

Stahlbau II - SS 2016

3. Vorlesung / Übung

Daniel Pak

27.04.2016



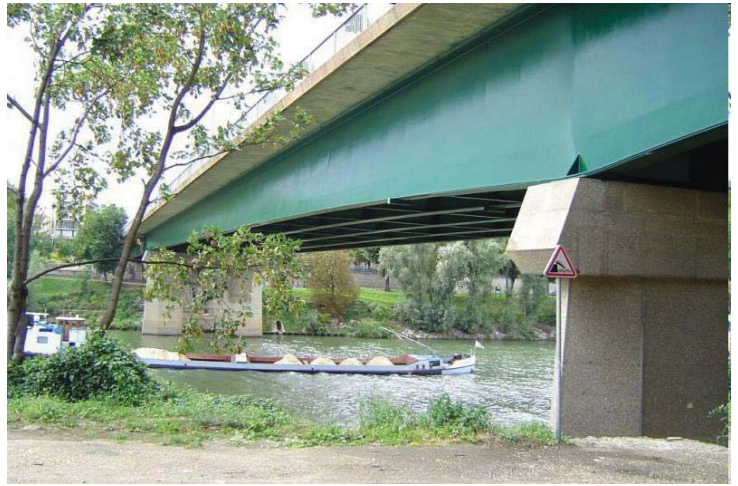
Terminübersicht und Übungsinhalte

Termin	Thema	Inhalt
14.04.2016	Hallenbau	Tragwerksentwurf, Detaillösungen
21.04.2016	Hallenbau	Tragwerksentwurf, Detaillösungen
28.04.2016	Stabilität	Theorie 2. Ordnung
19.05.2016	Stabilität	Theorie 2. Ordnung, Verbände und Aussteifungen
26.05.2016	Stabilität	Biegeknicken von Stabtragwerken, Rahmen Biegedrillknicken
02.06.2016	Sonderfragen der Bemessung	Örtliche Lasteinleitung / Rahmenecken
09.06.2016	Ermüdung	Grundlagen, Anwendungsverfahren, Berechnungsbeispiele
16.06.2016	Ermüdung	Anwendungsverfahren, Berechnungsbeispiele
23.06.2016	Schweißverfahren	Vertiefte Kenntnisse des Schweißens
30.06.2016 / 07.07.2016 14.07.2016 / 21.07.2016	Ausweichtermin bzw. Fragen zur Klausur	

xx.xx.2016

schriftliche Prüfung

Änderungen vorbehalten!



Theorie II Ordnung

Normen

- Erhältlich als Download unter www.perinorm.com
DIN EN 1993-1-1:2010 + NA



Weitere Literatur

- Kindmann, R.: Stahlbau, Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung, Verlag Ernst und Sohn
- Roik, K.: Vorlesungen über Stahlbau, Verlag Ernst und Sohn, Berlin/München/Düsseldorf
- Bode, H.: Stahlbau III
- Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, Vieweg Verlag, Braunschweig/München 1982

Theorie 1. Ordnung:

In den meisten Anwendungsfällen des Stahlbaus werden die Berechnungen für Tragwerke oder Bauteile am unverformten System auf Grundlage der unbeschränkten Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes durchgeführt. Es besteht somit eine **lineare Beziehung zwischen Belastung und den Schnittgrößen**. Die Verformungen des Tragwerks oder eines Bauteils haben keinen Einfluss auf die Schnittgrößenverteilung. Man spricht von der Berechnung nach der **Elastizitätstheorie I. Ordnung**.

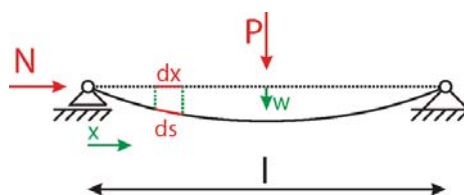


Theorie 2. Ordnung:

Es gibt jedoch eine Anzahl von Tragwerken, bei denen infolge der Belastung und Systemgeometrie die **Verformung des Tragwerks** nicht mehr vernachlässigt werden darf. Dies ist vor allem bei großen Druck und/oder Horizontalkräften und bei verformungsempfindlichen Tragwerken oder Bauteilen der Fall. Hier besteht u.U. keine Linearität mehr zwischen der Belastung und den Schnittgrößen.



Theorie 1. Ordnung:



- Gleichgewicht am unverformten System
- $dx = ds$
- $M(x)$ ist von $N(x)$ unabhängig
- Durchbiegung w : lineare Funktion

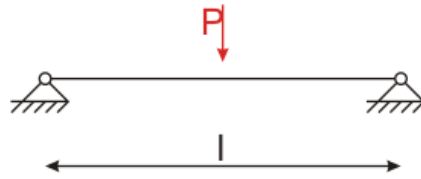
$$M\left(x \leq \frac{l}{2}\right) = \frac{P}{2} \cdot x$$

$$w\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{48} \cdot \frac{P \cdot l^3}{EI}$$

→ N hat keinen Einfluss auf w bzw. M

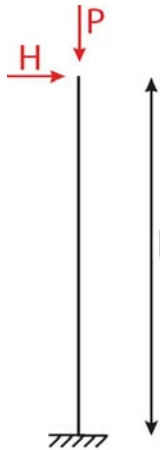
Theorie 1. Ordnung, Beispiel:

a)



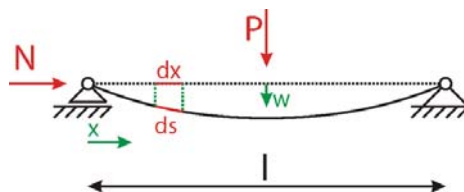
$$A_H = B_H = 0$$

b)



Theorie II Ordnung

Theorie 2. Ordnung:



- Gleichgewicht am verformten System → iterativ bzw. andere geeignete Verfahren

- $dx = ds$

- $M(x)$ ist von $N(x)$ abhängig

$$M\left(x \leq \frac{l}{2}\right) = \frac{P}{2} \cdot x + w(x) \cdot N$$

- Durchbiegung w : abhängig von N

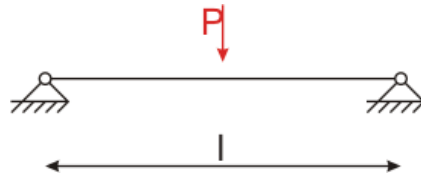
$$w = f(P, N)$$

- kleine Verformungen werden betrachtet

$$\cos(\alpha) \approx 1, \sin(\alpha) \approx \alpha$$

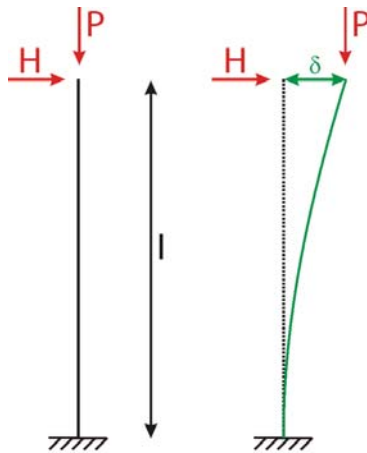
Theorie 2. Ordnung, Beispiel:

a)



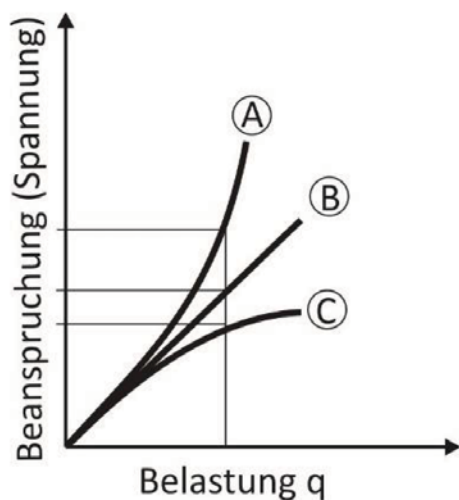
$$A_H = B_H = 0 \quad (\text{wie Theorie 1. Ordnung})$$

b)

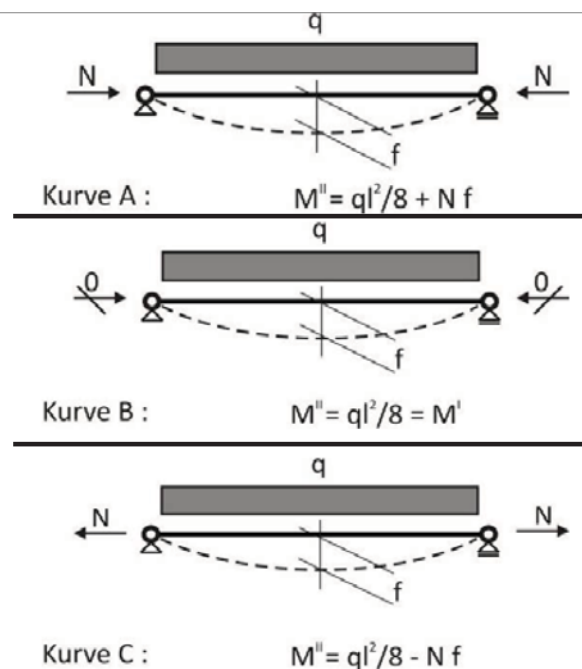


Theorie II Ordnung

Theorie 2. Ordnung:



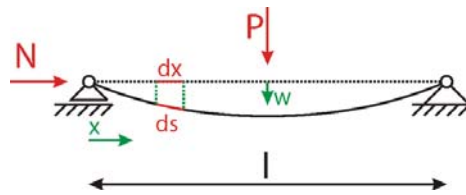
Normalkraft N = konstant



Zusammenhänge zwischen Belastung und Beanspruchung

(Quelle: Skript „Stahlbau II“, Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau RWTH Aachen)

Theorie 3. Ordnung:



- Gleichgewicht am verformten System → iterativ bzw. andere geeignete Verfahren
- $dx \ll ds$
- $M(x)$ ist von $N(x)$ abhängig
- Durchbiegung w : abhängig von N
- keine kleinen Verformungen

$$M\left(x \leq \frac{l}{2}\right) = \frac{P}{2} \cdot x + w(x) \cdot N$$

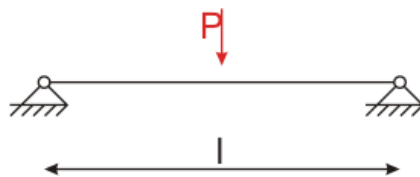
$$w = f(P, N)$$

$$\cos(\alpha), \sin(\alpha), \Delta x$$

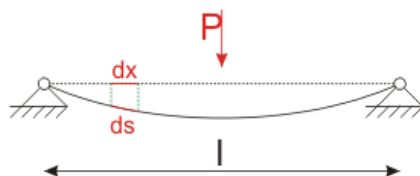
Theorie II Ordnung

Theorie 3. Ordnung, Beispiel:

a)



$$A_H = B_H \neq 0$$

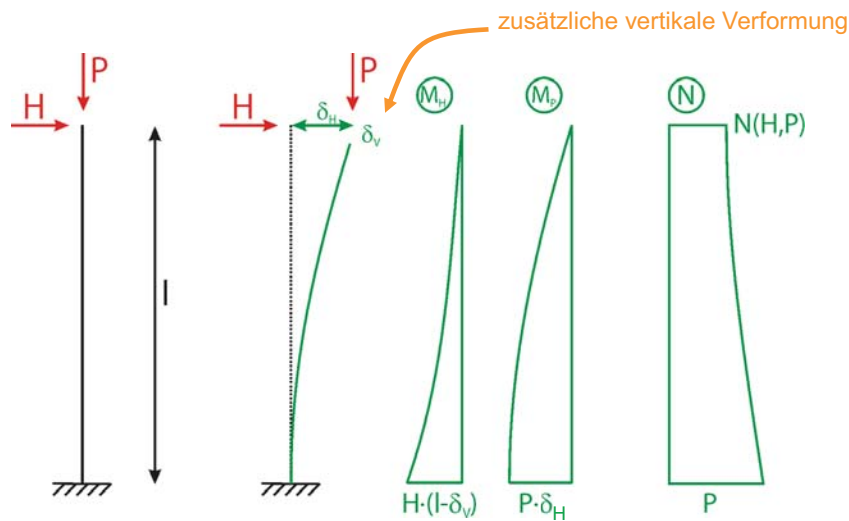


$$d_s > d_x$$

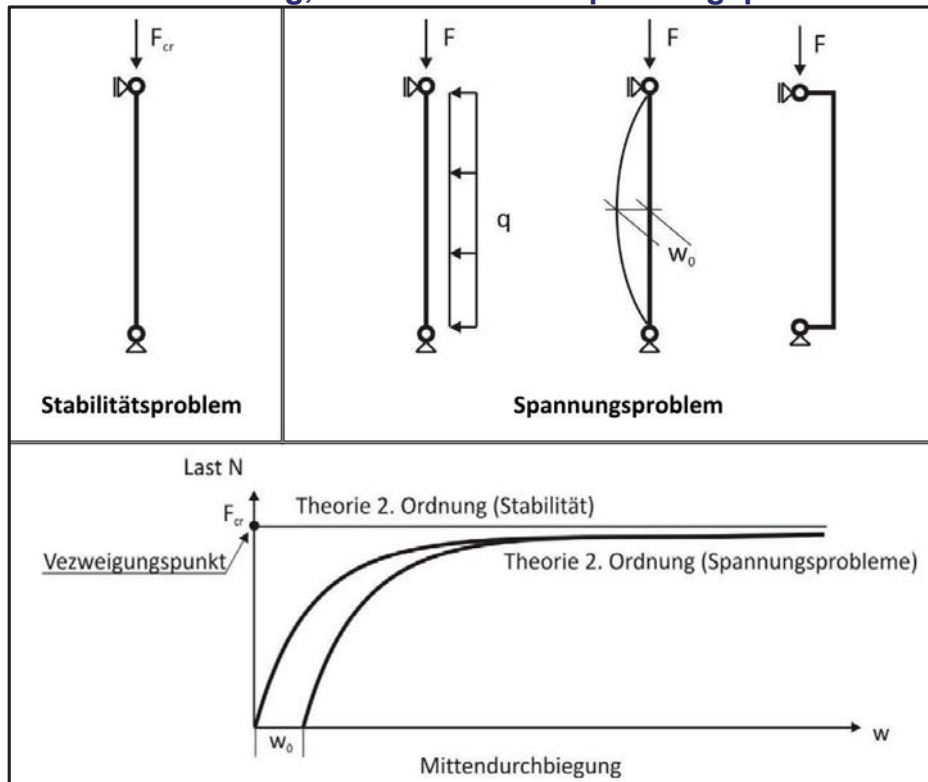
(Zugkraft im Stab)

Theorie 3. Ordnung, Beispiel:

b)



Theorie 2. Ordnung, Stabilitäts- und Spannungsproblem:



Unterschied zwischen dem Stabilitäts- und Spannungsproblem nach Theorie II. Ordnung

(Quelle: Skript „Stahlbau II“, Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau RWTH Aachen)

5.2 Untersuchung von Gesamttragwerken

EN 1993-1-3, Kapitel 5.2

5.2.1 Einflüsse der Tragwerksverformung

(1) Die Schnittgrößen können im Allgemeinen entweder nach:

- Theorie I. Ordnung, unter Ansatz der Ausgangsgeometrie des Tragwerks, oder nach
- Theorie II. Ordnung, unter Berücksichtigung der Einflüsse aus der Tragwerksverformung berechnet werden.

(2) Die Einflüsse der Tragwerksverformungen (Einflüsse aus Theorie II. Ordnung) sind in der Regel zu berücksichtigen, wenn die daraus resultierende Vergrößerung der Schnittgrößen nicht mehr vernachlässigt werden darf oder das Tragverhalten maßgeblich beeinflusst wird.

(3) Die Berechnung nach Theorie I. Ordnung ist zulässig, wenn die durch Verformungen hervorgerufene Erhöhung der maßgebenden Schnittgrößen oder andere Änderungen des Tragverhaltens vernachlässigt werden können.

(3) Die Berechnung nach Theorie I. Ordnung ist zulässig, wenn die durch Verformungen hervorgerufene Erhöhung der maßgebenden Schnittgrößen oder andere Änderungen des Tragverhaltens vernachlässigt werden können.

Diese Anforderung darf als erfüllt angesehen werden, wenn die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10$$

für die elastische Berechnung

EN 1993-1-1, (Gl. 5.1)

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15$$

für die plastische Berechnung

α_{cr} Faktor, mit dem die Bemessungswerte der Belastung erhöht werden müssten, um die ideale Verzweigungslast des Gesamttragwerks zu erreichen;

F_{Ed} der Bemessungswert der Einwirkungen auf das Tragwerk;

F_{cr} die ideale Verzweigungslast des Gesamttragwerks. Bei der Berechnung von F_{cr} ist von den elastischen Anfangssteifigkeiten auszugehen.

(4) Hallenrahmen mit geringer Dachneigung ($n = 1:2$ bzw. $\leq 26^\circ$) sowie Rahmentragwerke des Geschossbaus dürfen gegen Versagen mit seitlichem Ausweichen nach Theorie I. Ordnung nachgewiesen werden, wenn die Bedingung in Gleichung (5.1) für jedes Stockwerk eingehalten ist. Bei diesen Tragwerken darf α_{cr} nach folgender Näherung berechnet werden, wenn die Auswirkung der Normalkräfte in den Trägern oder Riegeln vernachlässigbar ist:

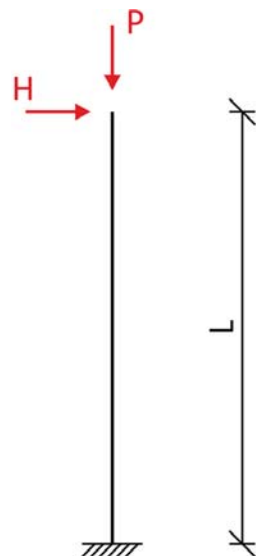
$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

EN 1993-1-1, (Gl. 5.2)

- H_{Ed} Bemessungswert der gesamten Horizontalschubkraft an den unteren Stockwerksknoten infolge horizontaler Bemessungslasten einschließlich der horizontalen Ersatzlasten aus Imperfektionen, siehe 5.3.2(7);
- V_{Ed} gesamte vertikale Bemessungslast des Tragwerks an den unteren Stockwerksknoten;
- $\delta_{H,Ed}$ die Horizontalverschiebung der oberen Stockwerksknoten gegenüber den unteren Stockwerksknoten infolge horizontaler Lasten (z. B. Wind) und horizontalen Ersatzlasten, die am Gesamt-Rahmentragwerk angreifen;
- h Stockwerkshöhe

Theorie II Ordnung

Beispiel 1a:

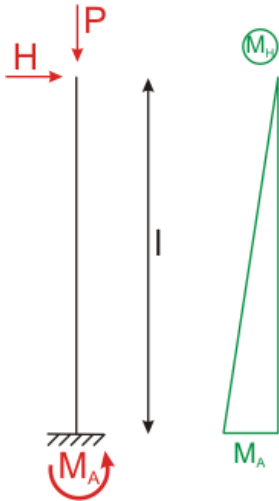


gegeben:

- $L = 300 \text{ cm}$
- $I_{yy} = 1.000 \text{ cm}^4$
- $E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$
- $P = 200 \text{ kN}$
- $H = 70 \text{ kN}$

Berechnen Sie für das gegebene System das Einspannmoment unter Berücksichtigung der Theorie II Ordnung (unter Vernachlässigung von Vorimperfektionen).

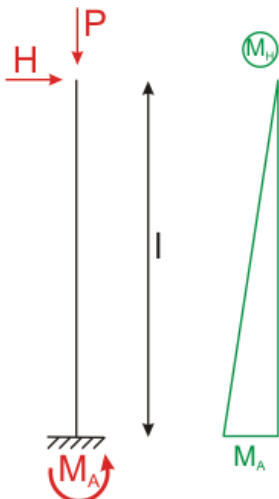
Beispiel 1a:



Ermittlung des Einspannmomentes nach Theorie 1. Ordnung:

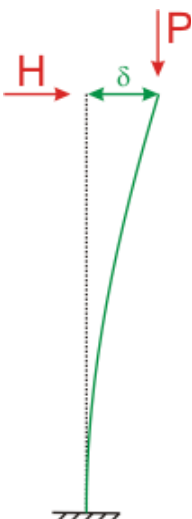
Ermittlung der Verformung nach Theorie 1. Ordnung:

Beispiel 1a:



Beispiel 1a:

Iterativer Prozess zur Ermittlung des Momentes nach Theorie 2. Ordnung:



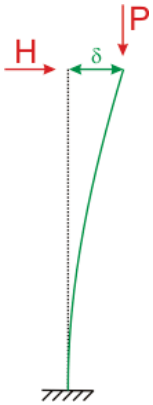
	M_A	δ
1. Schritt	21.000 [kNcm]	30,00 [cm]
2. Schritt	27.000 [kNcm]	38,57 [cm]
3. Schritt	28.714 [kNcm]	41,02 [cm]
4. Schritt	29.204 [kNcm]	41,72 [cm]
5. Schritt	29.344 [kNcm]	41,92 [cm]
6. Schritt	29.384 [kNcm]	41,98 [cm]
7. Schritt	29.395 [kNcm]	41,99 [cm]
8. Schritt	29.399 [kNcm]	42,00 [cm]
9. Schritt	29.400 [kNcm]	42,00 [cm]

iterativer Prozess

Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung:

- I. Differentialgleichungsmethode
(„klassische Methode“, nur bei einfachen Systemen)
- II. Weggrößenverfahren
(erweitertes Drehwinkelverfahren) (wird z.B. in der Baustatik behandelt)
- III. Iterationsverfahren
⇒ **Ansatz der geometrischen Reihe (ΔM -Verfahren)**
(vorwiegend zur Berechnung von Rahmensystemen)
- IV. Sattlervorgang
(direkter Ansatz der Verformungen, nur für einfache Systeme)
⇒ wird im Rahmen der Vorlesung nicht behandelt

Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung:

Ansatz der geometrischen Reihe (ΔM -Verfahren)

$$M^{II} = M^I + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots$$

$$M^{II} = M^I + M^I \cdot \frac{\Delta M_1}{M^I} + M^I \cdot \frac{\Delta M_2}{M^I} + M^I \cdot \frac{\Delta M_3}{M^I} + \dots$$

$$M^{II} \approx M^I + M^I \cdot \left(\frac{\Delta M_1}{M^I} \right)^1 + M^I \cdot \left(\frac{\Delta M_1}{M^I} \right)^2 + M^I \cdot \left(\frac{\Delta M_1}{M^I} \right)^3 + \dots$$

$$M^{II} \approx M^I + M^I \cdot q + M^I \cdot q^2 + M^I \cdot q^3 + \dots \quad \text{mit} \quad q = \frac{\Delta M_1}{M^I} < 1$$

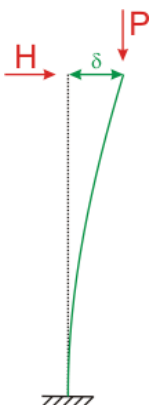
Die letzte Gleichung ist die geometrische Reihe.

Sie konvergiert gegen den Wert:

$$M^{II} \approx \frac{M^I}{1 - \frac{\Delta M_1}{M^I}} = \frac{M^I}{1 - q}$$

Theorie II Ordnung

Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung:

Ansatz der geometrischen Reihe (ΔM -Verfahren)

Die Lösung des Reihenansatzes ist nur bei affinen Momentenflächen exakt!

Die Genauigkeit der Näherungslösung kann durch einen weiteren Rechenschritt verbessert werden:

$$M^{II} \approx \frac{M^I}{1 - \frac{\Delta M_1}{M^I}} = \frac{M^I}{1 - q}$$

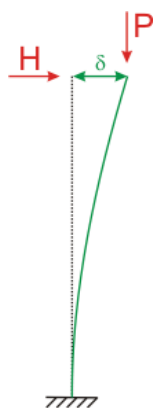


$$M^{II} \approx M^I + \frac{\Delta M_1}{1 - \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1}} = M^I + \frac{\Delta M_1}{1 - q_2}$$

wenn $q_i = q_{i-1}$,
dann M^{II} exakt

Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung:

Ansatz der geometrischen Reihe (ΔM -Verfahren)



Die Ermittlung der übrigen Schnittkräfte sowie der Verformungen erfolgt analog:

$$N^{II} \approx \frac{N^I}{1 - \frac{\Delta N_1}{N^I}}$$

$$V^{II} \approx \frac{V^I}{1 - \frac{\Delta V_1}{V^I}}$$

$$\delta^{II} \approx \frac{\delta^I}{1 - \frac{\Delta \delta_1}{\delta^I}}$$

Theorie II Ordnung

Beispiel 1a:

Ansatz der geometrischen Reihe:

Alternativ:

Theorie 2. Ordnung, Imperfektionen:

Neue Normen (DIN EN 1993-1-1; DIN 18800 Teil 2) haben zur Abkehr von der klassischen Theorie des zentrisch gedrückten, ideal geraden Stabes geführt.

- Walztoleranzen,
- Montage- und Herstellungsungenauigkeiten,
- Exzentrizität bei der Krafteinleitung,
- Eigenspannungen aus Schweiß- und Walzprozessen und
- Streuung der Fließgrenze über die Stabquerschnitte

haben zu einer Anpassung der Berechnungsannahmen an die industriell gefertigten Tragwerke und Stäbe aus Baustahl geführt.

Die Berücksichtigung dieser Herstellungs- und Montageungenauigkeiten fließen durch sogenannte geometrische und strukturelle Imperfektionen in diese Vorschriften ein.

In allen Fällen dürfen zur pauschalen Berücksichtigung aller Imperfektionen **geometrische Ersatzimperfektionen** angenommen werden.

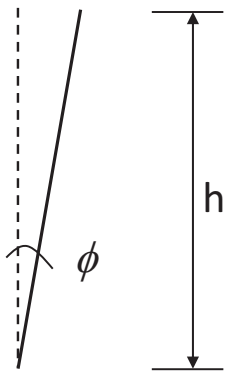
Schnittgrößenermittlung nach Theorie 2. Ordnung - Imperfektionen

Wenn der Einfluss der Verformung des Tragwerks berücksichtigt werden muss (Berechnung nach Theorie 2. Ordnung), sind in der Regel Imperfektionen zu berücksichtigen.

Anzusetzende Imperfektionen werden in DIN EN 1993-1-1 Abschnitt 5.3 geregelt:

- die anzunehmende Form der Imperfektionen können aus der maßgebenden Eigenform in der betrachteten Ebene hergeleitet werden
- bei Tragwerken, deren Eigenform durch seitliche Verschiebung charakterisiert ist, können i.d.R. die Einflüsse aus Theorie 2. Ordnung durch Ersatzverformungen (Imperfektionen) berücksichtigt werden
- es wird zwischen **Tragwerks-** und **Bauteilimperfektionen** unterschieden

Tragwerksimperfectionen (Schiefstellung)



$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

EN 1993-1-1, (Gl. 5.5)

mit:

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{h} \quad \text{jedoch: } 2/3 \leq \alpha_h \leq 1,0$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot (1 + 1/m)}$$

h Höhe des Tragwerks in [m]

m Anzahl der Stützen in einer Reihe, die eine Vertikalbelastung größer 50% der Durchschnittsbelastung übernehmen

Hinweis:

Anfangsschiefstellungen dürfen für Hochbauten vernachlässigt werden, wenn $H_{Ed} \geq 0,15 \cdot V_{Ed}$

Theorie II Ordnung

Bauteilimperfectionen (Vorkrümmung)

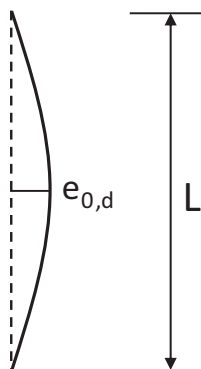
eingeprägte Vorkrümmung:

$$e_{0,d}/L$$

EN 1993-1-1, (Gl. 5.6)

mit:

L Bauteillänge



Knicklinie nach EN 1993-1-1, Tabelle 6.1	elastische Berechnung	plastische Berechnung
	$e_{0,d}/L$	$e_{0,d}/L$
a_0	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

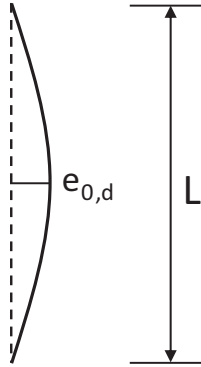
EN 1993-1-1, (Tab. 5.1)

Bauteilimperfektionen (Vorkrümmung)

$$e_{0,d}/L$$

eingeprägte Vorkrümmung: nach Nationalem Anhang:

„Die Empfehlungen dürfen angewendet werden. Falls die Ermittlung der Schnittgrößen des Gesamtsystems nach der Elastizitätstheorie erfolgt und ein Querschnittsnachweis mit einer linearen Querschnittsinteraktion geführt wird, dürfen auch die Werte nach Tabelle NA.1 verwendet werden.“



Knicklinie nach EN 1993-1-1, Tabelle 6.1	elastische Berechnung		plastische Berechnung
	$e_{0,d}/L$		$e_{0,d}/L$
a ₀	1/350	1/900	wie bei elastischer Querschnitts- ausnutzung, jedoch $\frac{M_{pl,k}}{M_{el,k}}$ – fach
a	1/300	1/550	
b	1/250	1/350	
c	1/200	1/250	
d	1/150		

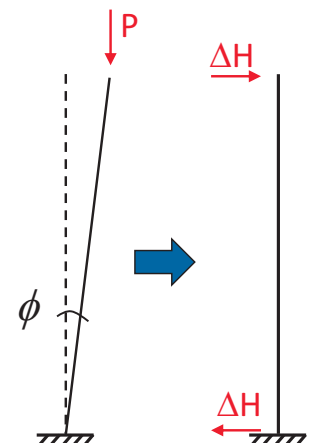
EN 1993-1-1/NA, (Tab. NA.1)

Theorie II Ordnung

Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung:
Abtriebskräfte

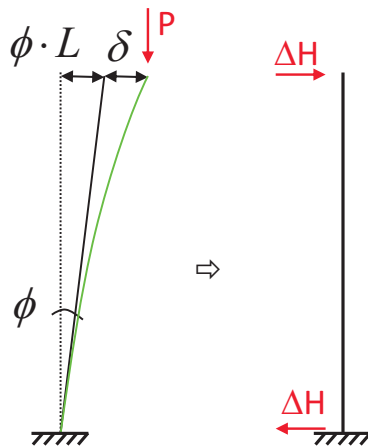
Imperfektionen und Verschiebungen infolge der Belastung können durch Systeme äquivalenter Ersatzlasten (sogenannter „Abtriebskräfte“) ersetzt werden:

- Die Auslenkung bzw. Exzentrizität wird durch eine Kraft ersetzt, welche den gleichen Momentenverlauf bzw. die gleiche Verformungsfigur erzeugt
- Diese Kraft wird als „Abtriebskraft“ ΔH bezeichnet
- ΔH wird immer (stabweise) in Richtung der Verformungen antragen
- bei einer Zugkraft ist ΔH negativ und
bei einer Druckkraft ist ΔH positiv



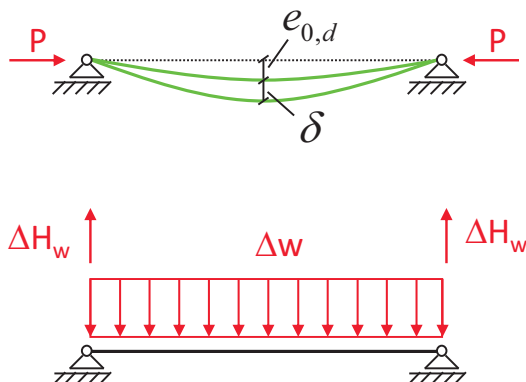
Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung: Abtriebskräfte

„Schiefstellung“



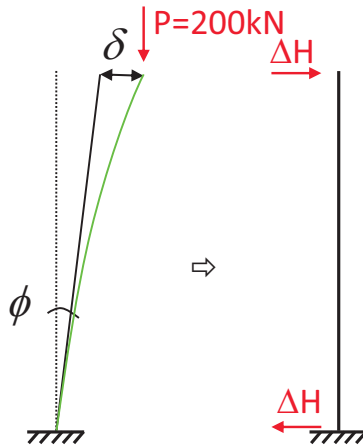
Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung: Abtriebskräfte

„Verkrümmung“



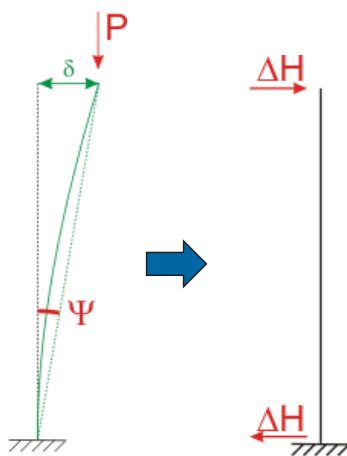
Beispiel 1b:

„Schiefstellung“

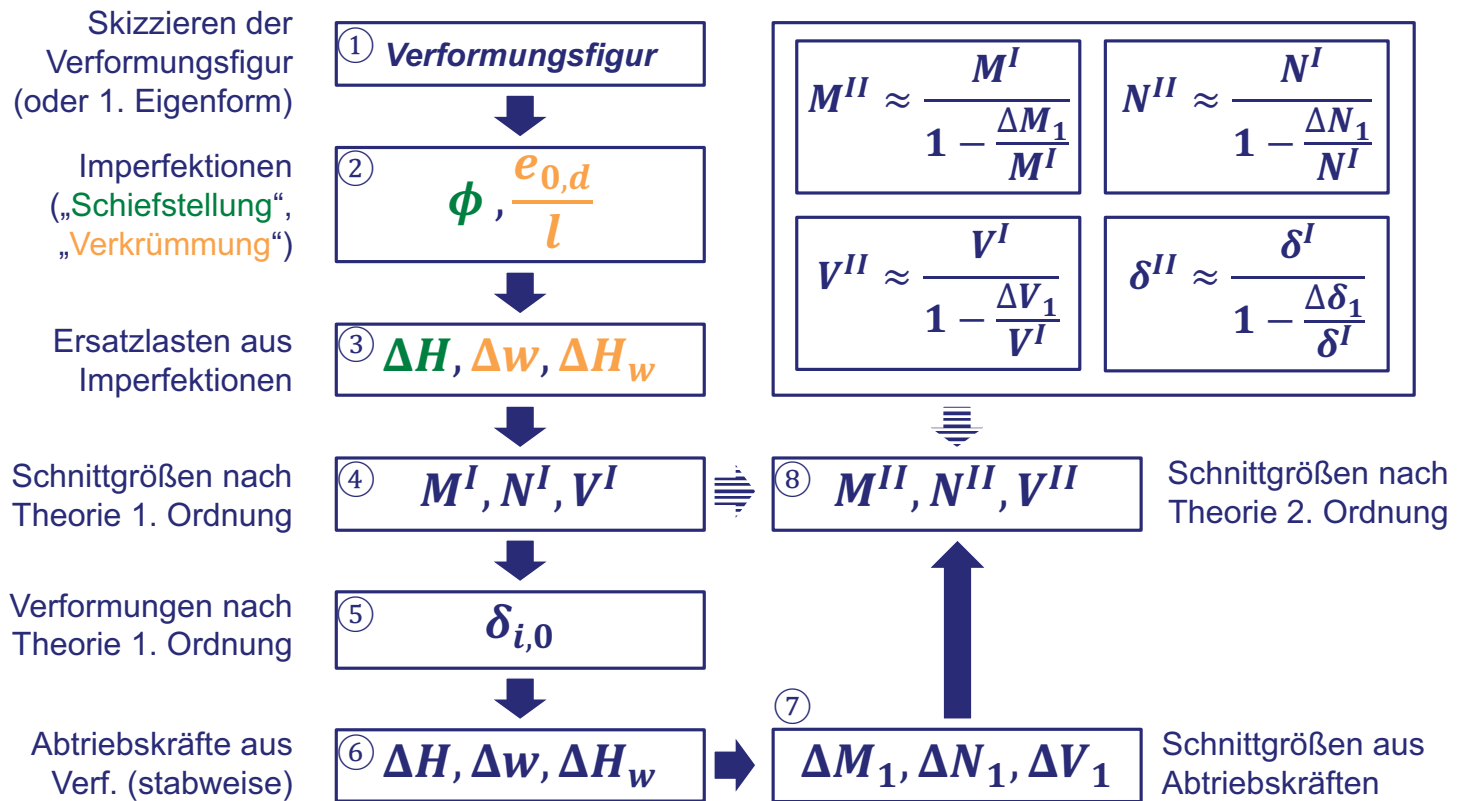


$$\Delta H = N \cdot \left(\frac{\delta}{L} + \phi \right)$$

Berechnungsverfahren zur Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung:
Ansatz der geometrischen Reihe (ΔM -Verfahren)

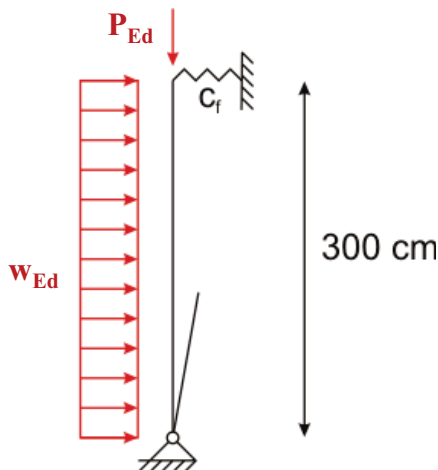


1. Skizzieren der Verformungsfigur / maßgebenden Eigenform
2. Ermittlung der anzusetzenden Imperfektionen
3. Ermittlung der Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung
4. Berechnung der Verschiebungen δ_{i0}
5. Ermittlung der Abtriebskräfte ΔH und Δw
6. Ermittlung der Schnittgrößenverläufe infolge der Abtriebskräfte
7. Ermittlung der Schnittgrößenverläufe nach Theorie 2. Ordnung mit Hilfe der geometrischen Reihe



Theorie II Ordnung

Beispiel 2:



gegeben:

$$I_{yy} = 14.285 \text{ cm}^4$$

$$E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$$

$$P_{Ed} = 100 \text{ kN}$$

$$w_{Ed} = 5 \text{ kN/m}$$

$$c_f = 5 \text{ kN/cm}$$

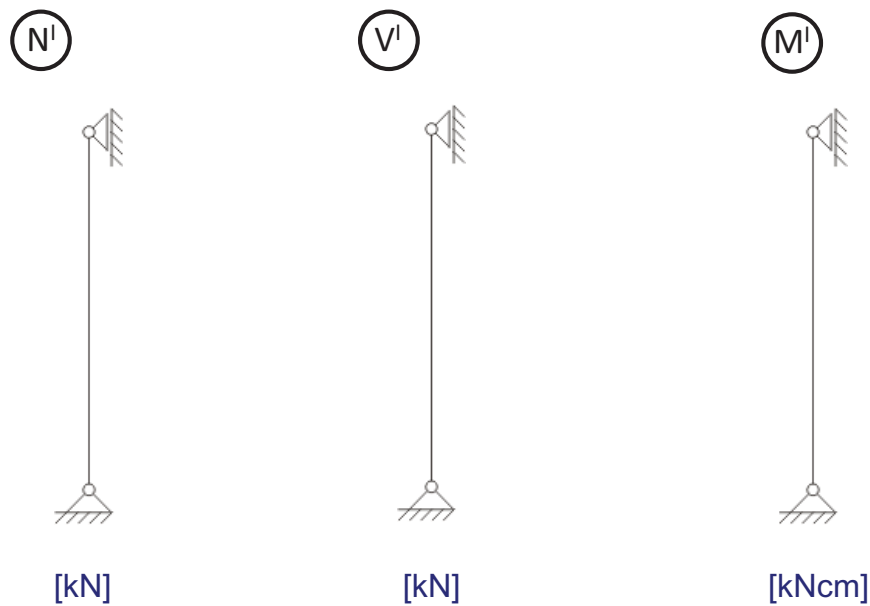
$$EA = \infty$$

Knicklinie b, elastische Berechnung

- Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung ohne Berücksichtigung der Imperfektionen
- Verformungsfigur des Systems (Skizze), resultierende Vorimperfektionen
- Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung mit Berücksichtigung der Imperfektionen
- Schnittgrößenverläufe nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)

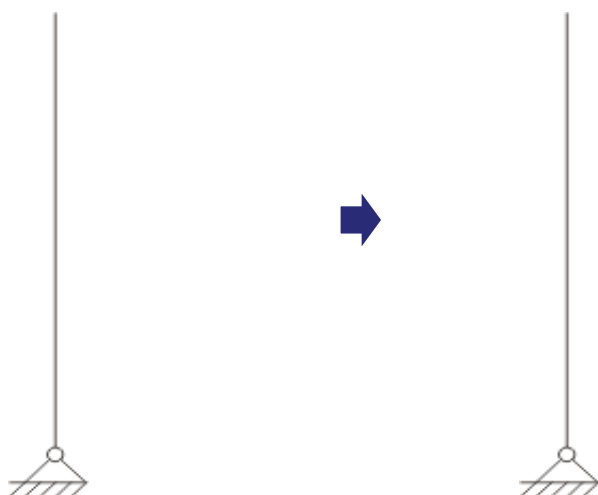
Beispiel 2:

a) Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung ohne Berücksichtigung der Imperfektionen



Beispiel 2:

b) Verformungsfigur des Systems (Skizze)



Verformungsfigur

verformungsaffine Imperfektionen

Tragwerksimperfektionen

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

Bauteilimperfektion

$$e_{0,d}/L$$

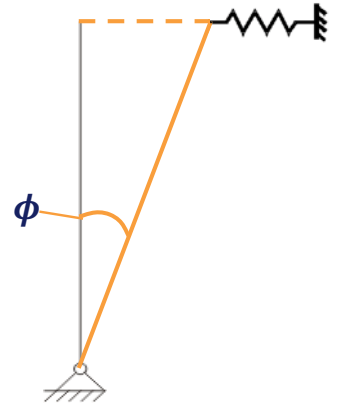
Beispiel 2:

b) Ermittlung der Imperfektionen

Globale Anfangsschiefstellung

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

EN 1993-1-1, (Gl. 5.5)



h Höhe des Tragwerks in [m]

m Anzahl der Stützen in einer Reihe, die eine Vertikalbelastung größer 50% der Durchschnittsbelastung übernehmen

Beispiel 2:

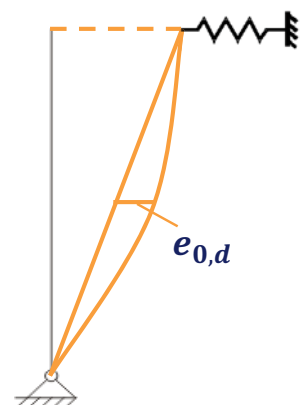
b) Ermittlung der Imperfektionen

Bauteilimperfektion

EN 1993-1-1, (Gl. 5.6)

Knicklinie nach EN 1993-1-1, Tabelle 6.1	elastische Berechnung
	$e_{0,d}/L$
b	1/250

EN 1993-1-1, (Tab. 5.1)



Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung mit Berücksichtigung der Imperfektionen

Äquivalente Ersatzlasten

„Schiefstellung“:

$$\Delta H = N \cdot \phi =$$

„Verkrümmung“:

$$\Delta w = \frac{8 \cdot N \cdot e_{0,d}}{L^2} =$$

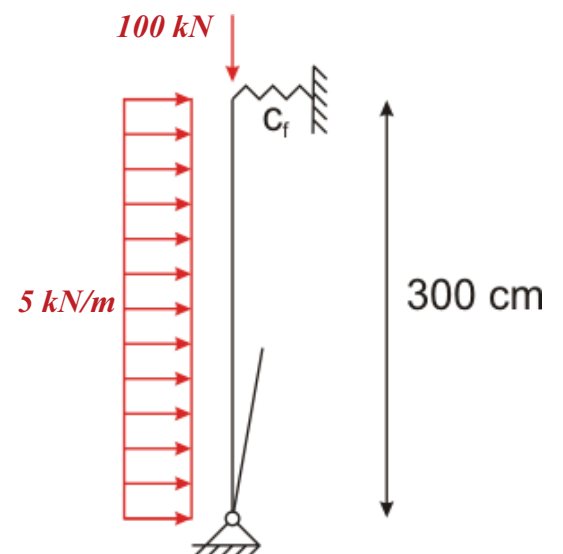
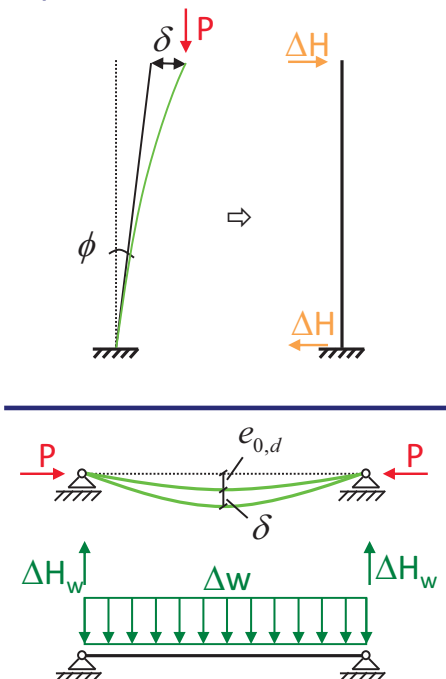
$$\Delta H_w = \frac{4 \cdot N \cdot e_{0,d}}{L} =$$

Theorie II Ordnung

Beispiel 2:

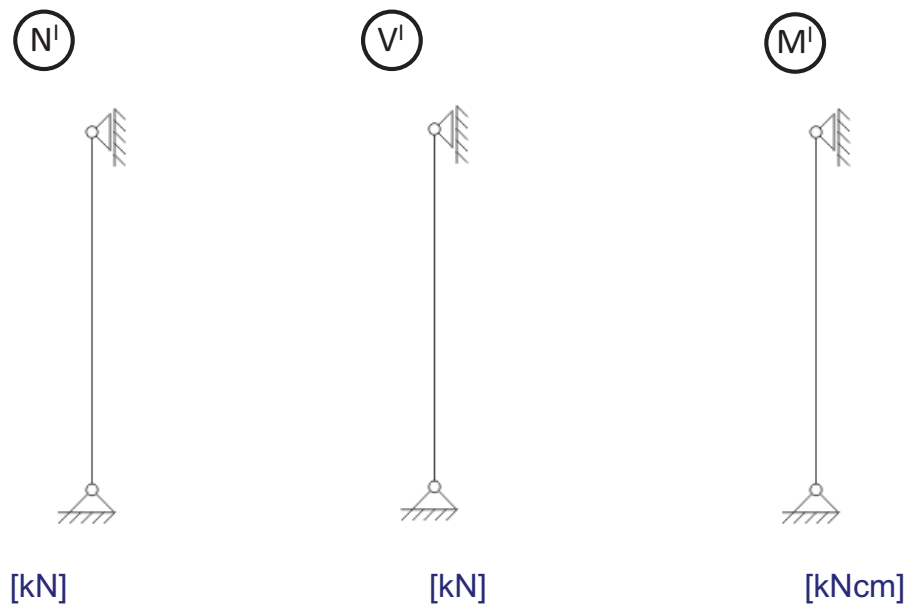
c) Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung mit Berücksichtigung der Imperfektionen

Äquivalente Ersatzlasten



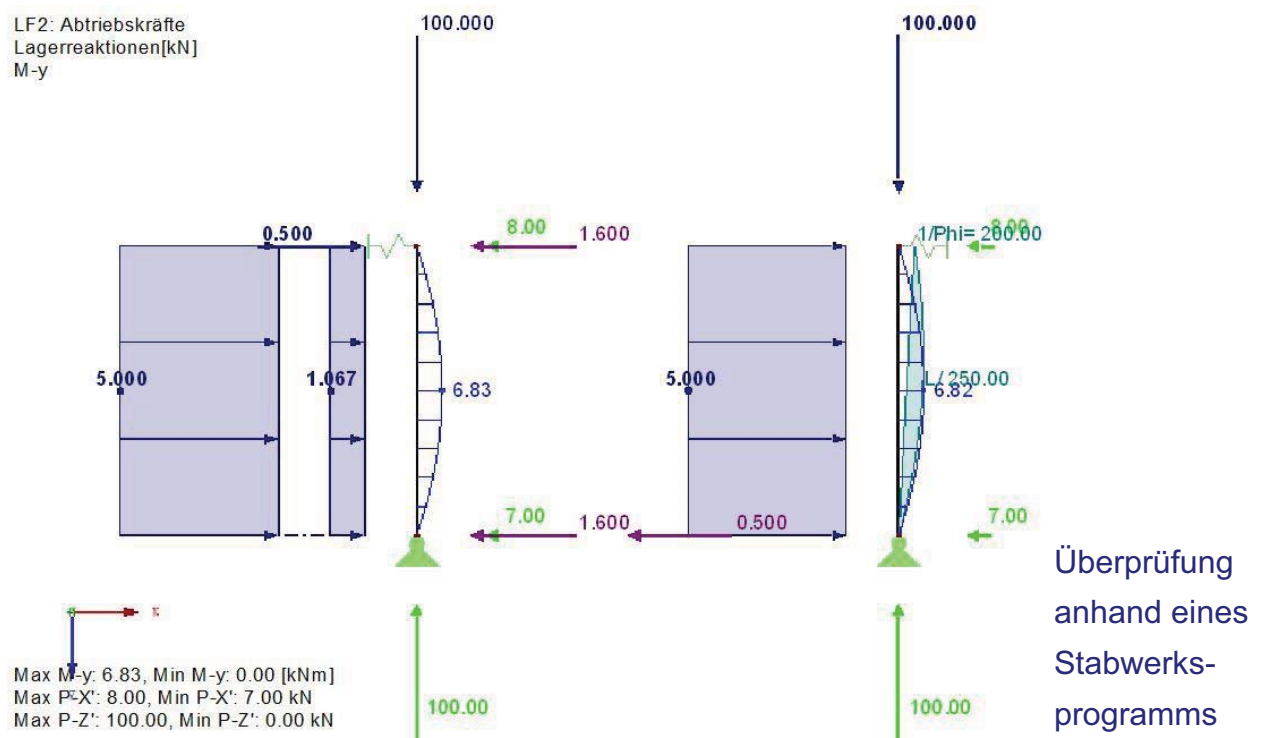
Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung mit Berücksichtigung der Imperfektionen



Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverläufe nach Theorie 1. Ordnung mit Berücksichtigung der Imperfektionen

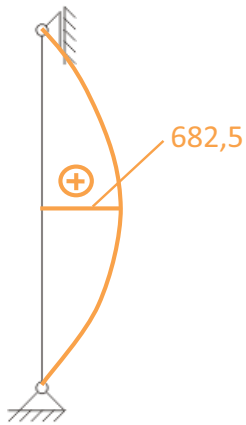


Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Verformungen

(M)



[kNcm]



$El = \text{konst.}$	Biegelinie
$i \Delta \quad k$	$+l/2 \quad +l/2 \quad W_{\text{Mitte}}$
l	W_{Mitte}
q	$\frac{q l^4}{76,8 El}$

Quelle: Schneider Bautabellen

Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Abtriebskräfte

„Schiefstellung“:

$$\Delta H = N \cdot \left(\frac{\delta}{L} \right) =$$

„Verkrümmung“:

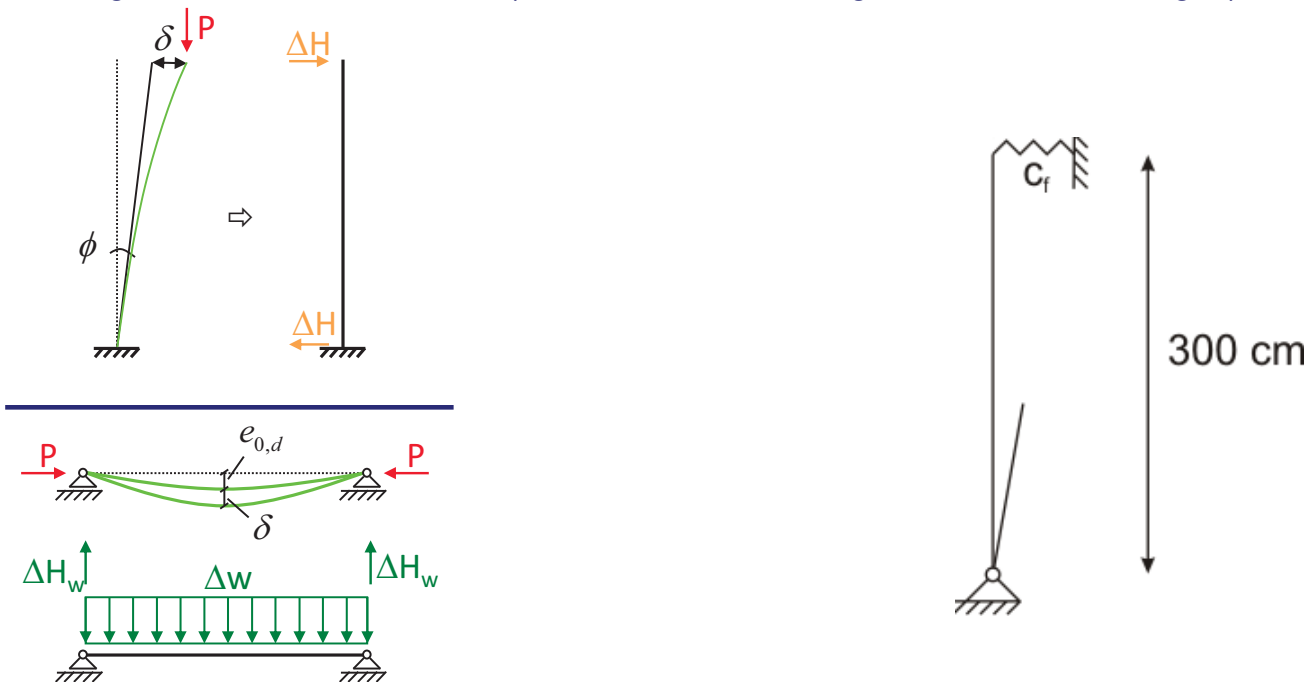
$$\Delta w = \frac{8 \cdot N \cdot (e_{0,d})}{L^2} =$$

$$\Delta H_w = \frac{4 \cdot N \cdot e_{0,d}}{L} =$$

Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

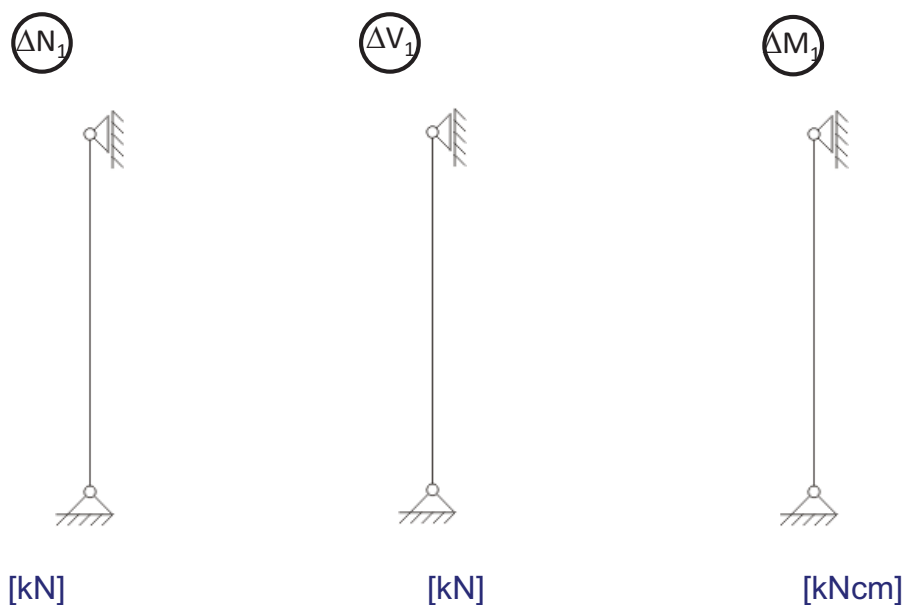
Schnittgrößen aus Abtriebskräften (d.h. zusätzliche Schnittgrößen aus Verformungen)



Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Schnittgrößen aus Abtriebskräften (d.h. zusätzliche Schnittgrößen aus Verformungen)



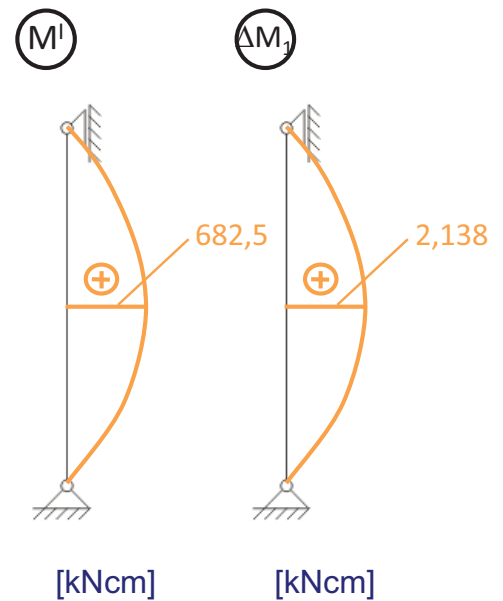
Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Moment in Feldmitte

$$M^I = 682,5[kNcm]$$

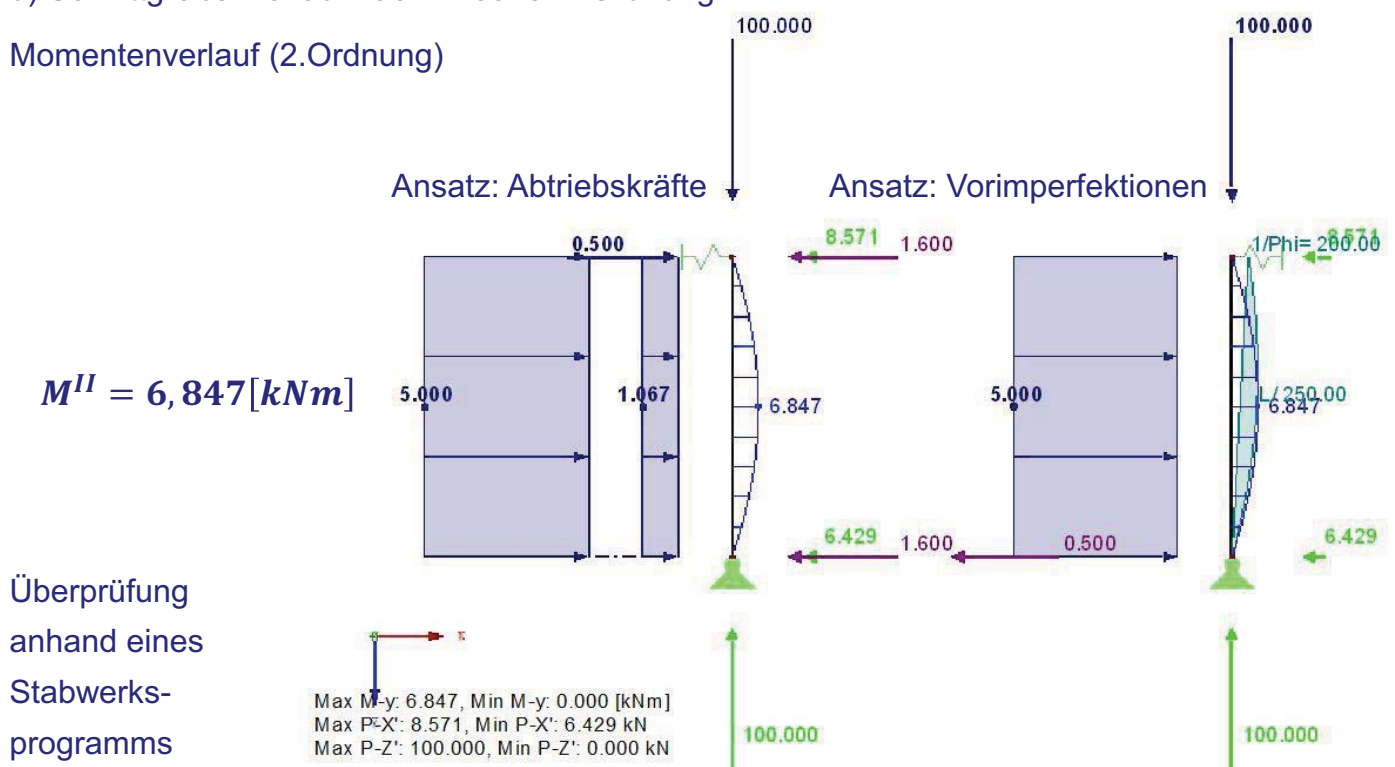
$$\Delta M_1 = 2,138[kNcm]$$



Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Momentenverlauf (2.Ordnung)



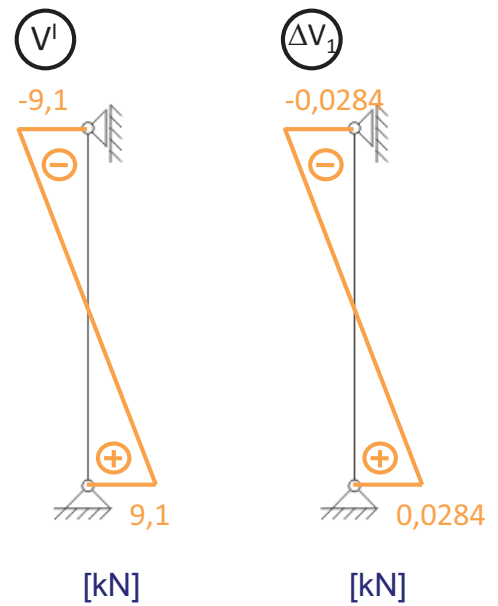
Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Querkräfte an den Auflagern:

$$V^I = 9,1[kN]$$

$$\Delta V_1 = 0,0284[kN]$$



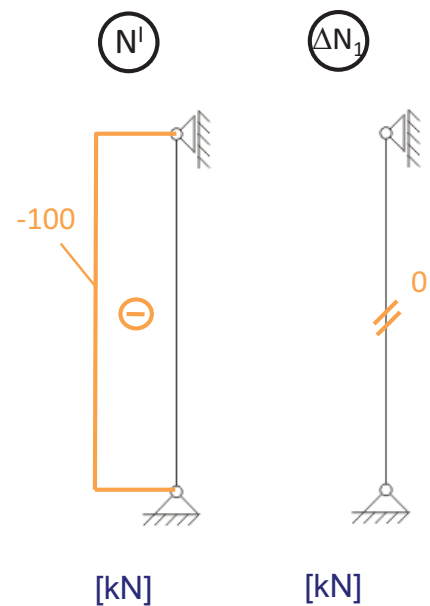
Beispiel 2:

d) Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung

Normalkraft im Stab:

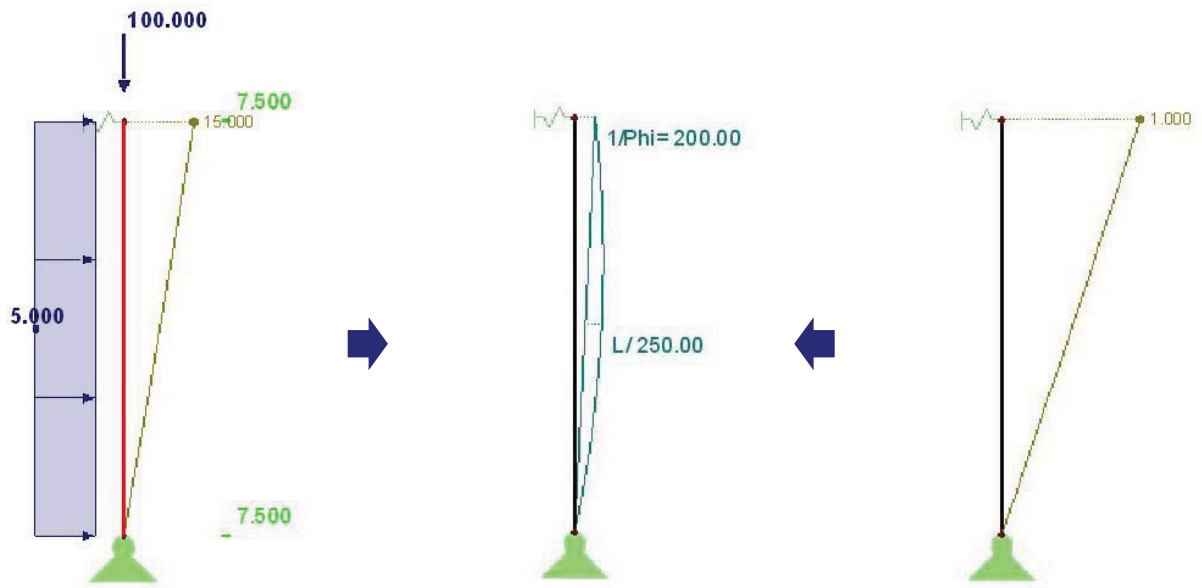
$$N^I = -100[kN]$$

$$\Delta N_1 = 0[kN]$$



Beispiel 2:

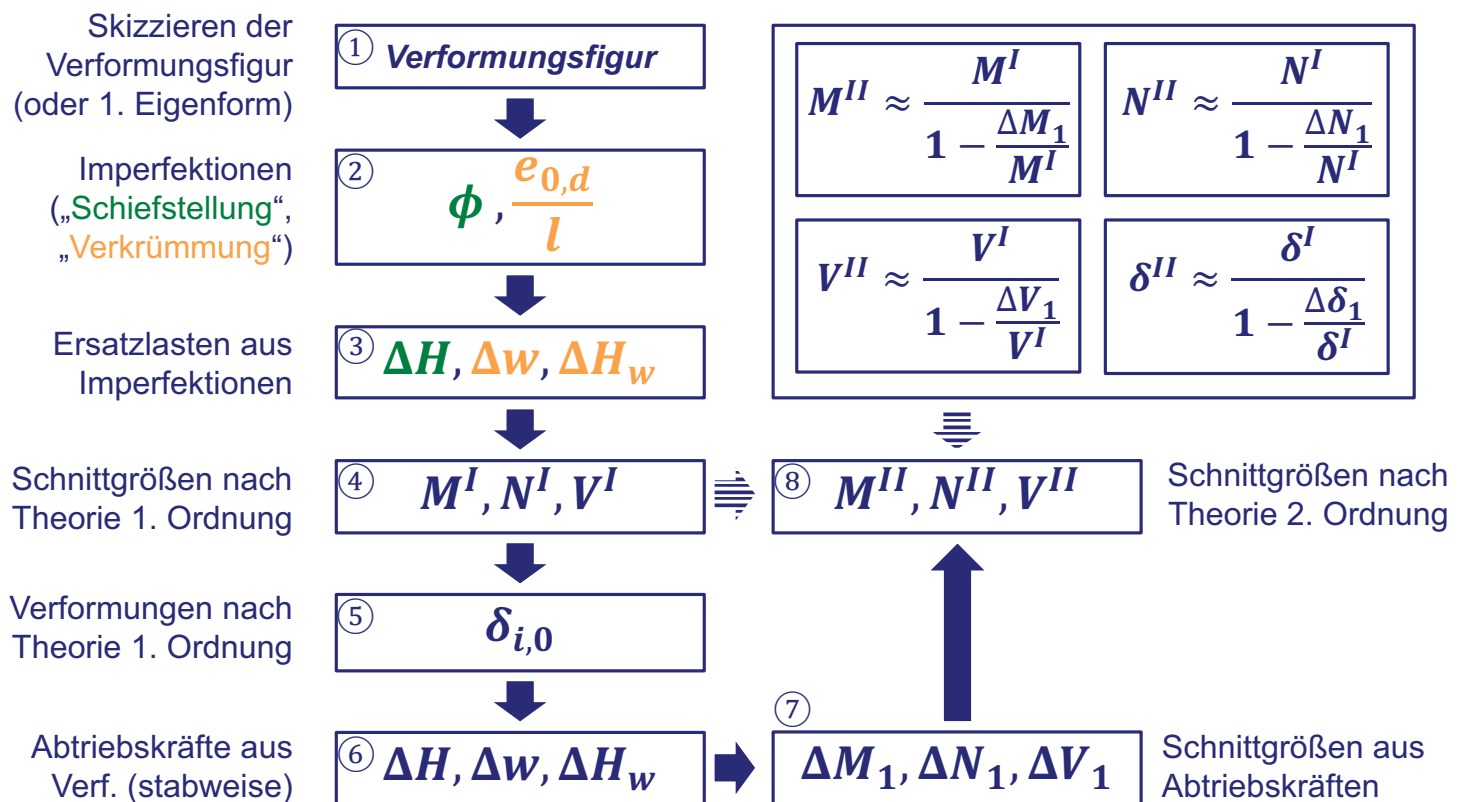
Vergleich der Vorimperfektionen:



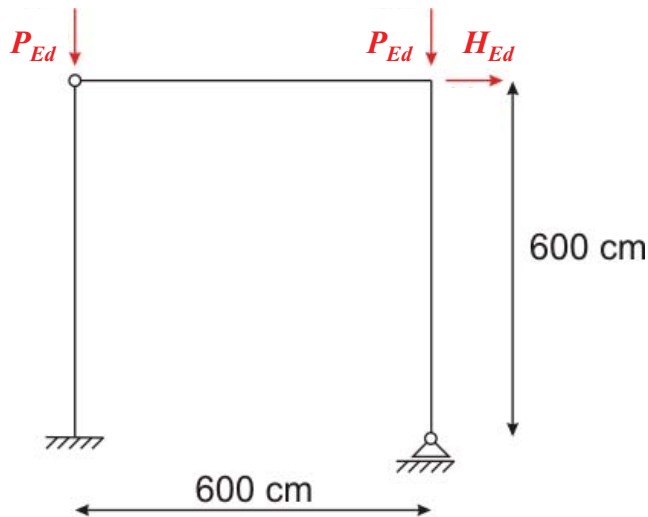
Verformung aus Belastung

1. Eigenform

Theorie II Ordnung



Beispiel 3:



gegeben:

$$I_{yy} = 14.285 \text{ cm}^4$$

$$E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$$

$$P_{Ed} = 100 \text{ kN}$$

$$H_{ed} = 50 \text{ kN}$$

$$EA = \infty$$

Knicklinie b, elastische Berechnung

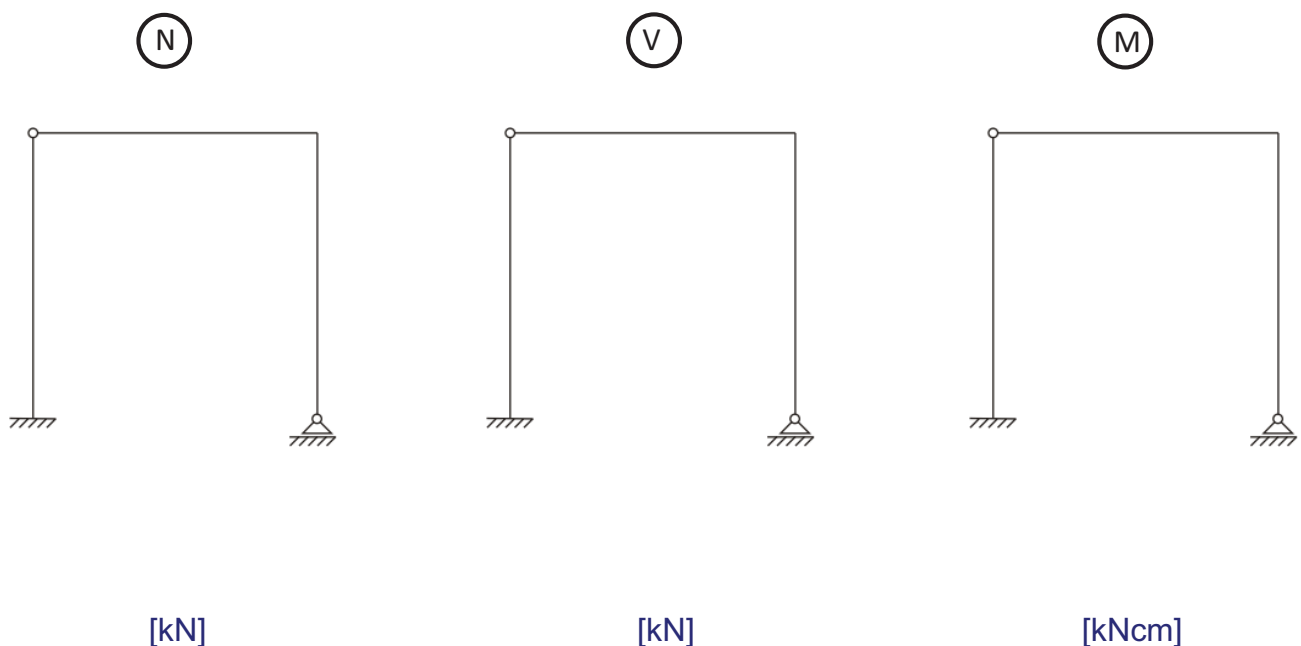
- Zeichnen Sie die Verformungsfigur des Systems
- Ermitteln Sie das Einspannmoment der Stütze nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Theorie II Ordnung

Beispiel 3:

- Zeichnen Sie die Verformungsfigur des Systems

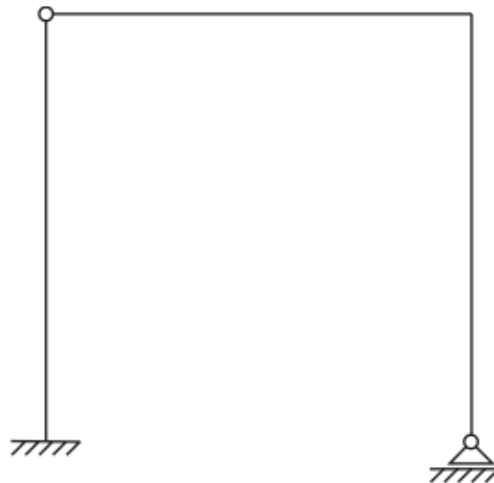
Schnittgrößen (ohne Imperfektionen):



Beispiel 3:

a) Zeichnen Sie die Verformungsfigur des Systems

Verformungsfigur, Vorimperfektionen äquivalent zur Verformungsfigur:



Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Vorimperfektionen, globale Anfangsschiefstellung:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

EN 1993-1-1, (Gl. 5.5)

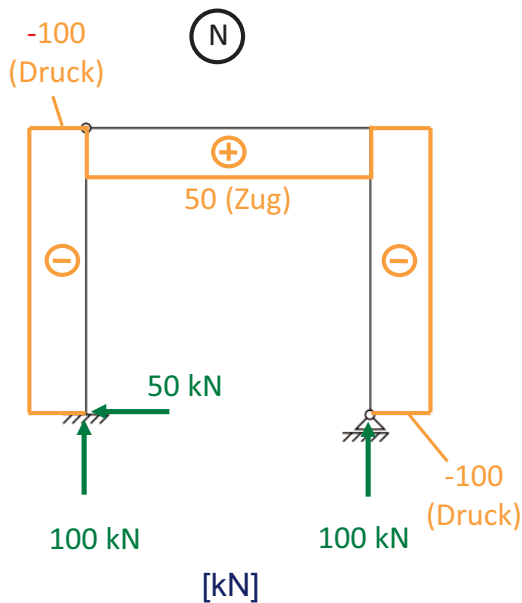
h Höhe des Tragwerks in [m]

m Anzahl der Stützen in einer Reihe, die eine Vertikalbelastung größer 50% der
Durchschnittsbelastung übernehmen

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Vorimperfektionen, Bauteilimperfektionen:



Knicklinie nach EN 1993-1-1, Tabelle 6.1	elastische Berechnung
	$e_{0,d}/L$
b	1/250

EN 1993-1-1, (Gl. 5.6)

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Vorimperfektionen, äquivalente Ersatzlasten:

„Schiefstellung“:

$$\Delta H = N \cdot \left(\frac{\delta}{L} + \phi \right) =$$

„Verkrümmung“:

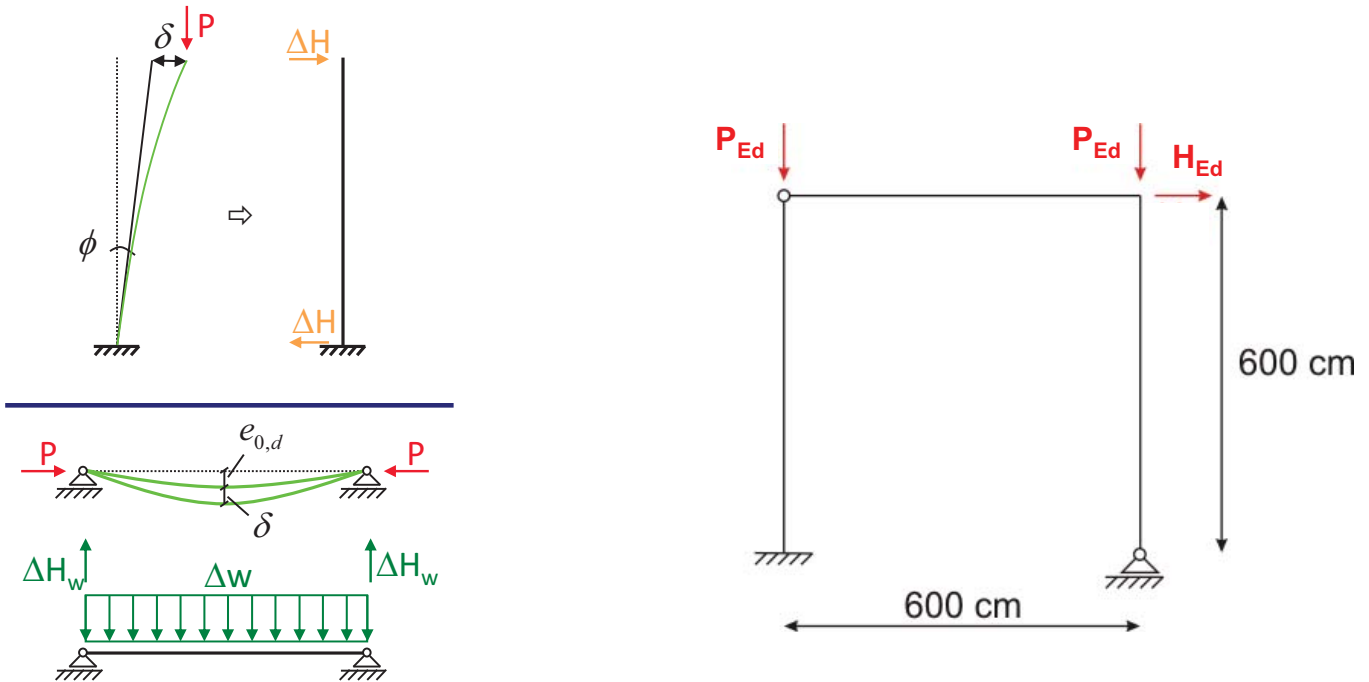
$$\Delta w = \frac{8 \cdot N \cdot (e_{0,d} + \delta)}{L^2} =$$

$$\Delta H_w = \frac{4 \cdot N \cdot (e_{0,d} + \delta)}{L} =$$

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

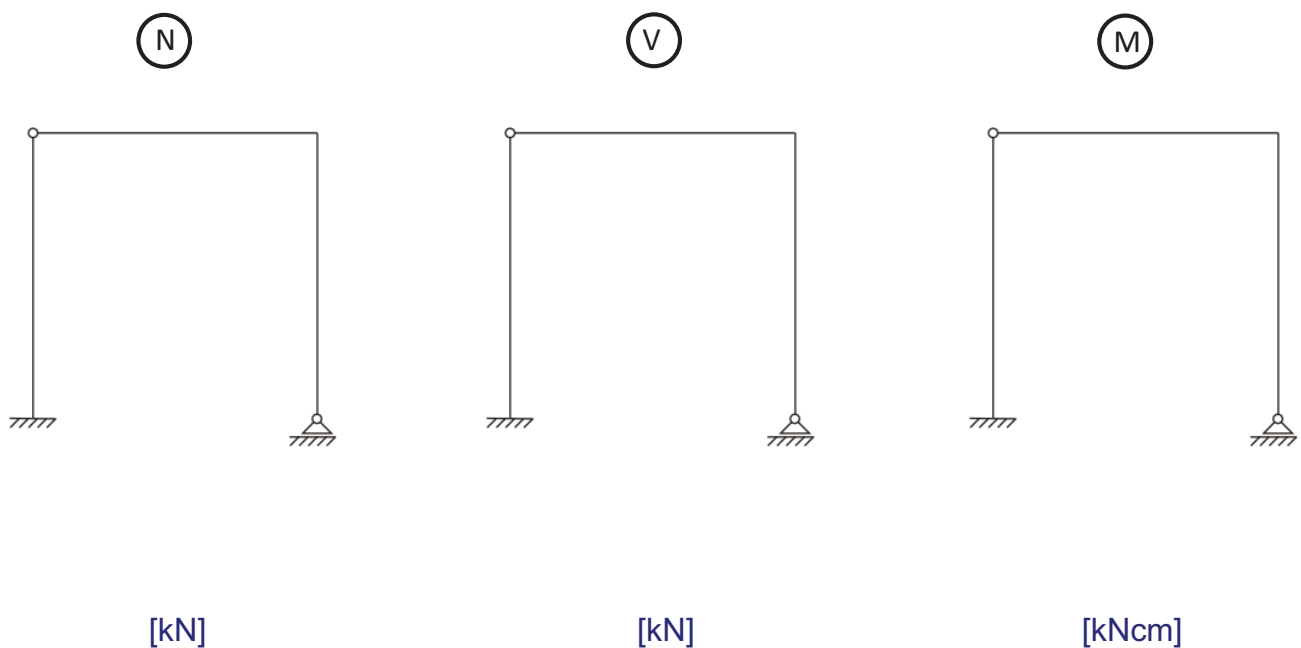
Vorimperfectionen, äquivalente Ersatzlasten:



Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

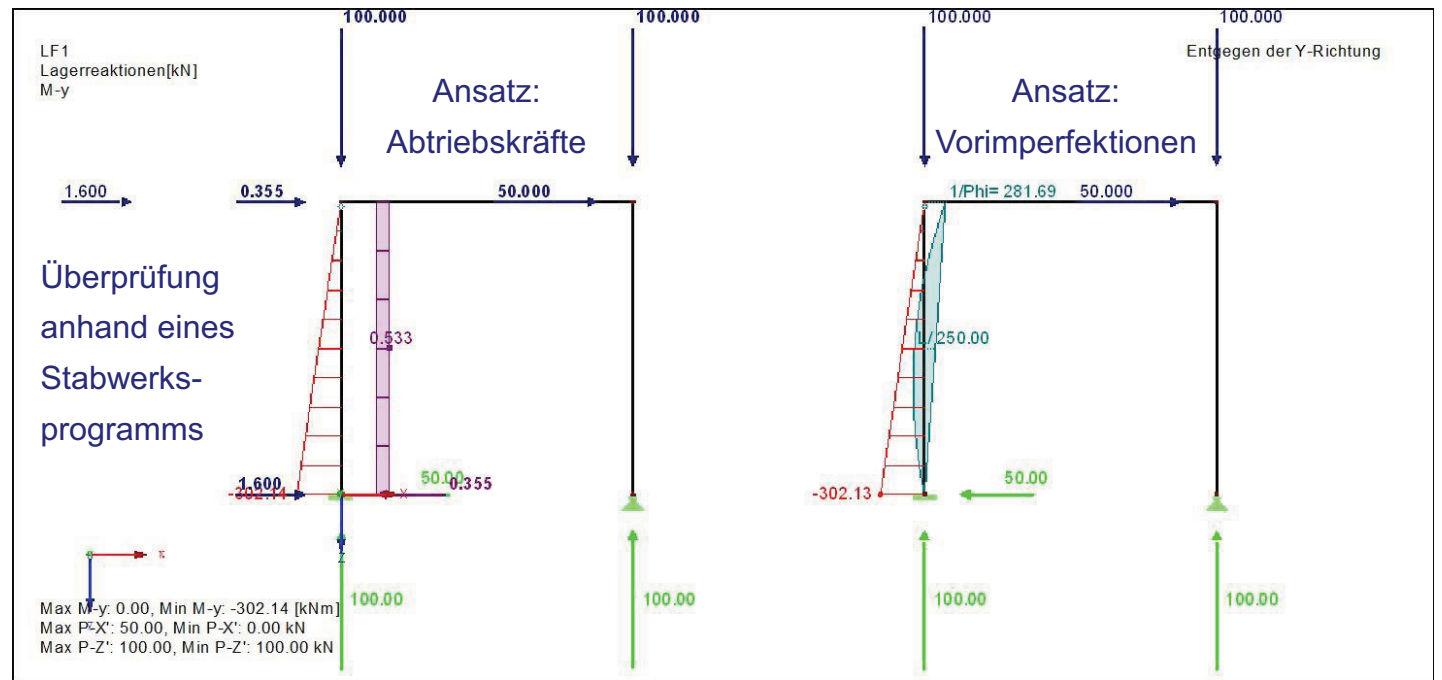
Schnittgrößen (mit Imperfektionen):



Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

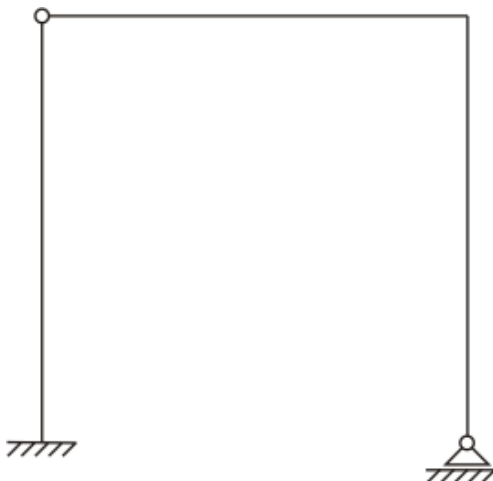
Schnittgrößen (1. Ordnung, mit Imperfektionen):



Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Abtriebskräfte:



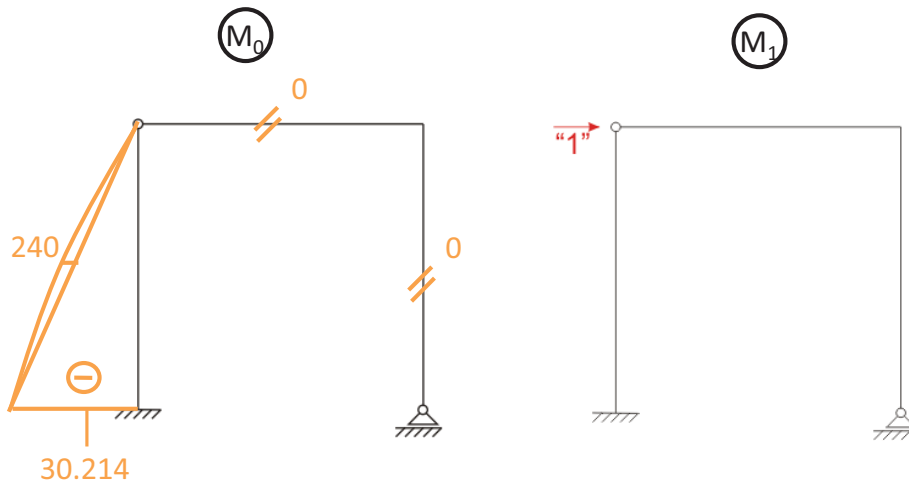
Abtriebskräfte werden angesetzt wenn:

- der Stab sich senkrecht zu seiner Achse verformt und
- eine Normalkraft im Stab vorhanden ist!

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Abtriebskräfte:



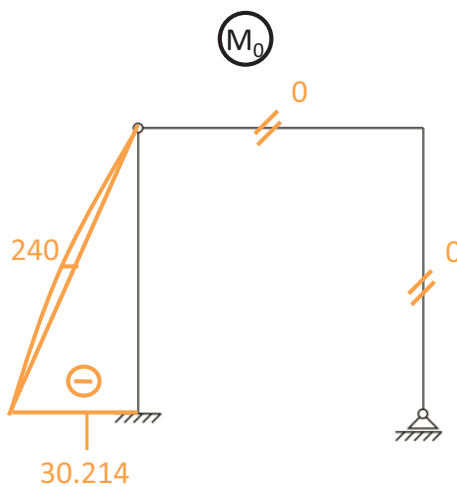
	$i \xrightarrow{\quad} k$ $\xrightarrow{\quad} l$	\bar{M}_i
1		$\frac{\bar{M}_i M}{2}$
2		$\frac{\bar{M}_i M_i}{3}$
7		$\frac{\bar{M}_i M}{3}$

Quelle: Schneider Bautabellen

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Abtriebskräfte:



	$EI = \text{konst.}$ $i \xrightarrow{\quad} k$ $\xrightarrow{\quad} l$	Biegelinie $\xrightarrow{\quad} W_{\text{Mitte}}$
1		$\frac{ql^4}{76,8EI}$

Quelle: Schneider Bautabellen

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Abtriebskräfte, linke Stütze:

„Schiefstellung“:

$$\Delta H = N \cdot \left(\frac{\delta}{L} + \phi \right) =$$

„Verkrümmung“:

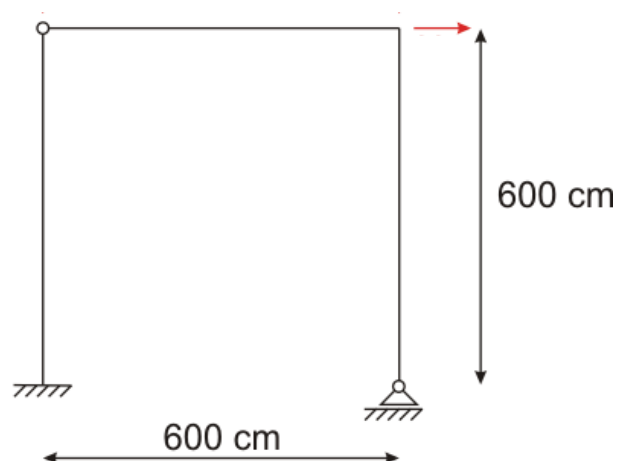
$$\Delta w = \frac{8 \cdot N \cdot (e_{0,d} + \delta)}{L^2} =$$

$$\Delta H_w = \frac{4 \cdot N \cdot (e_{0,d} + \delta)}{L} =$$

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

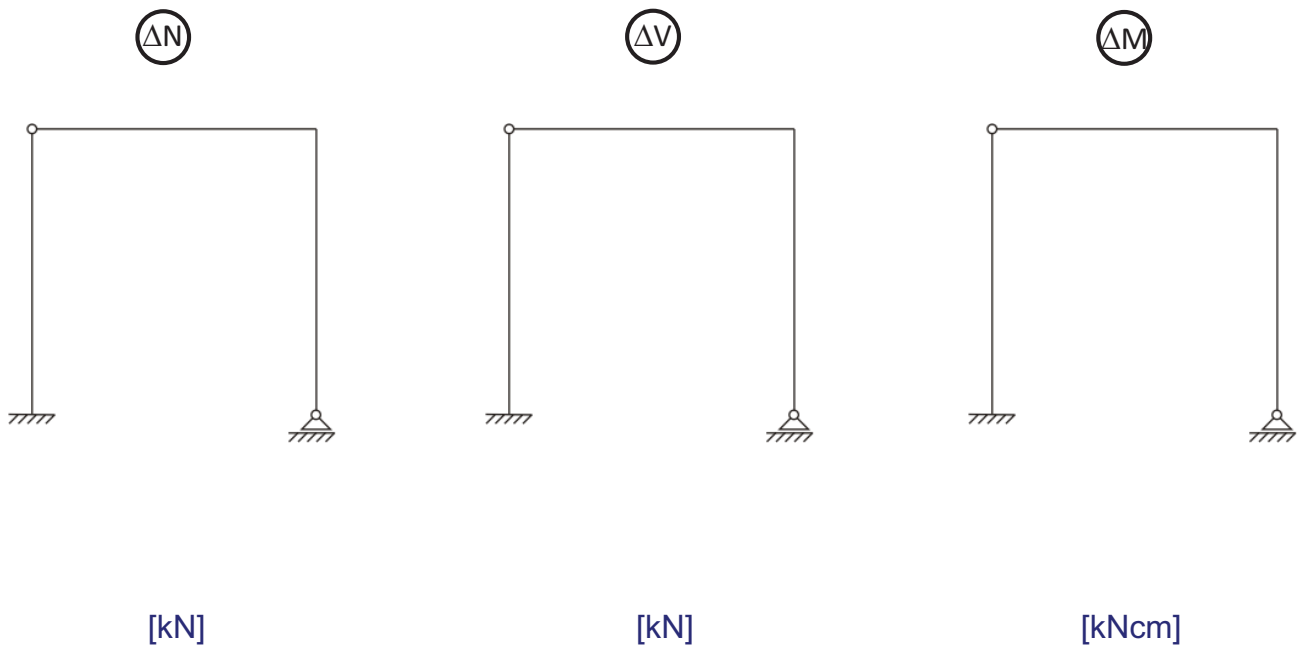
Abtriebskräfte:



Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Schnittgrößen (aus Abtriebskräften):



Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Einspannmoment (2. Ordnung):

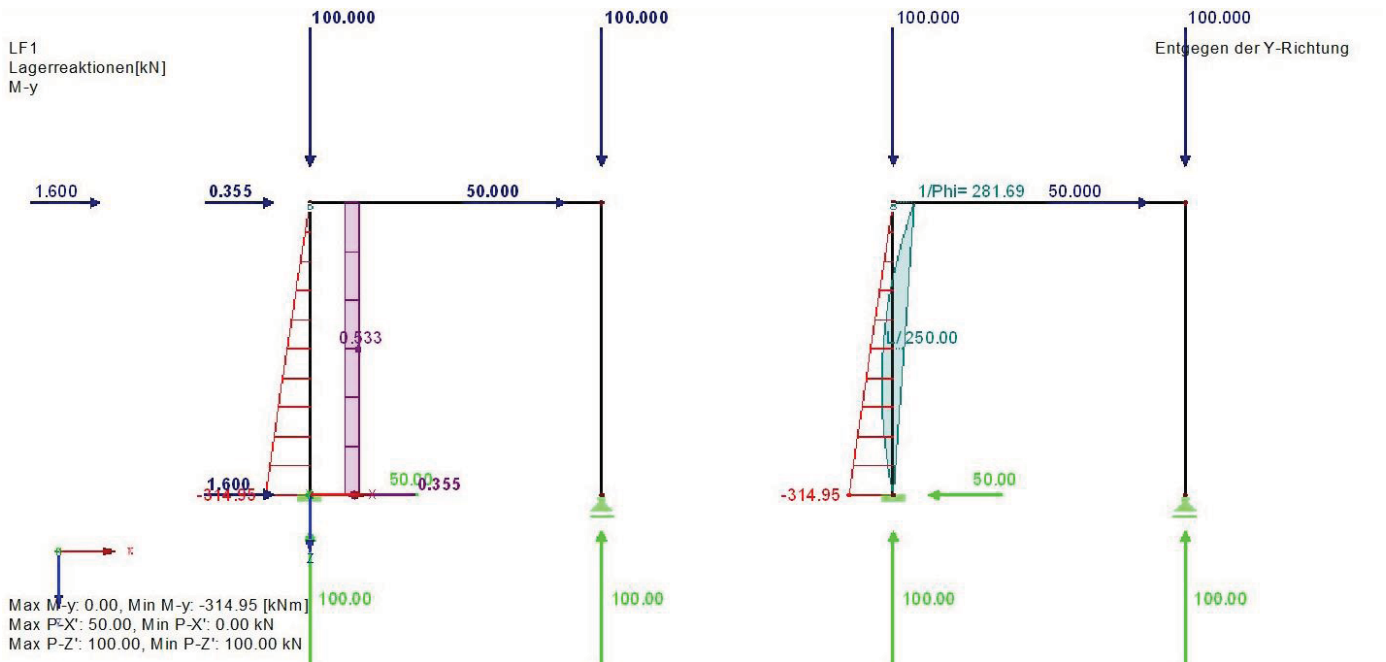
$$M^I = 30.214[kNcm]$$

$$\Delta M_1 = 1217[kNcm]$$

Beispiel 3:

b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Schnittgrößen (2. Ordnung):

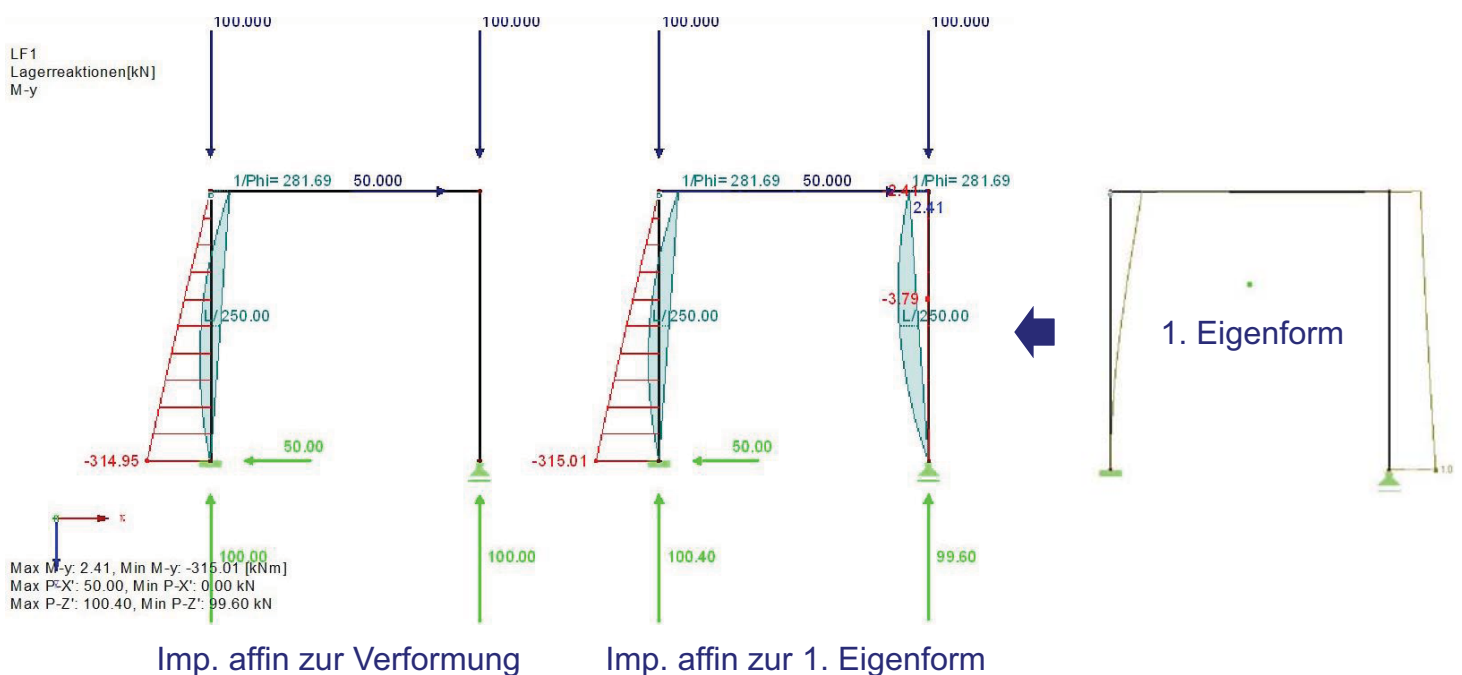


Theorie II Ordnung

Beispiel 3:

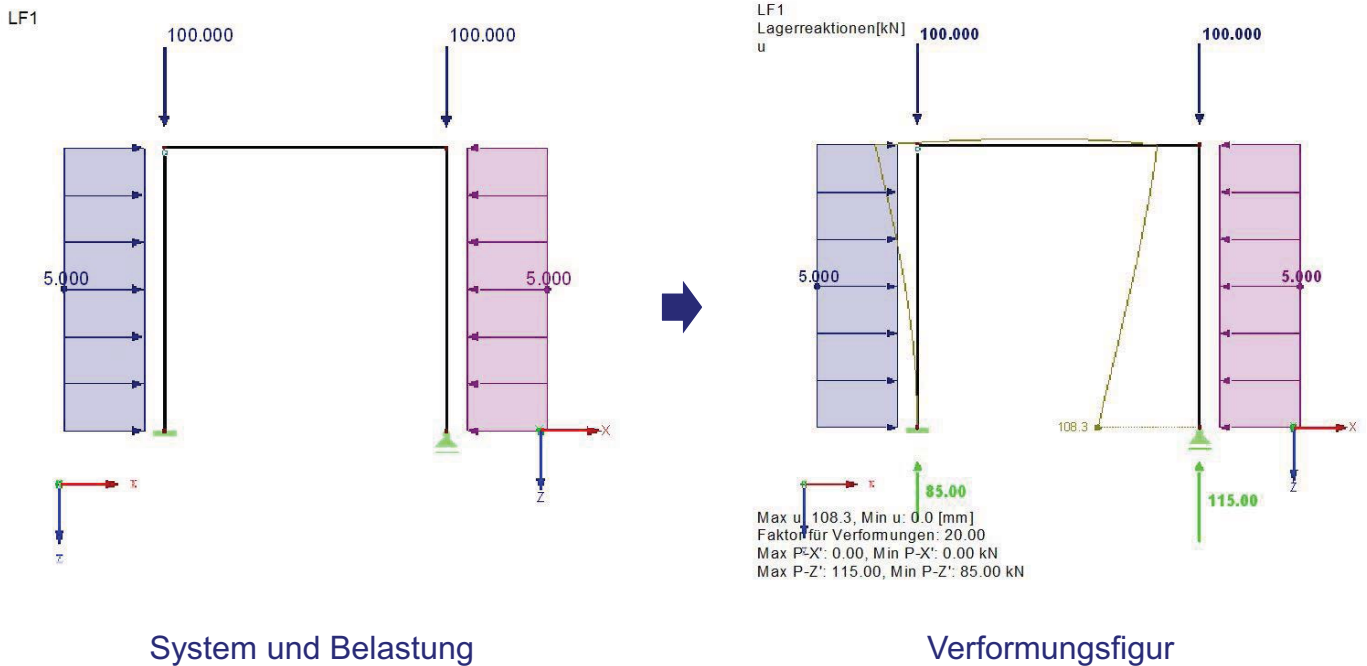
b) Ermitteln Sie den Schnittgrößenverlauf nach Theorie 2. Ordnung (eine Iteration)!

Schnittgrößen (2. Ordnung), Vergleich der Vorimperfektionen:



Schnittgrößenermittlung nach Theorie 2. Ordnung – Imperfektionen

Beispiele:

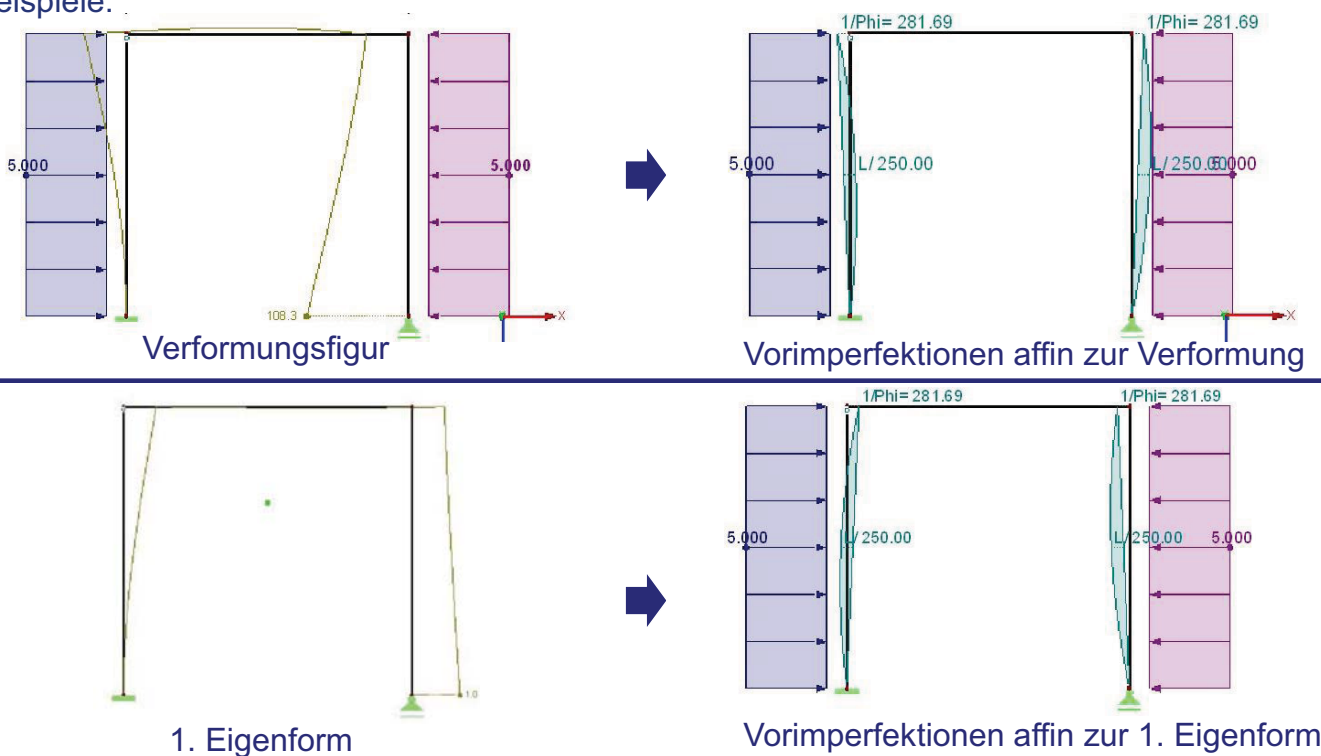


75

Stahlbau II / Sommersemester 2016

Schnittgrößenermittlung nach Theorie 2. Ordnung – Imperfektionen

Beispiele:

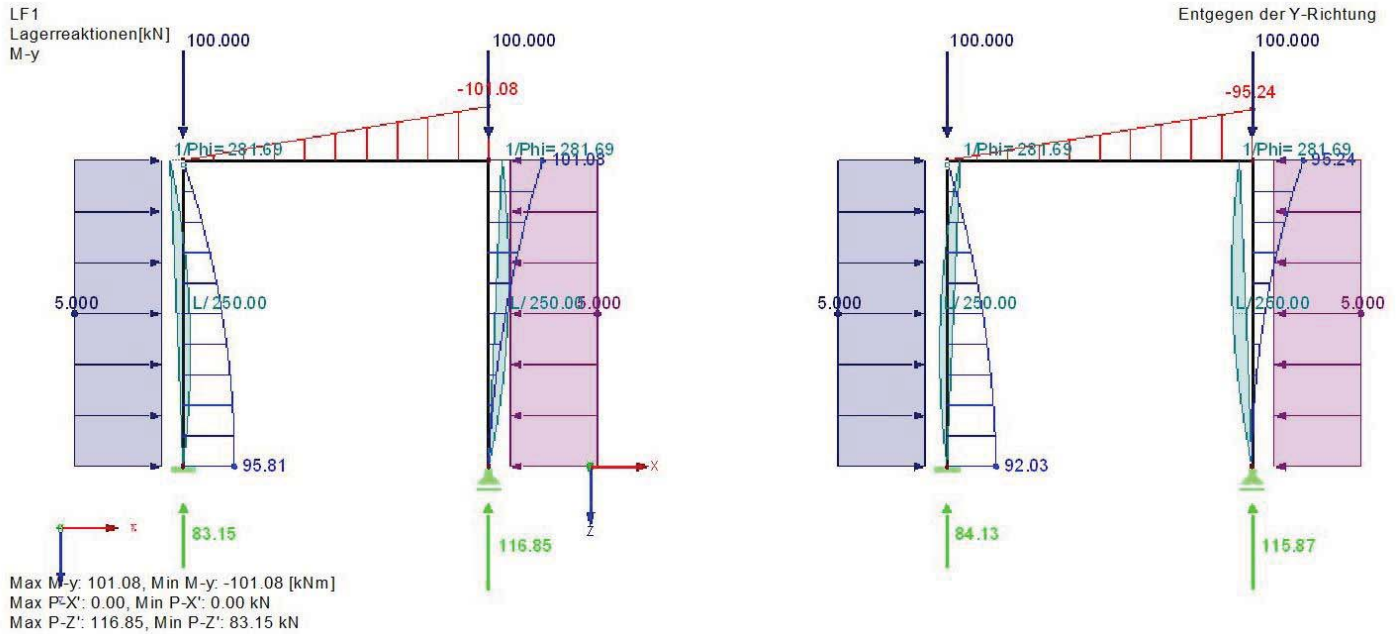


76

Stahlbau II / Sommersemester 2016

Schnittgrößenermittlung nach Theorie 2. Ordnung – Imperfektionen

Beispiele:



Vorimperfektionen affin zur Verformung

Vorimperfektionen affin zur 1. Eigenform

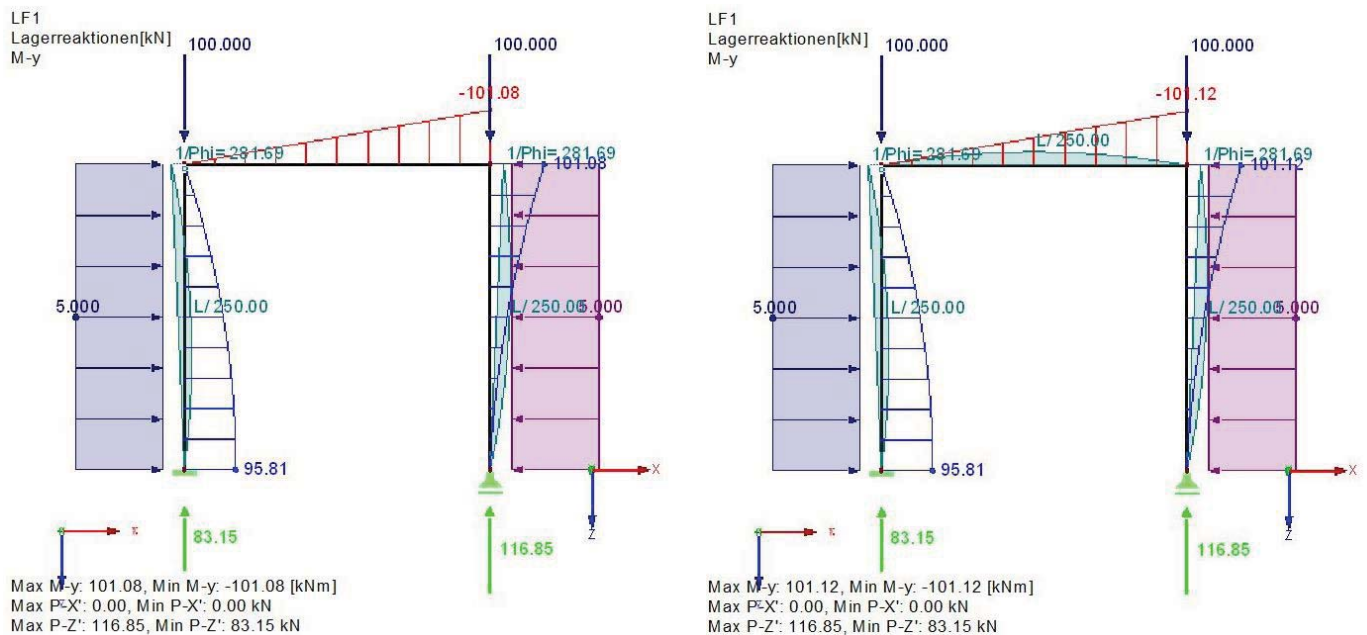
77

Stahlbau II / Sommersemester 2016



Schnittgrößenermittlung nach Theorie 2. Ordnung – Imperfektionen

Beispiele:



Vorimperfektionen affin zur Verformung

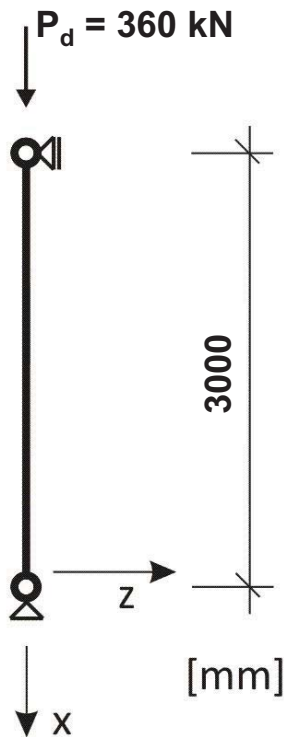
Vorimperfektionen affin zur Verformung (inkl. Riegel)

78

Stahlbau II / Sommersemester 2016



Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

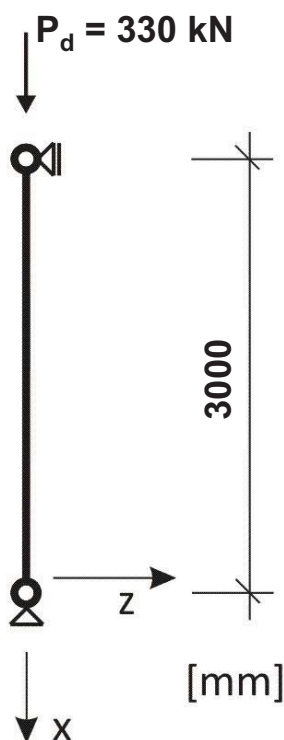


Profil: HEA 100

Material: S235

Hinweis: in diesem Beispiel wird lediglich die starke Achse betrachtet

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:



Material:

S235 $\Rightarrow f_y =$

Querschnittsfläche A:

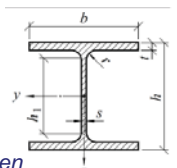
A =

Flächenträgheitsmoment I:

I_{yy} =

Knicklänge L_{cr} :

L_{cr} =



Quelle: Schneider Bautabellen

Quelle: Schreider Datenbank															
HEA (IPBI)-Reihe nach DIN 1025-3 (03.94), Euronorm 53-62 und DIN EN 10 034 (03.94)															
Nenn- höhe	Profilmaße in mm						Statische Werte								g kN/m
	h	b	s	t	r	h_1	A cm ²	I_y cm ⁴	W_{y3} cm ³	i_y cm	I_z cm ⁴	W_z cm ³	i_z cm	S_y cm ³	
100	96	100	5	8	12	56	21,2	349	72,8	4,06	134	26,8	2,51	41,5	0,167
120	114	120	5	8	12	74	25,3	606	106	4,89	231	38,5	3,02	59,7	0,199
140	133	140	5,5	8,5	12	92	31,4	1 030	155	5,73	389	55,6	3,52	86,7	0,247
160	152	160	6	9	15	104	38,8	1 670	220	6,57	616	76,9	3,98	123	0,304

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

EN 1993-1-1, (Tab. 6.2)

Querschnitt		Begrenzungen	Ausweichen rechtwinklig zur Achse	Knicklinie		
				\$ S 235 \$ 275 \$ 355 \$ 420	\$ 460	
gewalzte I-Querschnitte		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a a ₀	
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y-y z-z	b c	a a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d	c c
Geschweißte I-Querschnitte		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	b c	
		$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	c d	
Hohlquerschnitte		warmgefertigte	jede	a	a ₀	
		kaltgefertigte	jede	c	c	
Geschweißte Kastenquerschnitte		allgemein (außer den Fällen der nächsten Zeile)	jede	b	b	
		dicke Schweißnähte: $a > 0,5 t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	jede	c	c	

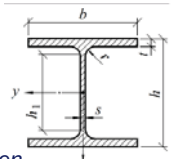
EN 1993-1-1, (Tab. 6.1)

Knicklinie	a_0	a	b	c	d
Imperfektionsbeiwert α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

$$t_f =$$

$$\frac{h}{b} =$$

$$\alpha =$$



Quelle: Schneider Bautabellen

HEA (IPB)-Reihe nach DIN 1025-3 (03.94), Euronorm 53-62 und DIN EN 10 034 (03.94)															
Nenn- höhe	Profilmaße in mm						Statische Werte								g kN/m
	<i>h_i</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>r</i>	<i>h_f</i>	<i>A</i> cm ²	<i>I_y</i> cm ⁴	<i>W_y</i> cm ³	<i>i_y</i> cm	<i>W_{pl,y}</i> cm ³	<i>i_{pl,y}</i> cm	<i>S_x</i> cm ³		
100	96	100	5	8	12	56	21,2	349	72,8	4,06	134	26,8	2,51	41,5	0,167
120	114	120	5	8	12	74	25,3	606	106	4,89	231	38,5	3,02	59,7	0,199
140	133	140	5,5	8,5	12	92	31,4	1 030	155	5,73	389	55,6	3,52	86,7	0,247
160	152	160	6	9	15	104	38,8	1 670	220	6,57	616	76,9	3,98	123	0,304

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Ideale Verzweigungslast:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{yy}}{L_{cr}^2} =$$

Schlankheitsgrad (für QKL1, 2, 3):

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} =$$

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Zwischenwert Φ :

$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] =$$

Abminderungsbeiwert χ :

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} =$$

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Bemessungswert der Beanspruchbarkeit:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} =$$

Nachweis:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \rightarrow$$

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

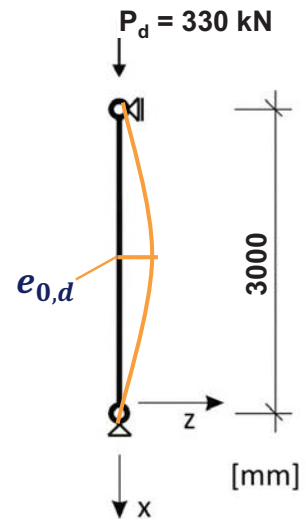
Bauteilimperfectionen:

$$e_{0,d}/L =$$

Knicklinie nach EN 1993-1-1, Tabelle 6.1	elastische Berechnung
	$e_{0,d}/L$
b	1/350

EN 1993-1-1/NA, (Tab. NA.1)

EN 1993-1-1, (Gl. 5.6)

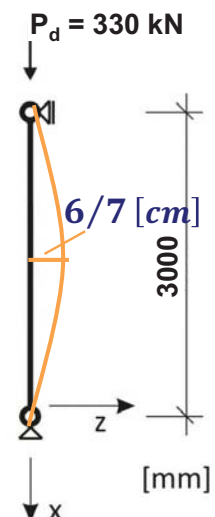


Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Äquivalente Ersatzlasten:

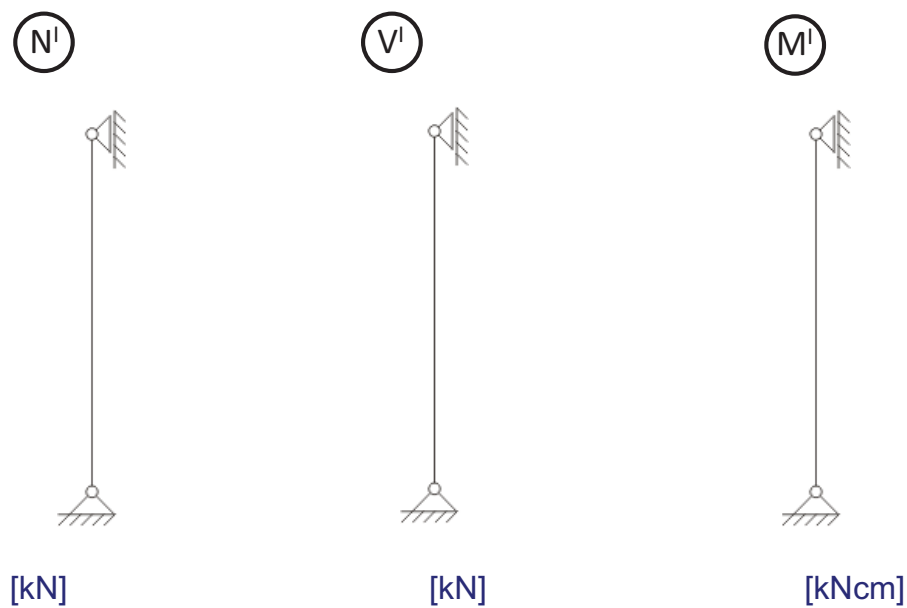
$$\Delta w = \frac{8 \cdot N \cdot e_{0,d}}{L^2}$$

$$\Delta H_w = \frac{4 \cdot N \cdot e_{0,d}}{L}$$



Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

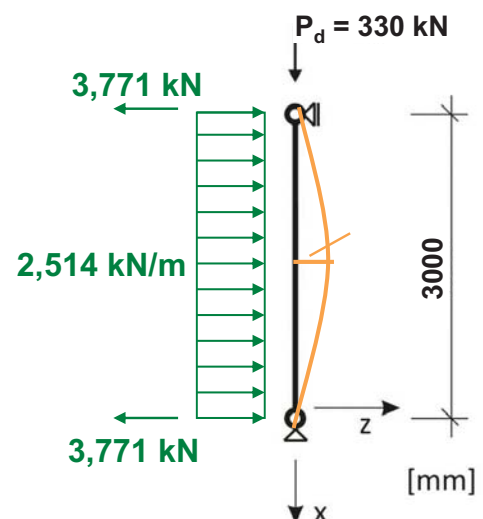
Schnittgrößenverlauf nach Theorie I Ordnung:



Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Verformungen

$$\delta_{Mitte} =$$

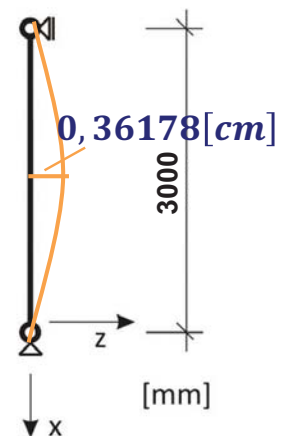


Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Abtriebskräfte:

$$\Delta w = \frac{8 \cdot N \cdot \delta}{L^2} =$$

$$\Delta H_w = \frac{4 \cdot N \cdot \delta}{L} =$$



Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Δ - Schnittgrößenverlauf nach Theorie I Ordnung:

ΔN^I



[kN]

ΔV^I



[kN]

ΔM^I



[kNcm]

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

Moment in Feldmitte:

$$M^I = 396[kNcm]$$

$$\Delta M_1 = 167[kNcm]$$

$$M^{II} \approx \frac{M^I}{1 - \frac{\Delta M_1}{M^I}} =$$

Nachweis (elastisch):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} \leq 1,0$$

Vergleich: Theorie 2. Ordnung / Ersatzstabverfahren:

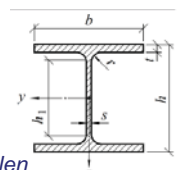
Querschnittswerte:

$$N_{Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} =$$

$$M_{el,y,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} =$$

Nachweis (elastisch):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,y,Rd}} \leq 1,0 \rightarrow$$



Quelle: Schneider Bautabellen

Vergleich Ersatzstabverfahren:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0 \rightarrow$$

Quelle: Schneider Bauteile															
HEA (IPBI)-Reihe nach DIN 1025-3 (03.94), Euronorm 53-62 und DIN EN 10 034 (03.94)															
Profilmaße in mm							Statische Werte								
Nenn- höhe	h_t	b	s	t	r	h_i	A cm ²	I_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm	I_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	S_x cm ³	g kN/m
100	96	100	5	8	12	56	21,2	349	72,8	4,06	134	26,8	2,51	41,5	0,167
120	114	120	5	8	12	74	25,3	606	106	4,89	231	38,5	3,02	59,7	0,199
140	133	140	5,5	8,5	12	92	31,4	1030	155	5,73	389	55,6	3,52	86,7	0,247
160	152	160	6	9	15	104	38,8	1670	220	6,57	616	79,9	3,98	123	0,304