festgestellt werden, dass der Beitrag der Fasern bei Kombination mit konventioneller Bewehrung nur eine untergeordnete Rolle spielt. Dies gilt besonders bei den üblicherweise angestrebten niedrigen Fasergehalten. Insofern lassen sich unter Anwendung des vorgeschlagenen einfachen Bemessungsmodells mit einem der Problemstellung angemessen Aufwand ausreichend genaue Ergebnisse erzielen.

## 6 Literatur

- [1] DIN EN 1992-1-1:2011-01, EC 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN, Beuth Verlag GmbH, Berlin, Januar 2011.
- [2] DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – EC 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN, Beuth Verlag GmbH, Berlin, Januar 2011.
- [3] fédération internationale du béton (fib), Task Group 8.6: „Draft of Bulletin on Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete“, November 2011 (unveröffentlicht).
- [4] Tue, N. V.; Schenck, G.; Schwarz, J.: Absicherung der statistisch erhobenen Festbetonkennwerte für die neue Normengeneration. Forschungsbericht, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig, 2005.
- [5] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, Juli 2001.
- [6] Pfyl, Th.: Tragverhalten von Stahlfaserbeton, Dissertation ETH Nr. 15005, ETH Zürich, 2003.
- [7] Leutbecher, T.: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC), Dissertation, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 9, kassel university press GmbH, Kassel, 2008. Download unter <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hebis:34-2009031226631>
- [8] Leutbecher, T. und Fehling, E.: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Fasern verstärktem Stahlbeton am Beispiel ultrahochfesten Betons – Teil 1: Rissmechanische Zusammenhänge, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 6/2009, S. 357-367, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.
- [9] Leutbecher, T. und Fehling, E.: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Fasern verstärktem Stahlbeton am Beispiel ultrahochfesten Betons – Teil 2: Experimentelle Untersuchungen und Anwendungsbeispiele, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 7/2009, S. 406-415, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2009.
- [10] Voo, J. Y. L. und Foster, S. J.: Variable Engagement Model for Fibre Reinforced Concrete in Tension, Uniciv Report No. R-420, The University of New South Wales, Sydney 2052, Australia, June 2003.
- [11] Stürwald, S.: Versuche zum Biegetragverhalten von UHPC mit kombinierter Bewehrung, Forschungsbericht, Fachgebiet Massivbau, Fachbereich Bauingenieurwesen, Universität Kassel, 2011.