

Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit nach DIN 1045-1:2001-07

Ekkehard Fehling, Torsten Leutbecher

1. Allgemeines

Der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (Abkürzung: GZG) wird in DIN 1055-100 [1] als der Zustand des Tragwerks definiert, bei dessen Überschreitung die für die Nutzung festgelegten Bedingungen nicht mehr erfüllt sind. Dabei wird unterschieden zwischen einem umkehrbaren Grenzzustand (keine bleibende Überschreitung des Grenzzustandes nach dem Entfernen der maßgebenden Einwirkung) und einem nicht umkehrbaren Grenzzustand (bleibende Überschreitung des Grenzzustandes nach dem Entfernen der maßgebenden Einwirkung). Eine (kurzfristige) Überschreitung des Grenzzustandes muss sich somit nicht zwangsläufig auf die Dauerhaftigkeit oder Tragfähigkeit eines Bauteils/Tragwerks auswirken. Für den Stahl- und Spannbeton interessieren in erster Linie Nachweise für

- die Begrenzung der Verformungen,
- die Begrenzung der Spannungen und
- die Begrenzung der Rissbreiten.

Spannungsbegrenzungen sind dabei in erster Linie für vorgespannte Bauteile von Bedeutung. Darüber hinaus können Nachweise gegen Erschütterungen und Schwingungen von Bedeutung sein, worauf in DIN 1045-1 [2] aber nicht weiter eingegangen wird. Gegen Ermüdung ist, sofern überhaupt notwendig, bei Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen in erster Linie der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu führen.

Für den rechnerischen Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Einwirkungsseite in der Regel mit $\gamma_F = 1,0$ anzusetzen.

Es muss nachgewiesen werden, dass

$$E_d \leq C_d \quad (1)$$

ist. E_d ist dabei der Bemessungswert der maßgebenden Beanspruchung (Auswirkung, engl.: Effect) infolge Einwirkungen und C_d der Bemessungswert des Gebrauchstauglichkeitskriteriums (z. B. ertragbare Spannung, Verformung etc.).

Die Sicherstellung der Dauerhaftigkeit erfordert es, für unterschiedliche Umweltbedingungen die jeweils angemessenen Anforderungen zur Sicherung der Gebrauchstauglichkeit zu definieren. Die geeignete Antwort auf ungünstige Umweltbedingungen kann sein, ein Bauteil vorzuspannen. Umgekehrt sind für ein vorgespanntes Bauteil je nach Art der Vorspannung unterschiedliche Anforderungen zu stellen, um zum Beispiel den Korrosionsschutz der Spannglieder zu gewährleisten. In der Konsequenz bedeutet dies, dass der Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für unterschiedlich häufig eintretende Lastkombinationen (allgemeiner: Einwirkungskombinationen) zu führen ist.

Zu unterscheiden sind nach DIN 1055-100 und DIN 1045-1

- seltene (charakteristische) (engl.: rare),
- häufige (engl.: frequent) oder
- quasi-ständige (engl.: permanent)

Einwirkungskombinationen E_d . Diese unterscheiden sich im Ansatz der veränderlichen Einwirkungen $Q_{k,i}$, die gemäß Tabelle 1 in die Überlagerung eingehen.

Tabelle 1: Kombinationsbeiwerte für veränderliche Einwirkungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)

| Kombination | Unabhängige veränderliche Einwirkungen Q_k | |
|---------------|--|-------------------------------------|
| | Vorherrschende (nummeriert mit $i = 1$) | Andere (nummeriert mit $i > 1$) |
| selten | $Q_{k,1}$ | $\psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$ |
| häufig | $\psi_{1,1} \cdot Q_{k,1}$ | $\psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$ |
| quasi-ständig | $\psi_{2,1} \cdot Q_{k,1}$ | $\psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$ |

Für den Bemessungswert im GZG gehen dabei nach DIN 1055-100 ständige Einwirkungen G und Vorspannung P (p für engl.: prestress) wegen $\gamma_F = 1,0$ stets mit dem charakteristischen Wert ein, so dass $G_d = G_k$ und $P_d = P_k$ wird.

Ergänzend zu DIN 1055-100 legt DIN 1045-1 fest, dass bei vorgespannten Betonbauteilen zwei charakteristische Werte der Vorspannkraft zu berücksichtigen sind:

$$P_{k,sup} = r_{sup} \cdot P_{mt} \tag{2}$$

$$P_{k,inf} = r_{inf} \cdot P_{mt} \tag{3}$$

Hierbei ist

- $P_{k,sup}$ der obere charakteristische Wert der Vorspannkraft
- $P_{k,inf}$ der untere charakteristische Wert der Vorspannkraft
- P_{mt} der Mittelwert der Vorspannkraft

Für die Faktoren r_{inf} und r_{sup} gilt Tabelle 2.

Tabelle 2: Faktoren r_{inf} und r_{sup}

| Vorspannart | r_{inf} | r_{sup} |
|---|-----------|-----------|
| Vorspannung mit sofortigem Verbund und ohne Verbund | 0,95 | 1,05 |
| Vorspannung mit nachträglichem Verbund | 0,90 | 1,10 |

2. Dauerhaftigkeit

Die Festlegung, welche Einwirkungskombinationen in den Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit jeweils anzusetzen sind, erfolgt in Abhängigkeit von den Umweltbedingungen. Die Umweltbedingungen werden durch Expositionsklassen, welche die Art des Angriffs auf Beton oder Bewehrung wiedergeben, erfasst (Tabelle 3).

Tabelle 3: Expositionsklassen nach DIN 1045-1 in Abhängigkeit vom Korrosions- oder Angriffsrisiko

| Art des Angriffs | Expositionsklasse |
|--|-------------------|
| Karbonatisierung (Carbonation) | XC 1-4 |
| Bewehrungskorrosion durch Chloride, ausgenommen Meerwasser | XD 1-3 |
| Bewehrungskorrosion durch Chloride aus Meerwasser | XS 1-3 |
| Betonangriff durch Frost, ohne Taumittel | XF 1-4 |
| Betonangriff durch chemischen Angriff der Umgebung | XA 1-3 |
| Betonangriff durch Verschleißbeanspruchung | XM1-3 |

Für ein Bauteil können gleichzeitig mehrere Expositionsklassen zutreffen. Je nach Vorspannart und Expositionsklasse gibt Tabelle 19 der DIN 1045-1 Mindestanforderungsklassen an (Tabelle 4).

Tabelle 4: Mindestanforderungsklassen in Abhängigkeit von der Expositionsklasse

| Zeile | Spalte | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|---|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|--------------------|
| | Expositions-Klasse | Mindestanforderungsklasse | | | |
| | | Vorspannart | | | |
| | | Vorspannung mit nachträgl. Verbund | Vorspannung mit sofortigem Verbund | Vorspannung ohne Verbund | Stahlbetonbauteile |
| 1 | XC1 | D | D | F | F |
| 2 | XC2-XC4 | C ^a | C | E | E |
| 3 | XD1, XD2, XD3 ^b , XS1-3 | C ^a | B | E | E |
| a | Wird der Korrosionsschutz anderweitig sichergestellt, darf Anforderungsklasse D verwendet werden (siehe Zulassungen der Spannverfahren) | | | | |
| b | Im Einzelfall können zusätzlich besondere Maßnahmen für den Korrosionsschutz notwendig sein | | | | |

Die Festlegung der Expositionsklassen dient, das sei hier erwähnt, natürlich auch für die Festlegung der Mindestanforderungen an die Betondeckung.

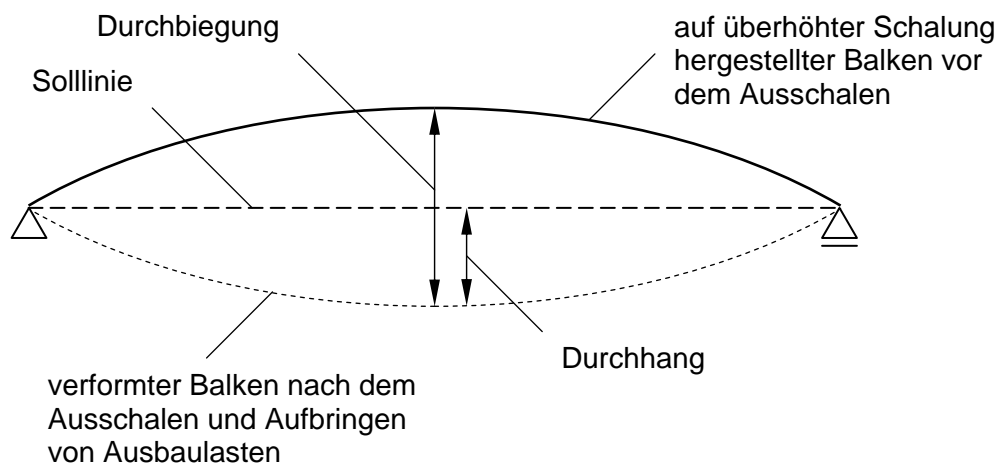
Tabelle 5 (Tabelle 18 der DIN 1045-1) gibt je nach Anforderungsklasse an, welche Einwirkungskombination für die Nachweise der Begrenzung der Rissbreite und im Spannbetonbau für den Nachweis der Dekompression (Querschnitt soll überdrückt bleiben) zugrunde zu legen ist.

Tabelle 5: Anforderungen an die Begrenzung der Rissbreite und die Dekompression

| Zeile | Spalte Anforderungs- klasse | Einwirkungskombination für den Nachweis der | | Rechenwert der Rissbreite w_k in mm |
|-------|-----------------------------------|--|-----------------------|---|
| | | Dekompression | Rissbreitenbegrenzung | |
| 1 | A | selten | - | 0,2 |
| 2 | B | häufig | selten | |
| 3 | C | quasi-ständig | häufig | |
| 4 | D | - | häufig | |
| 5 | E | - | quasi-ständig | 0,3 |
| 6 | F | - | quasi-ständig | 0,4 |

3. Begrenzung der Verformungen

Die Verformungen (Bild 1) eines Bauteils oder eines Tragwerks dürfen weder die ordnungsgemäße Funktion noch das Erscheinungsbild des Bauteils selbst oder angrenzender Bauteile (z. B. leichte Trennwände, Verglasungen, Außenwandverkleidungen, haustechnische Anlagen) beeinträchtigen. Gleiches gilt für die ordnungsgemäße Funktion von Maschinen oder Geräten auf dem Tragwerk.

**Bild 1:** Verformungen: Unterscheidung von Durchbiegung und Durchhang

DIN 1045-1 gibt in Kapitel 11.3 Hinweise auf konkrete Werte von Verformungsgrenzen. Diese sind allerdings nicht als bindende Anforderungen formuliert, sondern lediglich als Anhaltswerte, bei deren Einhaltung erwartet werden darf, dass in der Regel die Gebrauchstauglichkeit eines Tragwerks nicht beeinträchtigt wird. Die Weichheit der Formulierung ist im Allgemeinen im Hinblick darauf wichtig, dass der Planende bzw. der Ausführende hier nicht ungerechtfertigt juristisch in die Pflicht genommen werden kann.

Schäden an angrenzenden Bauteilen, z. B. leichten Trennwänden sind dementsprechend nicht zu erwarten, wenn für die Durchbiegung f unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination

$$f \leq l/500 \quad (4)$$

eingehalten wird. Ansonsten kann

$$f \leq l/250 \quad (5)$$

als ausreichend angesehen werden. l ist dabei die Stützweite eines Balkens oder einer Platte. Es darf ferner angenommen werden, dass das Erscheinungsbild und die Gebrauchstauglichkeit eines Tragwerks nicht beeinträchtigt werden, wenn der Durchhang (vertikale Bauteilverformung bezogen auf die Verbindungslinie der Unterstützungspunkte) eines Balkens, einer Platte oder eines Kragbalkens unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination $1/250$ der Stützweite nicht überschreitet. Bei Kragbalken darf für die Stützweite die 2,5-fache Kraglänge angesetzt werden. Überhöhungen sollten $l_{\text{eff}}/250$ nicht überschreiten.

Bekanntermaßen ist die explizite Berechnung von Verformungen im Betonbau nicht ganz trivial. Daher wird in bewährter Weise der Ersatznachweis über die Begrenzung der Biegeschlankheit für den Regelfall bevorzugt werden. DIN 1045-1 übernimmt hier weitgehend die Regeln aus der bisherigen DIN 1045 [3] für Deckenplatten des üblichen Hochbaus. Gegenüber dem Eurocode 2 [4] bedeutet dies fast immer eine Erleichterung im Hinblick auf die Anforderungen an das Bauteil und den Nachweisenden. Es bleibt bei den bekannten „magischen“ Werten

$$l_i/d \leq 35 \quad (6)$$

für den allgemeinen Fall und

$$l_i^2/d \leq 150 \quad (7)$$

bei durchbiegungsempfindlichen angrenzenden Bauteilen (z. B. Trennwänden). l_i ist die Ersatzstützweite, die mit dem Beiwert α aus der effektiven (tatsächlichen) Stützweite ermittelt wird.

$$l_i = \alpha \cdot l_{\text{eff}} \quad (8)$$

Für häufig vorkommende Anwendungsfälle ist jetzt eine Tafel enthalten, aus der man für

- einseitige Einspannung $\alpha = 0,80$,
- beidseitige Einspannung $\alpha = 0,60$,
- Kragarme $\alpha = 2,40$,
- Flachdecken für das Innenfeld $\alpha = 0,70$ und
für das Randfeld $\alpha = 0,90$

ablesen kann. Bei rechteckigen zweiachsig gespannten Platten, die linienförmig gelagert sind, ist die kleinere Ersatzstützweite l_i für den Nachweis maßgebend. Bei punktförmig gestützten Platten (Flachdecken) ist es hingegen die größere Ersatzstützweite. Die oben angegebenen Werte gelten sinngemäß auch für durchlaufende Platten, sofern das Verhältnis angrenzender effektiver Stützweiten im Bereich

$$0,8 < l_{\text{eff},1}/l_{\text{eff},2} < 1,25 \quad (9)$$

liegt. Für andere Fälle kann der Beiwert α wie bisher nach Heft 240 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [5] abgeschätzt werden.

4. Begrenzung der Spannungen

In DIN 4227 [6] waren umfangreiche Tabellen mit zulässigen Beton- und Stahlspannungen enthalten. Diese waren aus Erfahrung entstanden und durch Abstimmung im Normenausschuss festgelegt worden. Für einzelne Werte ist daher nicht immer eine zwingende Begründung zu finden. Ähnlich wie im Eurocode 2 wurde auch in DIN 1045-1 auf eine solche Tabelle verzichtet, so dass die Regelungen sich auf grundsätzliche Anforderungen beschränken können. Folgende Spannungsnachweise kommen zum Tragen:

- Nachweis der Dekompression,
- Begrenzung von Betondruckspannungen,
- Begrenzung von Betonstahlspannungen und
- Begrenzung von Spann Stahlspannungen.

Bei nicht vorgespannten Bauteilen des üblichen Hochbaus und bei Einhaltung der üblichen Konstruktionsregeln dürfen Spannungsnachweise für den GZG entfallen. Somit sind Spannungsbegrenzungen in erster Linie für vorgespannte Bauteile zu führen.

Oben wurde bereits der Nachweis der Dekompression erwähnt. Mit diesem Spannungsnachweis soll vermieden werden, dass der Korrosionsschutz des Spanngliedes nicht durch bis zum Spannglied reichende Risse verschlechtert wird. Dabei soll in Bauzuständen am Rand der vorgedrückten Zugzone keine Zugspannung auftreten sowie im Endzustand an keiner Stelle des Querschnitts. Dies entspricht im Prinzip der bisherigen vollen Vorspannung, wobei allerdings nach den jeweils geforderten Einwirkungskombinationen zu unterscheiden ist.

Das, was bisher als teilweise Vorspannung bezeichnet wurde, ist im Konzept der DIN 1045-1 automatisch mit enthalten. So sind in Anforderungsklasse C im Verbund vorgespannte Bauteile möglich, die lediglich unter den quasi-ständigen Lasten überdrückt bleiben müssen, nicht jedoch unter Einbezug der veränderlichen Lasten. In den Klassen D bis F werden von der Norm sogar überhaupt keine Anforderungen an die Vermeidung oder Begrenzung von Betonzugspannungen gestellt. Natürlich bleibt es dem Bauherrn vorbehalten, zusätzliche Anforderungen festzulegen.

Eine Begrenzung von Betondruckspannungen ist dann angezeigt, wenn Kriechen die Gebrauchstauglichkeit, Dauerhaftigkeit oder Tragfähigkeit beeinträchtigen kann. Hier ist unter den quasi-ständigen Einwirkungen die Grenze

$$\sigma_c \leq 0,45 \cdot f_{ck} \quad (10)$$

einzuhalten, da ansonsten die Formeln für die Kriechbeiwerte nicht mehr gelten und auch das Superpositionsprinzip bei der Berechnung der Auswirkungen des Kriechens nicht mehr ohne deutliche Fehler angewendet werden kann. Eine weitere Begrenzung ist mit

$$\sigma_c \leq 0,60 \cdot f_{ck} \quad (11)$$

gegeben, das bei ungünstigen Umweltbedingungen (Frostangriff und/oder Chloridangriff) im Hinblick auf die Verhinderung von Längsrissen, die leicht zu einer starken Beeinträchtigung des Korrosionsschutzes der Bewehrung führen können, anzuwenden ist. Hierfür ist die seltene Lastkombination anzusetzen.

Betonstahlspannungen aus Last (direkte Einwirkung) sollen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit auf

$$\sigma_p \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (12)$$

begrenzt werden. Damit soll ein gewisser Spielraum für zusätzliche Spannungen infolge Zwang oder Eigenspannungen verbleiben. Spannungen aus Zwang (indirekte Einwirkung) allein dürfen rechnerisch f_{yk} erreichen.

Der Begrenzung von Spannstahlspannungen kommt eine besondere Bedeutung zu. Nach Abzug der Spannkraftverluste soll unter der quasi-ständigen Kombination der Wert

$$\sigma_p \leq 0,65 \cdot f_{pk} \quad (13)$$

nicht überschritten werden. Nach dem Absetzen der Pressenkraft oder dem Lösen der Verankerung darf im Spannstahl an keiner Stelle und zu keinem Zeitpunkt

$$\sigma_p > \min\{0,9 \cdot f_{p0,1k}; 0,8 \cdot f_{pk}\} \quad (14)$$

sein. Dabei ist $f_{p0,1k}$ der charakteristische Wert der 0,1 %-Dehngrenze und f_{pk} der charakteristische Wert der Zugfestigkeit des Spannstahls. Die Tatsache, dass hier künftig die 0,1 %-Grenze und nicht mehr die 0,2 %-Grenze zugrunde gelegt wird, die aber bei den Bezeichnungen der Spannstähle noch weiter Verwendung findet, mag etwas verwirrend wirken.

5. Begrenzung der Rissbreiten

Hier wird das in DIN 1045 und DIN 4227 mit der Änderung A1 [7] bereits angesteuerte Konzept fortgeschrieben. Zur Aufnahme von Zwangeinwirkungen und Eigenspannungen ist wie in DIN 1045 eine Mindestbewehrung erforderlich, um nach Erreichen der Risschnittgröße (Erstriss) ein Reißen der Bewehrung zu vermeiden und die Rissbreitenbegrenzung einhalten zu können.

Die Mindestbewehrung

$$A_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} / \sigma_s \quad (15)$$

berücksichtigt wie in DIN 4227-A1 über den Beiwert k_c bei Bauteilen mit Normalkraft, insbesondere Druckkraft aus Vorspannung, den Beitrag einer Längsdruckkraft zur Beschränkung der Rissbreite eines Einzelrisses. Bei Vorhandensein von Zugkräften erlaubt k_c einen fließenden Übergang zwischen den Grenzfällen Biegezwang und zentrischem Zwang (Bild 2). Ausgangswert ist daher die Betonspannung σ_c in der Schwerlinie unmittelbar vor Rissbildung. Der Beiwert k erfasst den Einfluss von Eigenspannungen bei dicken Bauteilen.

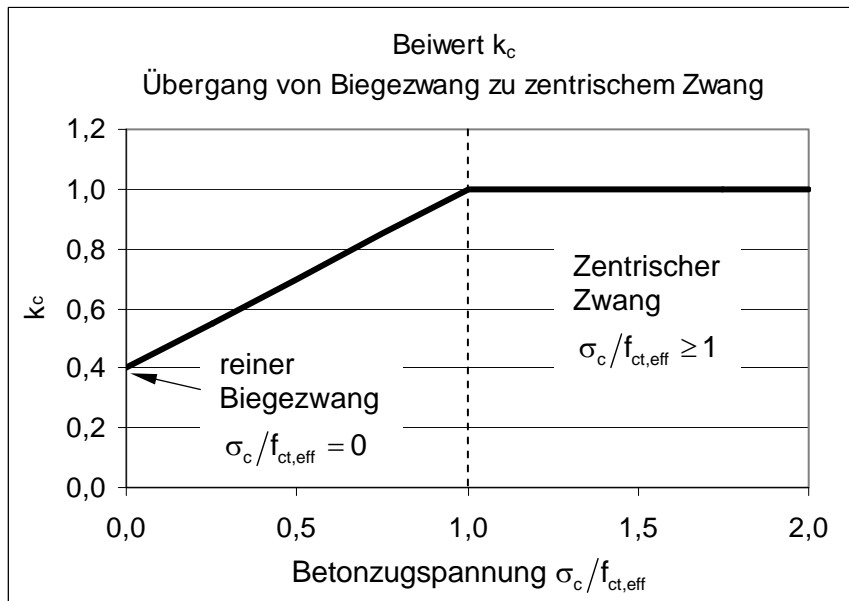


Bild 2: Beiwert k_c für den Übergang zwischen Biegezwang und zentrischem Zwang in Abhängigkeit vom Verhältnis $\sigma_c / f_{ct,eff}$

In bewährter Weise werden Tabellen mit Grenzdurchmessern (Tabelle 6, entspricht Tabelle 20 der DIN 1045-1) und Grenzabständen (Tabelle 7, entspricht Tabelle 21 der DIN 1045-1) der Stäbe zur Einhaltung der gewünschten Rissbreite angegeben, so dass keine explizite Berechnung der Rissbreite oder der zur Rissbreitenbegrenzung erforderlichen Bewehrung nötig ist.

Für die Tabelle 6 wurde eine Bezugs-Betonzugfestigkeit $f_{ct,0}$ von 3,0 N/mm² zugrunde gelegt. Es ist zu beachten, dass die so erhaltenen Grenzdurchmesser für den Fall, dass der Nachweis im frühen Betonalter mit $f_{ct,eff} < f_{ct,0}$ zu führen ist, umzurechnen sind:

$$d_s = d_s^* \cdot f_{ct,eff} / f_{ct,0} \tag{16}$$

Bei dicken Bauteilen ist eine weitere Umrechnung möglich, die ggf. erlaubt, größere Stabdurchmesser einzusetzen.

Tabelle 6: Grenzdurchmesser d_s^* bei Betonstählen

| Zeile | Spalte | 1 | 2 | 3 |
|-------|--|--|----------------------|----------------------|
| | Stahlspannung σ_s N/mm ² | Grenzdurchmesser der Stäbe in mm in Abhängigkeit vom Rechenwert der Rissbreite w_k | | |
| | | $w_k = 0,4\text{mm}$ | $w_k = 0,3\text{mm}$ | $w_k = 0,2\text{mm}$ |
| 1 | 160 | 56 | 42 | 28 |
| 2 | 200 | 36 | 28 | 18 |
| 3 | 240 | 25 | 19 | 13 |
| 4 | 280 | 18 | 14 | 9 |
| 5 | 320 | 14 | 11 | 7 |
| 6 | 360 | 11 | 8 | 6 |
| 7 | 400 | 9 | 7 | 5 |
| 8 | 450 | 7 | 5 | 4 |

Tabelle 7: Höchstwerte der Stababstände von Betonstählen

| Zeile | Spalte | 1 | 2 | 3 |
|-------|--|--|----------------------|----------------------|
| | Stahlspannung σ_s N/mm ² | Grenzabstände der Stäbe in mm in Abhängigkeit vom Rechenwert der Rissbreite w_k | | |
| | | $w_k = 0,4\text{mm}$ | $w_k = 0,3\text{mm}$ | $w_k = 0,2\text{mm}$ |
| 1 | 160 | 300 | 300 | 200 |
| 2 | 200 | 300 | 250 | 150 |
| 3 | 240 | 250 | 200 | 100 |
| 4 | 280 | 200 | 150 | 50 |
| 5 | 320 | 150 | 100 | - |
| 6 | 360 | 100 | 50 | - |

Bei gemischter Bewehrung wird außer der Formel zur Anrechnung von im Verbund liegenden Spanngliedern auf die Mindestbewehrung aus Betonstahl

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{d_s}{d_p}} \quad (17)$$

eine Gleichung zur Bestimmung der Betonstahlspannung unter Berücksichtigung des unterschiedlichen Verbundverhaltens gegeben:

$$\sigma_s = \sigma_{s2} + 0,4 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1/eff\rho + 1/\rho_{tot}) \quad (18)$$

Hierbei ist

ξ das Verhältnis der mittleren Verbundspannungen des betrachteten Spannstahls zum Betonstahl

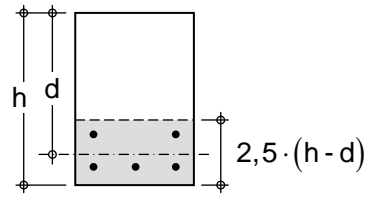
$$eff\rho = (A_s + \xi_1^2 \cdot A_p) / A_{c,eff} \quad (19)$$

$$\rho_{tot} = (A_s + A_p) / A_{c,eff} \quad (20)$$

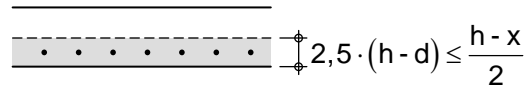
$A_{c,eff}$ Wirkungsbereich der Bewehrung (Bereich in dem die Rissbreite durch die Bewehrung effektiv begrenzt wird) nach Bild 3

σ_{s2} ist die Betonstahlspannung, die aus der Dehnungsebene nach Zustand II berechnet werden kann, während die reale Spannung σ_s im Betonstahl aufgrund des steiferen Verbundes der Betonstahlbewehrung (Rippenstahl) höher ausfällt.

a) Balken



b) Platte



x ist die Höhe der Druckzone im Zustand I

c) Bauteil unter Zugbeanspruchung

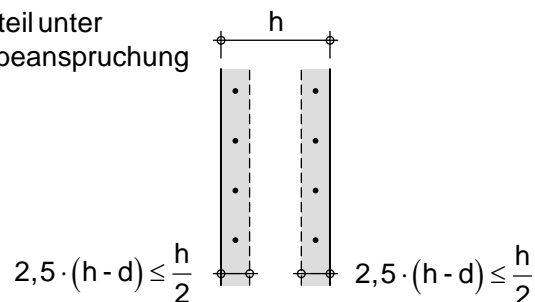


Bild 3: Wirkungsbereich $A_{c,eff}$ der Bewehrung

Ferner ist nun auch ein Verfahren zur direkten Berechnung der Rissbreiten in der Norm enthalten (Abschnitt 11.2.4 der DIN 1045-1). Hierbei wird – dem Konzept von *König/Fehling* [8] folgend – der maximale Rissabstand w_k (kein mittlerer Rissabstand) zugrunde gelegt.

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{21}$$

Die mittlere Dehnungsdifferenz zwischen Bewehrung und Beton ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$) berechnet sich dabei zu

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho)}{E_s} \tag{22}$$

mit dem Verhältnis der E-Moduln

$$\alpha_E = E_s / E_{cm} \tag{23}$$

Der maximale Rissabstand darf mit

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot eff \rho} \leq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \tag{24}$$

bestimmt werden. Im Fall von Einzelrissen stellt dieser Term die doppelte Einleitungslänge dar. Implizit ist in diesen Formeln die mittlere Verbundspannung der Betonstahlbewehrung mit

$$\tau_{sm} = 1,8 \cdot f_{ct,eff} \tag{25}$$

enthalten. Zur Berücksichtigung der Auswirkung einer lang andauernden Belastung ist beim abgeschlossenen Rissbild der Mitwirkungsterm des Betons zwischen den Rissen mit maximalem Abstand $s_{r,max}$ von

$$0,6 \cdot f_{ct,eff} (1 + \alpha_E \cdot \text{eff}\rho) / \text{eff}\rho \quad (26)$$

auf

$$0,4 \cdot f_{ct,eff} (1 + \alpha_E \cdot \text{eff}\rho) / \text{eff}\rho \quad (27)$$

vermindert. Im Fall von Einzelrissen müsste bei kurz dauernder Belastung

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,4 \cdot \sigma_s / E_s \quad (28)$$

angesetzt werden. Die bei lang dauernder Belastung verlängerte Einleitungslänge wird in den Formeln der DIN 1045-1 vereinfacht durch Modifikation der mittleren Dehnung auf

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,6 \cdot \sigma_s / E_s \quad (29)$$

erfasst. Damit wird auf anderem Weg das richtige Ergebnis (Produkt aus Rissabstand und mittlerer Dehnung) erhalten.

Durch Umformen der Gleichungen (21) bis (29) erhält man die folgenden Beziehungen zur direkten Bestimmung der erforderlichen Fläche der Mindestbewehrung:

a) für Einzelrisse

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_s^2}{6 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k}} \quad (30)$$

b) für das abgeschlossene Rissbild

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{cr,eff} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k}} \quad (31)$$

Dabei ist

F_s Stahlkraft im Riss, bei Zwang $F_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}$ oder bei Lastbeanspruchung
 $F_s = M_s / z + N \approx 1,2 \cdot M / h + 0,5 \cdot N$ (z ist der innere Hebelarm im Zustand II)

$F_{cr,eff}$ Risskraft der effektiven Zugzone im Wirkungsbereich des Bewehrungsstahls (Bild 3)

Bei der Ableitung dieser Formeln wurde vereinfachend $(1 + \alpha_E \cdot \text{eff}\rho) \approx 1,0$ gesetzt. Die direkte Berechnung mit den beiden Gleichungen (30) und (31) stellt sehr häufig eine sinnvolle und einfach zu handhabende (und leicht programmierbare) Alternative zur Verwendung der Tabellen dar.

6. Beispiele

Die folgenden Beispiele zu den Nachweisen in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit konzentrieren sich auf die Nachweise der Begrenzung der Rissbreite. Hinsichtlich der Nachweise der Begrenzung der Spannungen, die, wie bereits erwähnt, vornehmlich bei vorgespannten Konstruktionen zu führen sind, wird auf einen vertiefenden Beitrag zum Thema Spannbetonbau im Rahmen dieses Seminars verwiesen.

Es werden drei Beispiele behandelt:

- Nachweis der Begrenzung der Rissbreite einer Stahlbetonwand unter Zwangbeanspruchung
- Nachweis der Begrenzung der Rissbreite eines Stahlbetonbalkens unter Lastbeanspruchung
- Nachweis der Begrenzung der Verformungen und Nachweis der Begrenzung der Rissbreite einer Stahlbetondeckenplatte unter der kombinierten Beanspruchung aus Last und Zwang

6.1 Nachweis der Begrenzung der Rissbreite einer Stahlbetonwand unter Zwangbeanspruchung

Eine Stahlbetoninnenwand (Bild 4) wird auf ein bereits erhärtetes Streifenfundament betoniert. Das Fundament stellt für die Wand einen Festpunkt dar, der beim Abfließen der Hydratationswärme und dem Schwinden die Verformung der Wand behindert. Es entstehen dadurch Zwangkräfte, die die Zugfestigkeit des Betons bereits im jungen Betonalter überschreiten und bei nicht ausreichender rissverteiler Bewehrung klaffende Einzelrisse erzeugen können.

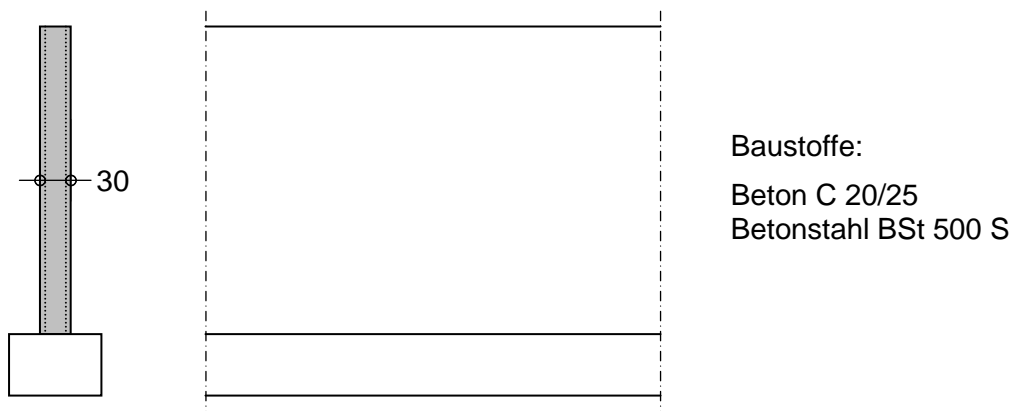


Bild 4: Stahlbetoninnenwand

Für ein Stahlbetoninnenbauteil (Expositionsklasse XC1) gilt nach Tabelle 4 (Tabelle 19 der DIN 1045-1) die Mindestanforderungsklasse F. Entsprechend ist die Rissbreite nach Tabelle 5 (Tabelle 18 der DIN 1045-1) auf $w_k = 0,4\text{ mm}$ zu begrenzen.

Bei den Zwangkräften in der Wand handelt es sich um zentrischen Zwang, der maximal die Größe der Rissnormalkraft des Querschnitts erreichen kann.

Zum Zeitpunkt des Abfließens der Hydratationswärme hat der Beton noch nicht seine volle Zugfestigkeit erreicht. Für Beton im jungen Betonalter (3 bis 5 Tage nach dem Einbringen des Betons) darf nach DIN 1045-1, Abschnitt 11.2.2 die wirksame Betonzugfestigkeit zu 50 % der mittleren Zugfestigkeit nach 28 Tagen gesetzt werden. Entsprechend gilt für einen Beton C 20/25

$$f_{ct,eff} = 0,5 \cdot f_{ctm} = 0,5 \cdot 2,2 = 1,1 \text{ N/mm}^2 .$$

Die Risskraft des Querschnitts ergibt sich dann zu

$$F_{cr} = k \cdot h \cdot f_{ct,eff} = 0,8 \cdot 0,30 \cdot 1,1 = 0,264 \text{ MN/m} ,$$

wobei der Beiwert k nichtlinear verteilte Betonzugspannungen infolge im Bauteil selbst hervorgerufenen Zwangs (z. B. Eigenspannungen infolge Abfließens der Hydratationswärme) berücksichtigt ($k = 0,8$ für $h \leq 300 \text{ mm}$). Die so ermittelte Risskraft entspricht der Zugkraft F_s die von den beiden Bewehrungslagen der Wand bei Erstrissbildung aufgenommen werden muss.

Der Abstand der Bewehrung vom Querschnittsrand ergibt sich bei einer Betondeckung $c_{nom} = 2,0 \text{ cm}$ und einem angestrebten Bewehrungsdurchmesser $d_s = 10 \text{ mm}$ zu

$$d_1 = d_2 = c_{nom} + d_s/2 = 2,0 + 1,0/2 = 2,5 \text{ cm} .$$

Der Nachweis der Begrenzung der Rissbreite kann nun entweder mit Hilfe der Tabellen 6 und 7 oder durch direkte Berechnung nach den Gleichungen (30) bzw. (31) erfolgen. Beide Verfahren sollen im Folgenden auf das Beispiel angewendet werden.

Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung

Zunächst wird der Weg ohne explizite Berechnung der Rissbreite gewählt (Abschnitt 11.2.2, DIN 1045-1). Die Begrenzung der Rissbreite ist in diesem Fall durch eine Begrenzung des Stabdurchmessers nach Gleichung (129) der DIN 1045-1 nachzuweisen. Hierzu ist d_s aus dem Grenzdurchmesser d_s^* der Tabelle 6 (Tabelle 20 der DIN 1045-1) in Abhängigkeit von der wirksamen Betonzugfestigkeit und der Bauteilgeometrie zu berechnen:

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_t}{4 \cdot (h - d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad \text{mit} \quad f_{ct,0} = 3,0 \text{ N/mm}^2 .$$

D. h., d_s darf bei der Wahl des Bewehrungsquerschnitts nicht überschritten werden, um die Rissbreite auf das angestrebte Maß zu beschränken.

Bei Zug mit geringer Ausmitte und beidseitiger Bewehrung ist der Wirkungsbereich der Bewehrung (effektive Betonzugzone) beidseitig vorhanden. Deshalb ist entweder anstelle von $(h - d)$ der Wert $2 \cdot d_1$ anzusetzen oder die Zugzonenhöhe h_t zu halbieren (halbe Querschnittshöhe). Der Beiwert k_c berücksichtigt den Einfluss der Spannungsverteilung innerhalb der Zugzone A_{ct} vor der Erstrissbildung sowie die Änderung des inneren Hebelarms beim Übergang in den Zustand II (vgl. Bild 2).

Der Ausdruck $k_c \cdot k \cdot h_t \cdot f_{ct,eff}$ entspricht der Zugkraft $F_{cr} = F_s$, die schon oben berechnet wurde ($k_c = 1,0$, da zentrischer Zug).

Somit gilt für den Grenzdurchmesser

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{F_s}{4 \cdot 2 \cdot d_1 \cdot f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}}$$

Das Umstellen obiger Gleichung nach d_s^* und anschließendes Einsetzen der bisher berechneten Größen liefert

$$\begin{aligned} d_s^* &= d_s \cdot \frac{4 \cdot 2 \cdot d_1 \cdot f_{ct,0}}{F_s} = 10 \cdot \frac{4 \cdot 2 \cdot 0,025 \cdot 3,0}{0,264} = 22,7 \text{ mm (maßgebend!)} \\ &\leq d_s \cdot \frac{f_{ct,0}}{f_{ct,eff}} = 10 \cdot \frac{3,0}{1,1} = 27,3 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Aus Tabelle 6 gewinnt man durch lineare Interpolation für $d_s^* = 22,7 \text{ mm}$ und $w_k = 0,4 \text{ mm}$ die Stahlspannung, die nicht überschritten werden darf, um die Rissbreite auf das angestrebte Maß zu beschränken:

$$\max \sigma_s \approx 253 \text{ N/mm}^2$$

Die erforderliche Mindestbewehrung beträgt somit

$$A_{s,erf} = \frac{F_s}{\max \sigma_s} = \frac{0,264}{253} \cdot 10^4 = 10,43 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Berechnung der Rissbreite

Auf ähnlich schnellem Wege zum Ziel gelangt man durch eine direkte Berechnung (Abschnitt 11.2.4, DIN 1045-1) nach den Gleichungen (30) bzw. (31).

Hierzu wird als weiterer Parameter die Risskraft des Wirkungsbereichs der Bewehrung (Bild 3) benötigt, anhand deren Größe zu entscheiden ist, ob es sich bei dem zu erwartenden Riss um einen Einzelriss handelt oder ob ein abgeschlossenes Rissbild vorliegt. Aufgrund der zentrischen Beanspruchung und der beidseitig vorhandenen Bewehrung (zwei Wirkungsbereiche) gilt für die Größe der effektiven Betonzugzone

$$A_{c,eff} = 2 \cdot 2,5 \cdot d_1 = 2 \cdot 2,5 \cdot 0,025 = 0,125 \text{ m}^2/\text{m}.$$

Die Risskraft des Wirkungsbereichs der Bewehrung ergibt sich hieraus zu

$$F_{cr,eff} = A_{c,eff} \cdot f_{ct,eff} = 0,125 \cdot 1,1 = 0,138 \text{ MN/m} < 0,264 \text{ MN/m}.$$

Die bei Erstrissbildung freiwerdende Zugkraft übersteigt die Risskraft des Wirkungsbereichs der Bewehrung. Somit liegt ein abgeschlossenes Rissbild vor. Die erforderliche Mindestbewehrung kann nun mit der für abgeschlossenes Rissbild geltenden Gleichung (31) berechnet werden.

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{cr,eff} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,138 \cdot (0,264 - 0,4 \cdot 0,138)}{3,6 \cdot 200000 \cdot 1,1 \cdot 0,4}} \cdot 10^4 = 9,54 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die Spannung in der Bewehrung darf auf keinen Fall die Streckgrenze überschreiten, da sich sonst die Risse sehr weit öffnen. Daher ist bei Anwendung der Gleichungen (30) bzw. (31) die Betonstahlspannung stets gesondert zu überprüfen.

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} = \frac{0,264}{9,54} \cdot 10^4 = 277 \text{ N/mm}^2 < f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

Gewählt: $\varnothing 10/15$ je Seite $\hat{=} 10,47 \text{ cm}^2/\text{m}$

Das Verfahren der direkten Berechnung der Rissbreite liefert das etwas wirtschaftlichere Ergebnis. Die in Tabelle 6 enthaltenen Grenzdurchmesser wurden zwar ebenfalls aus den Gleichungen (21) bis (29) abgeleitet, sie stellen jedoch nur für einen Einzelfall das rechnerisch exakte Ergebnis dar und liegen ansonsten etwas auf der sicheren Seite.

6.2 Nachweis der Begrenzung der Rissbreite eines Stahlbetonbalkens unter Lastbeanspruchung

Für einen Stahlbetonbalken mit Rechteckquerschnitt (Bild 5) soll ein Nachweis der Begrenzung der Rissbreite unter Lastbeanspruchung geführt werden. Im Hinblick auf die spätere Überlagerung für die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit und den dabei anzuwendenden unterschiedlichen Teilsicherheits- bzw. Kombinationsbeiwerten ist es zweckmäßig, die Schnittgrößen im maßgebenden Schnitt getrennt nach Lastfällen zu ermitteln. Für den Stahlbetonbalken ergaben sich als charakteristische Größen der Biegemomente:

Ständige Last: $M_{g,k} = 40,0 \text{ kNm}$
 Verkehrslast: $M_{q,k} = 80,0 \text{ kNm}$ (Verkaufsräume im darüberliegenden Geschoss)

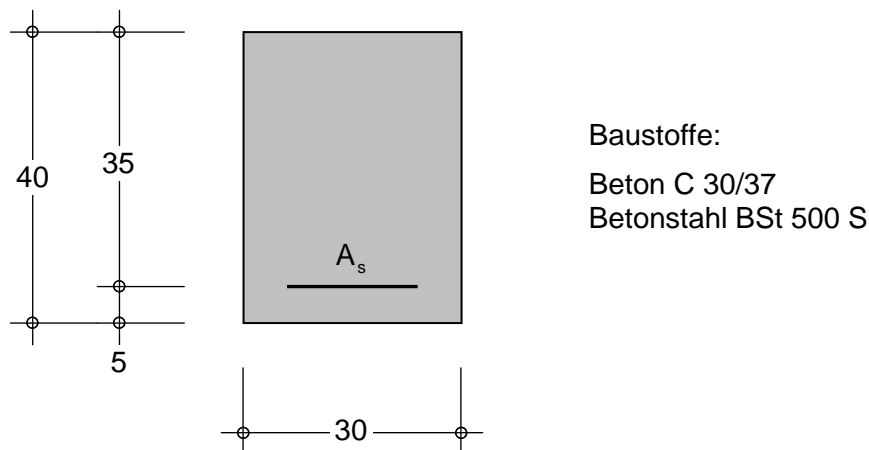


Bild 5: Querschnitt eines Stahlbetonbalkens

Das Bauteil befindet sich in einer Tiefgarage, zu der die Außenluft ständig Zugang hat. Es ist die Expositionsklasse XC3 anzusetzen. Für die Mindestanforderungsklasse E (Tabelle 4) ist gemäß Tabelle 5 der Nachweis der Begrenzung der Rissbreite für die quasi-ständige Einwirkungskombination zu führen, wobei die Rissbreite $w_k = 0,3 \text{ mm}$ nicht überschreiten darf.

Den Kombinationsregeln in Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass für die quasi-ständige Kombination neben der 1,0-fachen ständigen Last die Verkehrslast anteilig mit dem Beiwert ψ_2 zu berücksichtigen ist. Der Beiwert ψ_2 kann in Abhängigkeit von der Art der Nutzung der Tabelle 8 entnommen werden (Tabelle A.2 der DIN 1055-100).

Tabelle 8: Kombinationsbeiwerte ψ

| Einwirkung | ψ_0 | ψ_1 | ψ_2 |
|--|----------|----------|----------|
| Nutzlasten ^{a d} | | | |
| - Kategorie A – Wohn und Aufenthaltsräume | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| - Kategorie B – Büros | 0,7 | 0,5 | 0,3 |
| - Kategorie C – Versammlungsräume | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| - Kategorie D – Verkaufsräume | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| - Kategorie E – Lagerräume | 1,0 | 0,9 | 0,8 |
| Verkehrslasten | | | |
| - Kategorie F – Fahrzeuglast ≤ 30 kN | 0,7 | 0,7 | 0,6 |
| - Kategorie G ≤ 30 kN \leq Fahrzeuglast ≤ 160 kN | 0,7 | 0,5 | 0,6 |
| - Kategorie H – Dächer | 0 | 0 | 0 |
| Schnee- und Eislasten | | | |
| Orte bis NN + 1000 m | 0,5 | 0,2 | 0 |
| Orte über NN +1000 m | 0,7 | 0,5 | 0,2 |
| Windlasten | 0,6 | 0,5 | 0 |
| Temperaturlasten (nicht Brand) ^b | 0,6 | 0,5 | 0 |
| Baugrundsetzungen | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| Sonstige Einwirkungen ^c | 0,8 | 0,7 | 0,5 |
| ^a Abminderungsbeiwerte für Nutzlasten in mehrgeschossigen Hochbauten s. E DIN 1055-3 ^b siehe E DIN 1055-7 ^c ψ -Beiwerte für Flüssigkeitsdruck sind betriebsbedingt festzulegen ^d ψ -Beiwerte für Maschinenlasten sind betriebsbedingt festzulegen | | | |

Für Verkaufsräume gilt $\psi_2 = 0,6$. Somit ergibt sich der maßgebende Bemessungswert für den Nachweis der Begrenzung der Rissbreite zu

$$M_{Ed} = M_{g,k} + \psi_2 \cdot M_{q,k} = 40,0 + 0,6 \cdot 80,0 = 88,0 \text{ kNm} .$$

Das weitere Vorgehen ähnelt dem im vorangegangenen Beispiel und wird wieder für die beiden möglichen Verfahren des Nachweises gezeigt.

Bei einer Beanspruchung durch Last (Beton vollständig erhärtet) kommt eine Reduzierung der Zugfestigkeit nicht in Frage. Vielmehr ist nach Abschnitt 11.2.2 (5) der DIN 1045-1 eine Zugfestigkeit von mindestens 3 N/mm^2 anzusetzen, wenn der Zeitpunkt der Rissbildung nicht mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tage festgelegt werden kann. Dies beruht auf der Überlegung, dass Betone der unteren Festigkeitsklassen in der Regel aus Zementen mit langsamer Festigkeitsentwicklung hergestellt werden und somit auch nach 28 Tagen noch eine nicht zu vernachlässigende Zunahme der Festigkeit (auch der Zugfestigkeit) zu erwarten ist. Für den Nachweis wird daher nicht mit der mittleren Zugfestigkeit ($f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$ für C 30/37), sondern mit

$$f_{ct,eff} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

gerechnet.

Zunächst wird überprüft, ob ggf. das Rissmoment größer ist als der maßgebende Bemessungswert der Belastung.

$$M_{cr} = k \cdot f_{ct,eff} \cdot W_c = 0,8 \cdot 3,0 \cdot \frac{0,30 \cdot 0,40^2}{6} = 0,0192 \text{ MNm} \approx 19,2 \text{ kNm} < 88,0 \text{ kNm},$$

wobei der Beiwert k zur Berücksichtigung von Eigenspannungen wieder mit 0,8 angesetzt wurde (maßgebend ist die kleinste Querschnittsabmessung, hier also $b \leq 300 \text{ mm}$). Da das Moment aus Last größer ist als das Rissmoment, erübrigt sich ein Nachweis der Mindestbewehrung. Nachzuweisen ist die Begrenzung der Rissbreite unter der maßgebenden Einwirkungskombination.

Die von der Bewehrung aufzunehmende Zugkraft wird überschlägig ermittelt zu

$$F_s = \frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} \approx \frac{0,088}{0,9 \cdot 0,35} = 0,279 \text{ MN},$$

wobei der Hebelarm der inneren Kräfte mit $0,9 \cdot d$ abgeschätzt wird.

Der weitere Nachweis kann nun wieder mit Hilfe der Tabellen 6 und 7 oder durch eine direkte Berechnung nach den Gleichungen (30) bzw. (31) geführt werden.

Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung

Der Nachweis ohne direkte Berechnung kann bei Rissen infolge überwiegender direkter Einwirkung (Lastbeanspruchung) entweder durch Beschränkung des Stabdurchmessers (Tabelle 6) oder durch die Einhaltung maximaler Stababstände (Tabelle 7) erfolgen, wobei letzteres nur bei Flächentragwerken zweckmäßig ist. Der Grenzdurchmesser ist nach Gleichung (131) der DIN 1045-1 umzurechnen.

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad \text{mit } f_{ct,0} = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Ausdruck $\sigma_s \cdot A_s$ entspricht der oben berechneten Zugkraft F_s , die vom Stahl aufgenommen werden muss. Angestrebt wird ein Stabdurchmesser $d_s = 20 \text{ mm}$. Nach einer Umstellung ergibt sich

$$\begin{aligned} d_s^* &= d_s \cdot \frac{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}}{F_s} = 20 \cdot \frac{4 \cdot 0,05 \cdot 0,30 \cdot 3,0}{0,279} = 12,9 \text{ mm (maßgebend!)} \\ &\leq d_s \cdot \frac{f_{ct,0}}{f_{ct,eff}} = 20 \cdot \frac{3,0}{3,0} = 20 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Aus Tabelle 6 erhält man für $d_s^* = 12,9 \text{ mm}$ und $w_k = 0,3 \text{ mm}$

$$\max \sigma_s \approx 295 \text{ N/mm}^2.$$

Für die erforderliche Mindestbewehrung folgt

$$A_{s,\text{eff}} = \frac{F_s}{\max \sigma_s} = \frac{0,279}{295} \cdot 10^4 = 9,46 \text{ cm}^2.$$

Berechnung der Rissbreite

Für die Größe der effektiven Betonzugzone (Wirkungsbereich der Bewehrung) gilt:

$$A_{c,\text{eff}} = 2,5 \cdot d_1 \cdot b = 2,5 \cdot 0,05 \cdot 0,30 = 0,0375 \text{ m}^2 \leq \frac{h-x}{2} \cdot b = \frac{0,40-0,20}{2} \cdot 0,30 = 0,03 \text{ m}^2,$$

wobei x der Höhe der Druckzone im Zustand I, bei reiner Biegung also der halben Querschnittshöhe, entspricht.

Die Risskraft des Wirkungsbereichs der Bewehrung ergibt sich zu

$$F_{cr,\text{eff}} = A_{c,\text{eff}} \cdot f_{ct,\text{eff}} = 0,03 \cdot 3,0 = 0,090 \text{ MN} < 0,279 \text{ MN}.$$

Da die bei Erstrissbildung freiwerdende Zugkraft die Risskraft des Wirkungsbereichs der Bewehrung übersteigt, liegt ein abgeschlossenes Rissbild vor. Die erforderliche Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite lässt sich für $d_s = 20 \text{ mm}$ und $w_k = 0,3 \text{ mm}$ mit Gleichung (31) zu

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{cr,\text{eff}} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr,\text{eff}})}{3,6 \cdot E_s \cdot f_{ct,\text{eff}} \cdot w_k}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 0,090 \cdot (0,279 - 0,4 \cdot 0,090)}{3,6 \cdot 200000 \cdot 3,0 \cdot 0,3}} \cdot 10^4 = 8,22 \text{ cm}^2$$

berechnen.

Bei überwiegender Beanspruchung aus Last ist die Stahlspannung gemäß Gleichung (12) auf 80 % der Größe der Streckgrenze zu begrenzen.

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} = \frac{0,279}{8,22} \cdot 10^4 = 339 \text{ N/mm}^2 < 0,8 \cdot f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$$

Gewählt: $3 \text{ } \varnothing 20 \hat{=} 12,56 \text{ cm}^2$, sofern der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (Bemessung für Biegung) keinen größeren Wert liefert.

Aufgrund des nicht weniger großen Aufwandes bei Anwendung des Tabellenverfahrens, ist es in der Regel zweckmäßig, die wirtschaftlichere Begrenzung der Rissbreite durch direkte Berechnung vorzuziehen.

6.3 Nachweis der Begrenzung der Verformungen und Nachweis der Begrenzung der Rissbreite einer Stahlbetondeckenplatte unter der kombinierten Beanspruchung aus Last und Zwang

6.3.1 Abmessungen, Statisches System

Für die einachsig gespannte Stahlbetondeckenplatte einer Lagerhalle (Bild 6, Position 1) sollen die Nachweise der Begrenzung der Verformungen und der Rissbreite geführt werden. Die Platte läuft über mehrere Felder durch (Stützweite jeweils $l_{\text{eff}} = 7,00$ m) und ist an ihren Rändern monolithisch mit den aussteifenden Umfassungswänden verbunden, so dass näherungsweise von einer horizontal unverschieblichen Lagerung ausgegangen werden kann (Behinderung der Schwindverformungen). Als Zwischenunterstützungen dienen Stahlbetonunterzüge.

Es handelt sich um ein Innenbauteil in trockener Umgebung (Expositionsklasse XC1).

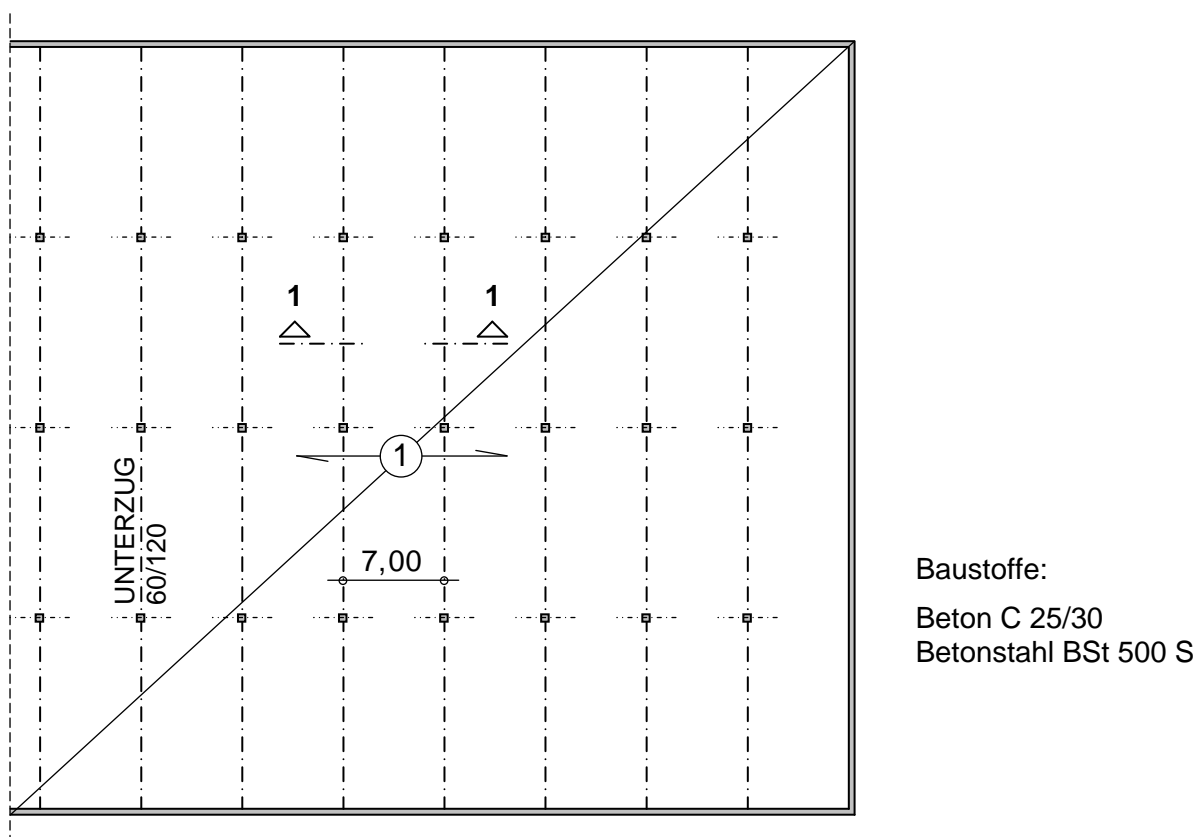


Bild 6: Geschossdecke einer Lagerhalle (Ausschnitt)

6.3.2 Begrenzung der Verformungen

Die ungünstigsten Randbedingungen liegen für das Endfeld des Durchlaufträgers vor. Aufgrund gleicher angrenzender Stützweiten kann der Beiwert $\alpha = 0,8$ zur Berechnung der ideellen Stützweite l_i direkt aus Tabelle 22 der DIN 1045-1, Zeile 2 entnommen werden (einseitig gelenkiges, einseitig eingespanntes System). Für l_i ergibt sich

$$l_i = \alpha \cdot l_{\text{eff}} = 0,8 \cdot 7,00 = 5,60 \text{ m.}$$

Der Nachweis der Begrenzung der Verformungen ohne direkte Berechnung ist dann nach Gleichung (6) zu führen. Legt man eine Statische Nutzhöhe $d \approx 26,5$ cm zugrunde, so lautet die Nachweisformel

$$l_i/d = 5,60/0,265 = 21 < 35.$$

Für den Fall, dass an die Deckenplatte erhöhte Anforderungen im Hinblick auf die Begrenzung der Verformungen gestellt werden, ist zusätzlich nach Gleichung (7) nachzuweisen:

$$l_i^2/d = 5,60^2/0,265 = 118 < 150$$

Die Deckenplatte erfüllt somit beide Bedingungen.

6.3.3 Begrenzung der Rissbreite

Der Nachweis der Begrenzung der Rissbreite ist in diesem Fall (Expositionsklasse XC1) für $w_k = 0,4$ mm und die quasi-ständige Einwirkungskombination zu führen (Anforderungsklasse F). Der Momentenverlauf infolge Lastbeanspruchung unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination ist in Bild 7 dargestellt. Als maßgebende Biegemomente für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erhält man in Feldmitte $M_A = 47,0$ kNm/m und an den Rändern der Unterzüge $M_B = -70,8$ kNm/m.

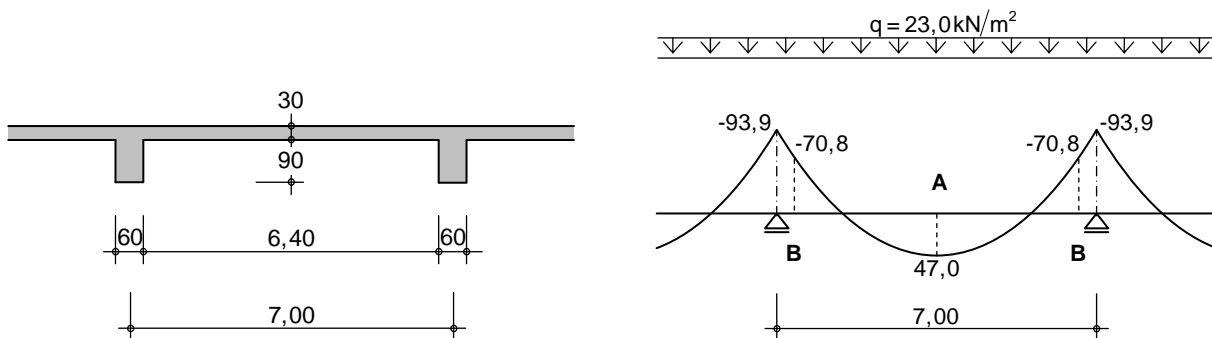


Bild 7: Schnitt 1-1 und Verlauf der Biegemomente unter quasi-ständiger Last

Neben der Beanspruchung aus Last ist aufgrund der Verformungsbehinderung der Decke durch die Umfassungswände mit einer Zwangbeanspruchung zu rechnen. Dieser Zwang resultiert aus Schwinden und einem Temperaturunterschied infolge abfließender Hydratationswärme. Die Größe der Schwinddehnung kann beispielsweise nach Abschnitt 9.1.4 der DIN 1045-1 oder in Ergänzung nach Heft 525 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [9] in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen und der Querschnittsgeometrie abgeschätzt werden. Als Temperaturunterschied infolge abfließender Hydratationswärme können nach *König/Tue* [10] auf der sicheren Seite liegend die folgenden Werte angesetzt werden:

$$\begin{aligned} t_s &= 10 - 15\text{K} \text{ für dünne Bauteile } (h < 30 \text{ cm}) \\ t_s &= 15 - 25\text{K} \text{ für mäßig dicke Bauteile } (30 \text{ cm} \leq h < 60 \text{ cm}) \\ t_s &= 20 - 40\text{K} \text{ für massige Bauteile } (h \geq 60 \text{ cm}) \end{aligned}$$

Die unteren Grenzen gelten für Zemente mit niedriger und langsamer Wärmeentwicklung (NW-Zemente); die oberen Grenzen entsprechend für Zemente mit hoher Wärmeentwicklung.

Aufgrund der Querschnittsgeometrie und der Umgebungsbedingungen kann nach [9, 10] die Zwangdehnung hier näherungsweise zu ca. 0,7 ‰ angenommen werden.

Die Deckenplatte wird somit durch eine Kombination aus Last und Zwang beansprucht. Nach Abschnitt 11.2.4 (7) der DIN 1045-1 ist es in den Fällen, in denen die resultierende Zwangdehnung 0,8 ‰ nicht überschreitet, im Allgemeinen ausreichend, die Rissbreite für den größeren Wert der Spannung aus Zwang- oder Lastbeanspruchung zu ermitteln. Folglich kann für übliche Zwangbeanspruchungen – so auch in diesem Beispiel – auf eine Überlagerung beider Belastungsarten verzichtet werden.

Eine Berücksichtigung beider Einflüsse (Last und Zwang) macht die Begrenzung der Rissbreite jedoch zuverlässiger und auch wirtschaftlicher, allerdings ist die Behandlung dieser Aufgabe nicht ganz einfach, da die Ermittlung der zu erwartenden Zwangkräfte den Ansatz realistischer Steifigkeiten und eine integrale Betrachtung des Dehnungsunterschiedes zwischen Stahl und Beton über die Bauteillänge erfordert. Daher haben *Fehling/Leutbecher* [11] ein Näherungsverfahren abgeleitet, das es erlaubt, für weitgespannte, an den Enden verformungsbehinderte Biegetragglieder die Größe der Zwangkraft mit Hilfe von Bemessungshilfen (Interaktionsdiagramme) abzuschätzen.

Im Folgenden soll zunächst der Nachweis der Begrenzung der Rissbreite für den größeren Wert der Spannung aus Zwang- oder Lastbeanspruchung (Abschnitt 11.2.4 (7) der DIN 1045-1) und anschließend für die kombinierte Beanspruchung aus Last und Zwang geführt werden. In beiden Fällen wird das Verfahren der direkten Berechnung der Rissbreite angewendet.

Beschränkung der Rissbreite für den größeren Wert der Spannung aus Zwang- oder Lastbeanspruchung

Bei dieser Betrachtungsweise entspricht die Zwangbeanspruchung der Risslast des Querschnitts (voller zentrischer Zwang). Mit $k = 0,8$ und $f_{ct,eff} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ (Rissbildung nicht mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tage) gilt für die im Riss von einer Bewehrungslage aufzunehmende Kraft

$$F_s = 0,5 \cdot b \cdot h \cdot k \cdot f_{ct,eff} = 0,5 \cdot 1,0 \cdot 0,3 \cdot 0,8 \cdot 3,0 = 0,360 \text{ MN/m}.$$

Aus der äußeren Einwirkung (Lastbeanspruchung) ergibt sich für die beiden Bewehrungslagen im Feld

$$\begin{aligned} F_{s1} &= \frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} \approx 1,2 \cdot \frac{M_{Ed}}{h} + 0,5 \cdot N_{Ed} \\ &= 1,2 \cdot \frac{M_A}{h} = 1,2 \cdot \frac{0,047}{0,3} = 0,188 \text{ MN/m} \end{aligned}$$

und über der Stütze

$$F_{s2} = -1,2 \cdot \frac{M_B}{h} = -1,2 \cdot \frac{-0,0708}{0,3} = 0,283 \text{ MN/m}.$$

Die Zwangbeanspruchung liefert somit den größeren Wert der Stahlzugkraft. Für diesen ist die Begrenzung der Rissbreite nachzuweisen. Die Risskraft der effektiven Betonzugzone ergibt sich bei einem Achsabstand der Bewehrung vom Querschnittsrand $d_1 = h - d = 30,0 - 26,5 = 3,5 \text{ cm}$ zu

$$F_{\text{cr,eff}} = h_{\text{eff}} \cdot f_{\text{ct,eff}} = 2,5 \cdot d_1 \cdot f_{\text{ct,eff}} = 2,5 \cdot 0,035 \cdot 3,0 = 0,263 \text{ MN/m}.$$

Da $F_s > F_{\text{cr,eff}}$ ist, liegt ein abgeschlossenes Rissbild vor. Gemäß Gleichung (30) gilt für die an der Ober- und Unterseite des Querschnitts anzuordnende Bewehrung bei einem Stabdurchmesser $d_s = 12 \text{ mm}$:

$$A_s = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{\text{cr,eff}} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{\text{cr,eff}})}{3,6 \cdot E_s \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot w_k}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 0,263 \cdot (0,360 - 0,4 \cdot 0,263)}{3,6 \cdot 200000 \cdot 3,0 \cdot 0,4}} = 9,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die Stahlspannung im Riss wird zu

$$\sigma_s = \frac{0,360}{9,65 \cdot 10^{-4}} = 373 \text{ MN/m}^2 < f_{\text{yk}} = 500 \text{ MN/m}^2.$$

Die Fließspannung wird demnach nicht erreicht. Die Anordnung der Bewehrung ist in Bild 8a dargestellt.

Beschränkung der Rissbreite für die kombinierte Beanspruchung aus Last und Zwang

Die Bewehrung zur Beschränkung der Rissbreite soll nun für die kombinierte Beanspruchung aus äußerer Last und Zwang ermittelt werden. Die zur Bestimmung der Zwangsschnittgröße benötigten Bemessungshilfen sind im Anhang enthalten.

In den Diagrammen wird jeweils ein direkter Bezug zwischen den maßgebenden Kenngrößen hergestellt. Eingangparameter sind das bezogene maximale Feldmoment μ_{ct}^* , die bezogene Zugnormalkraft v_{ct} und die bezogene mittlere Bauteildehnung $\bar{\varepsilon}_l$, die anhand der angegebenen Beziehungen aus den Ursprungsgrößen ermittelt werden können. Für Beiwerte $0,5 < k < 0,8$ darf vereinfachend zwischen den Ablesergebnissen der entsprechenden Diagramme linear interpoliert werden. Gleiches gilt für Achsabstände der Bewehrung vom Querschnittsrand $0,1 < d_1/h < 0,15$ bzw. $0,15 < d_1/h < 0,2$. Eine ausführlichere Anleitung zur Anwendung der Diagramme, z. B. für Durchlaufträger mit sehr unterschiedlichen Stützweiten wird in [11] gegeben.

Zunächst sind als Eingangparameter das bezogene maximale Feldmoment und die bezogene mittlere Bauteildehnung, d. h. die Zwangdehnung, zu bestimmen. Für das bezogene Biegemoment erhält man

$$\mu_{\text{ct}}^* = \frac{0,047}{1,0 \cdot 0,3^2 \cdot 3,0} = 0,174.$$

Für die oben mit $\varepsilon_l = 0,7\text{‰}$ abgeschätzte Zwangdehnung ergibt sich in bezogener Form

$$\bar{\varepsilon}_l = \varepsilon_l \cdot \sqrt{\frac{E_s \cdot d_s}{w_k \cdot f_{\text{ct,eff}}}} = 0,0007 \cdot \sqrt{\frac{200000 \cdot 12}{0,4 \cdot 3,0}} = 1,0.$$

Der Achsabstand der Bewehrung vom Querschnittsrand beträgt $d_1 = 3,5 \text{ cm} = 0,11\bar{6} \cdot h$. Es wird daher zwischen den Diagrammen $d_1 = 0,1 \cdot h$ und $d_1 = 0,15 \cdot h$ interpoliert. Für v_{ct} liest man aus Diagramm 1 ($d_1 = 0,1 \cdot h$) $v_{ct} = 0,50$ und aus Diagramm 2 ($d_1 = 0,15 \cdot h$) $v_{ct} = 0,64$ ab. Die lineare Interpolation liefert schließlich näherungsweise für $d_1 = 0,11\bar{6} \cdot h$

$$v_{ct} = 0,55.$$

Als Zwangbeanspruchung erhält man

$$N = v_{ct} \cdot b \cdot h \cdot f_{ct,eff} = 0,55 \cdot 1,0 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 0,495 \text{ MN/m}.$$

Für das zugehörige Rissmoment gilt:

$$M_{cr} = \left(k \cdot f_{ct,eff} - \frac{N}{A_c} \right) \cdot W_c = \left(0,8 \cdot 3,0 - \frac{0,495}{0,3} \right) \cdot 0,015 = 0,0113 \text{ MNm/m}$$

Eine Staffelung der Mindestbewehrung an der Bauteilunterseite ist nicht vorgesehen. An der Bauteiloberseite soll zwischen den Bereichen negativer und positiver Biegemomente unterschieden werden. Somit sind zunächst die folgenden Schnittgrößenkombinationen zu untersuchen:

in Feldmitte: $M_A = 0,047 \text{ MNm/m}$ und $N = 0,495 \text{ MN/m}$

an den Rändern der Unterzüge: $M_B = -0,0708 \text{ MNm/m}$ und $N = 0,495 \text{ MN/m}$

Die von der unteren Bewehrungslage aufzunehmende Zugkraft ergibt sich in Feldmitte näherungsweise zu

$$F_{s1} = 1,2 \cdot \frac{M_A}{h} + 0,5 \cdot N = 1,2 \cdot \frac{0,047}{0,3} + 0,5 \cdot 0,495 = 0,436 \text{ MN/m}.$$

Nach Gleichung (30) gilt für die Mindestbewehrung bei abgeschlossenem Rissbild ($F_{s1} > F_{cr,eff}$):

$$A_{s1} = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{cr,eff} \cdot (F_{s1} - 0,4 \cdot F_{cr,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 0,263 \cdot (0,436 - 0,4 \cdot 0,263)}{3,6 \cdot 200000 \cdot 3,0 \cdot 0,4}} = 10,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Als Stahlspannung erhält man

$$\sigma_s = \frac{0,436}{10,99 \cdot 10^{-4}} = 397 \text{ MN/m}^2 < f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2.$$

Als Spannungsgrenze wird hier die Streckgrenze des Betonstahls angesetzt. Eine Begrenzung auf 80 % des Wertes erscheint nicht sinnvoll, da bei dem Nachweis ja bereits beide Einflüsse (Last und Zwang) berücksichtigt wurden.

Da aufgrund der wirkenden Schnittgrößen ein Trennriss vorliegt, ist an der Bauteiloberseite ebenfalls ein Nachweis der Begrenzung der Rissbreite für $w_k = 0,4 \text{ mm}$ notwendig. Dieser wird für das kleinste positive Biegemoment geführt, für das Risse zu erwarten sind (Rissmoment).

Es gilt:

$$M_{cr} = 0,0113 \text{ MNm/m} \quad \text{und} \quad N = 0,495 \text{ MN/m}$$

$$F_{s2} = -1,2 \cdot \frac{M_{cr}}{h} + 0,5 \cdot N = -1,2 \cdot \frac{0,0113}{0,3} + 0,5 \cdot 0,495 = 0,202 \text{ MN/m}$$

Da $F_{s2} < F_{cr,eff}$ ist, ist die Gleichung (31) für den Einzelriss maßgebend.

$$A_{s2} = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{s2}^2}{6 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 0,202^2}{6 \cdot 200000 \cdot 3,0 \cdot 0,4}} = 5,83 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\sigma_s = \frac{0,202}{5,83 \cdot 10^{-4}} = 346 \text{ MN/m}^2 < f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$$

Die Mindestbewehrung über der Stütze ist in gleicher Weise zu ermitteln. An der Bauteiloberseite erhält man:

$$F_{s2} = -1,2 \cdot \frac{M_B}{h} + 0,5 \cdot N = -1,2 \cdot \frac{-0,0708}{0,3} + 0,5 \cdot 0,495 = 0,531 \text{ MN/m}$$

$$A_{s2} = \sqrt{\frac{d_s \cdot F_{cr,eff} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 0,263 \cdot (0,531 - 0,4 \cdot 0,263)}{3,6 \cdot 200000 \cdot 3,0 \cdot 0,4}} = 12,47 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die Stahlspannung im Riss beträgt

$$\sigma_s = \frac{0,531}{12,47 \cdot 10^{-4}} = 426 \text{ MN/m}^2 < f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2 .$$

Der Verlauf der von der unteren und oberen Bewehrungslage aufzunehmenden Zugkräfte sowie die Bewehrungsführung sind in Bild 8b dargestellt. Eine weitergehende Staffelung der „Mindestbewehrung“ wäre möglich.

Die insgesamt erforderliche Stahlmenge liegt etwa in der gleichen Größenordnung wie im Falle der getrennten Betrachtung von Last- und Zwangbeanspruchung. An den infolge äußerer Last auf Zug beanspruchten Bauteilrändern liefert die „genauere“ Berechnung jedoch eine größere Bewehrung. Die Anordnung der Bewehrung in Bild 8b orientiert sich eher am tatsächlichen Verlauf der auftretenden Beanspruchungen. Eine Bemessung für die kombinierte Beanspruchung aus äußerer Last und Zwang erscheint daher auch bei kleineren Zwangdehnungen geeigneter, die Rissbreiten auf das angestrebte Maß zu begrenzen.

Bei diesem Beispiel zeigt sich, wie in vielen anderen Fällen, dass sich die für die kombinierte Beanspruchung ermittelte Bewehrung der für den Grenzzustand der Tragfähigkeit erforderlichen Bewehrung hinsichtlich Querschnittsfläche und Verteilung annähert.

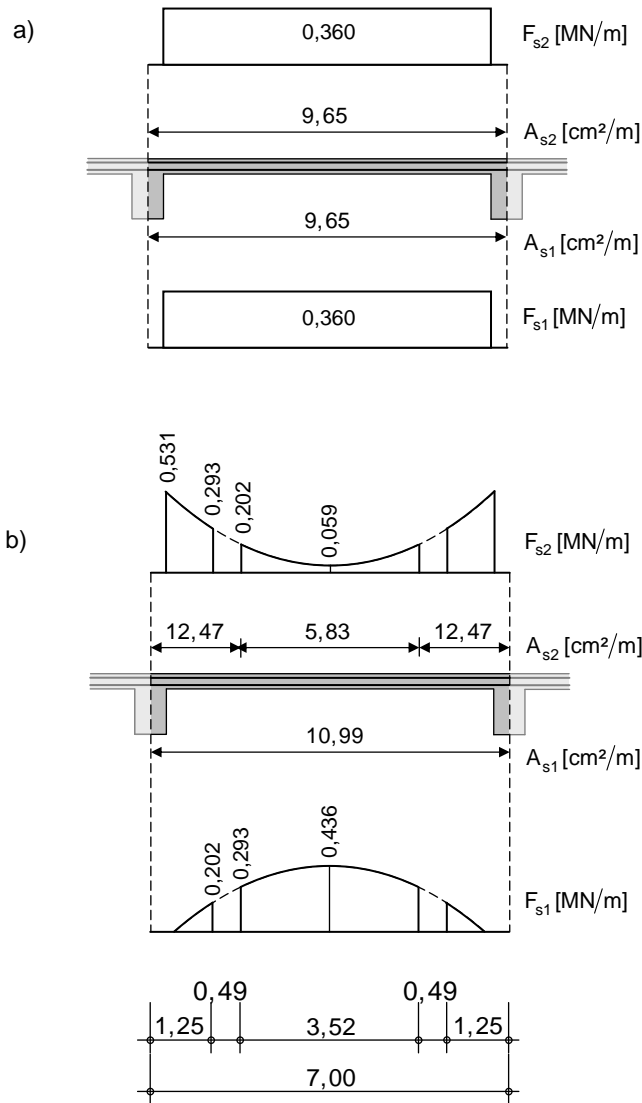


Bild 8: Von den Bewehrungslagen aufzunehmende Zugkräfte F_{s1} bzw. F_{s2} und erforderliche Bewehrung zur Beschränkung der Rissbreite bei getrennter Behandlung (a) und bei Überlagerung (b) der Beanspruchungen aus äußerer Last und Zwang

Literatur

- [1] DIN 1055-100 (März 2001); Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Deutsches Institut für Normung e. V. 2001, Berlin
- [2] DIN 1045-1 (Juli 2001); Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. 2001, Berlin
- [3] DIN 1045-1 (Juli 1988); Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Beuth Verlag GmbH 1988, Berlin
- [4] Eurocode 2; Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungen für den Hochbau, Deutsche Fassung ENV 1992-1-1. Beuth Verlag GmbH 1991, Berlin, Köln
- [5] *Grasser, E. und Thielen, G.*: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045 Ausgabe Juli 1988 (Heft 240 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton); 3., überarbeitete Auflage; Beuth Verlag GmbH 1991, Berlin
- [6] DIN 4227 (Juli 1988); Spannbeton. Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. Beuth Verlag GmbH 1988, Berlin
- [7] Änderung A 1 zu DIN 4227 (Juli 1988); Spannbeton. Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. Beuth Verlag GmbH 1995, Berlin
- [8] *König, G. und Fehling, E.*: Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau, Beton- und Stahlbetonbau 1988, Heft 6, S.161-167 und Heft 7, S.199-204
- [9] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Erläuterungen zu DIN 1045-1 (Heft 525 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton); Beuth Verlag GmbH 2003, Berlin, Wien, Zürich
- [10] *König, G. und Tue, N.*: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Heft 466 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton. Beuth Verlag GmbH 1996, Berlin
- [11] *Fehling, E. und Leutbecher, T.*: Beschränkung der Rissbreite bei kombinierter Beanspruchung aus Last und Zwang – Näherungsverfahren und Bemessungshilfen in Diagrammform. Beton- und Stahlbetonbau 2003, Heft 7, S. 377-388



Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Fehling
Universität Kassel
Fachgebiet Massivbau
Kurt-Wolters-Straße 3
34109 Kassel



Dipl.-Ing. Torsten Leutbecher
Universität Kassel
Fachgebiet Massivbau
Kurt-Wolters-Straße 3
34109 Kassel

Anlage 1

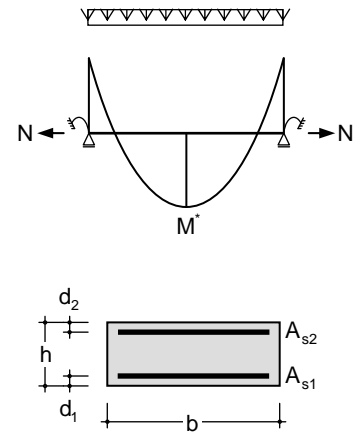
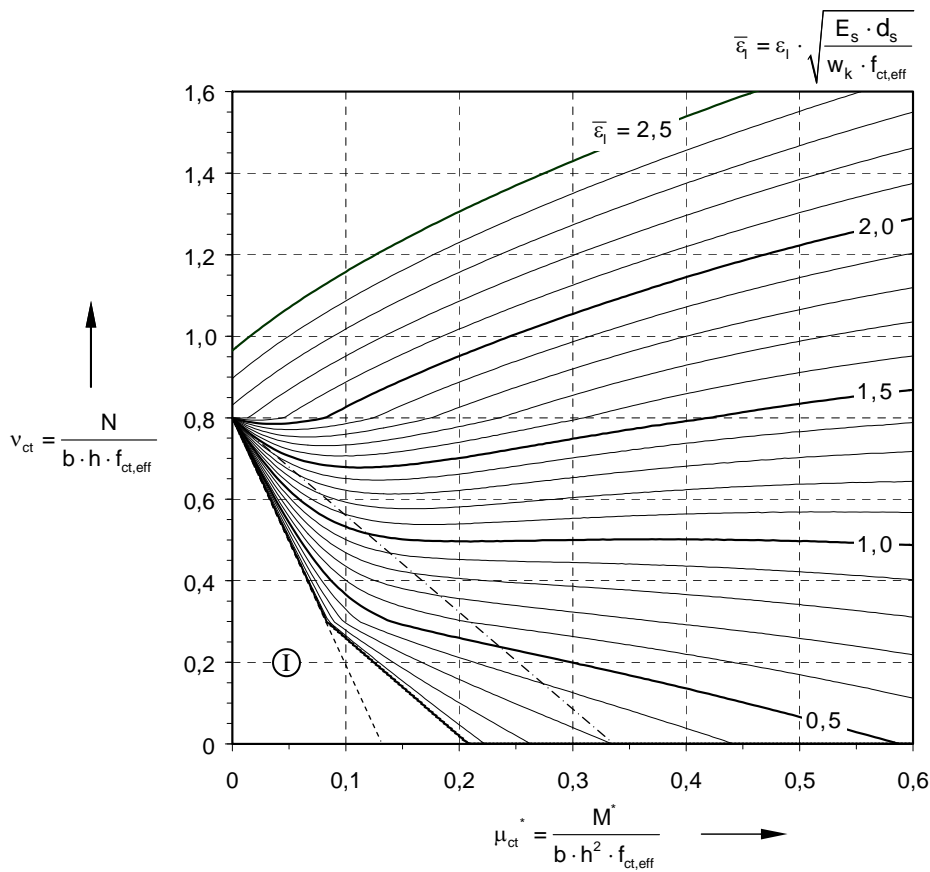


Diagramm 1
Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Zwangschnittgröße für Rechteckquerschnitte mit $d_1 = d_2 = 0,1 h$ und $k = 0,8$

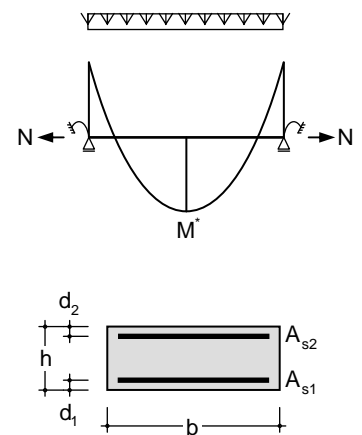
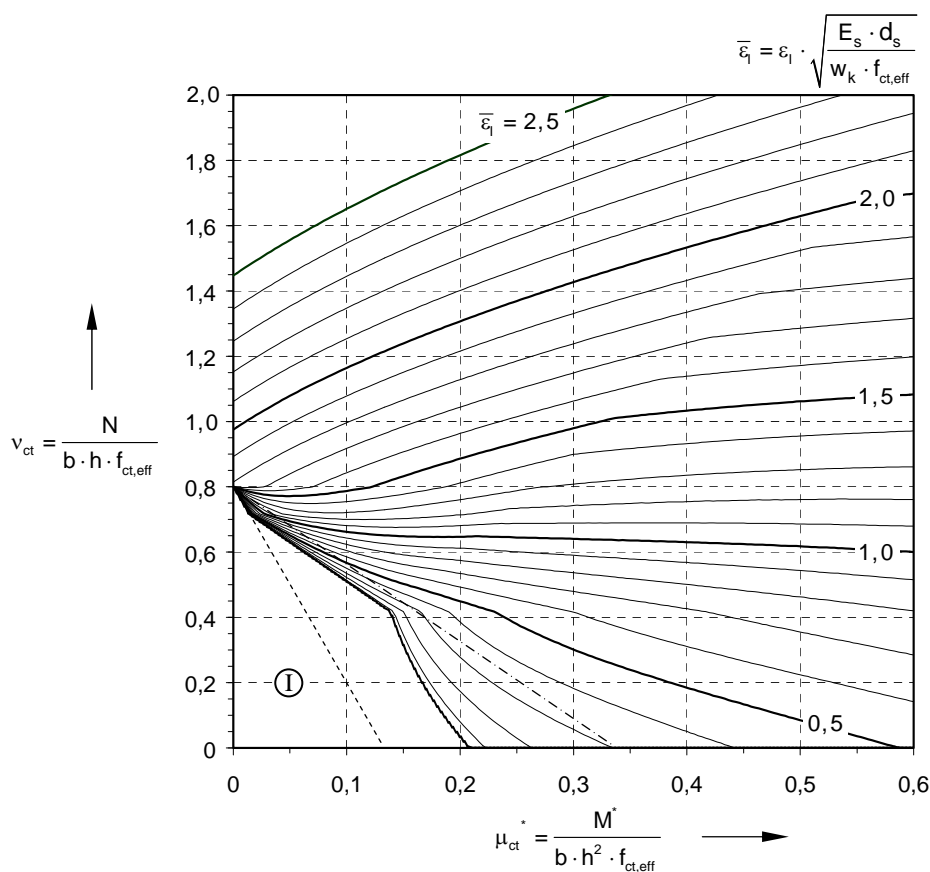


Diagramm 2
Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Zwangschnittgröße für Rechteckquerschnitte mit $d_1 = d_2 = 0,15 h$ und $k \leq 0,8$

Anlage 2

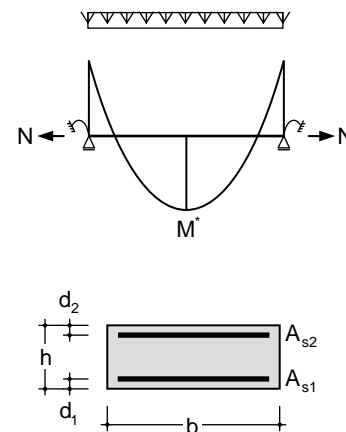
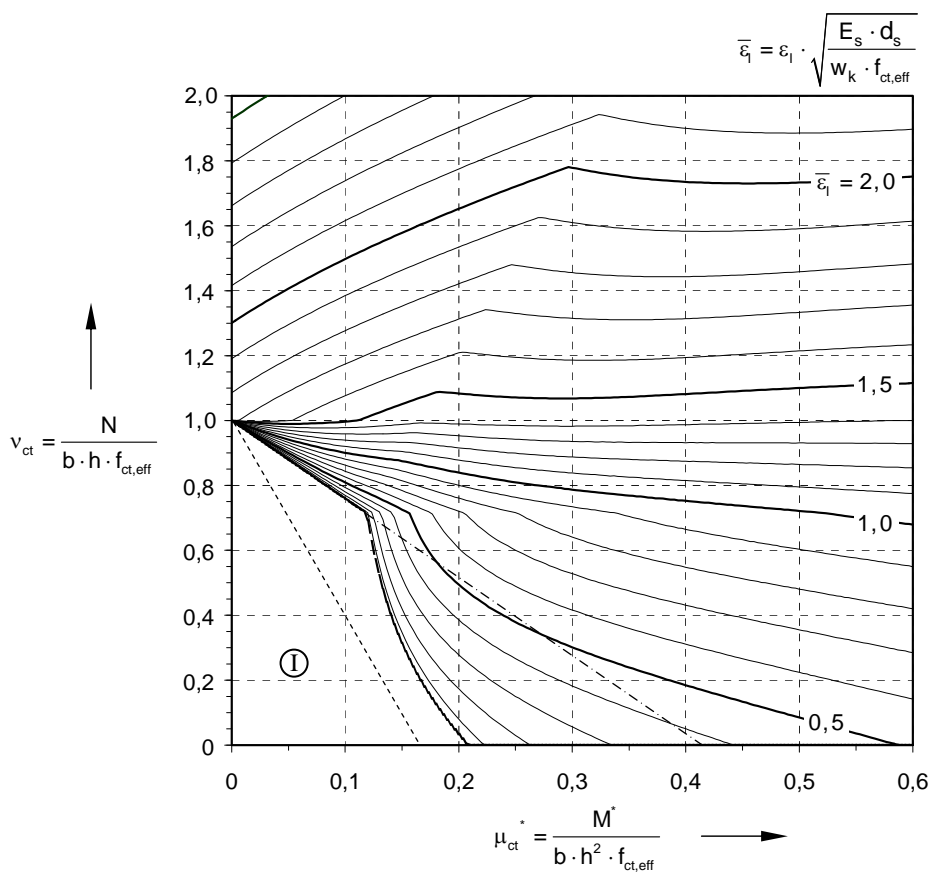


Diagramm 3
Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Zwangschnittgröße für Rechteckquerschnitte mit $d_1 = d_2 \geq 0,2 h$ und $k \leq 1,0$

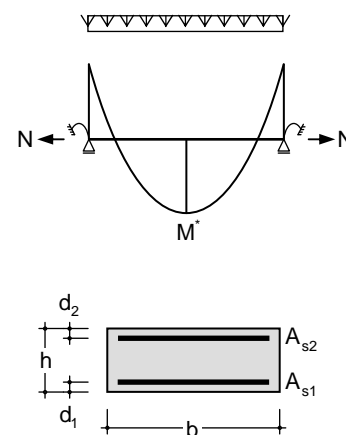
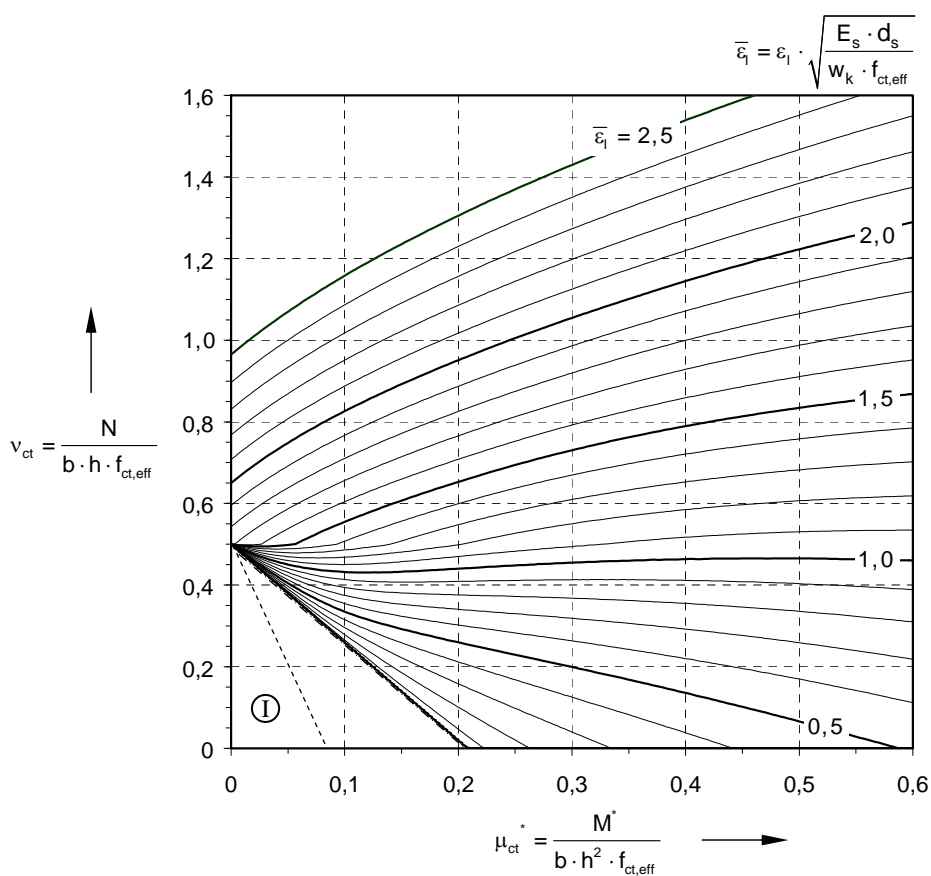


Diagramm 4
Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Zwangschnittgröße für Rechteckquerschnitte mit $d_1 = d_2 = 0,1 h$ und $k = 0,5$