

Stahlbau III - WS 2015 / 2016

7. Vorlesung / Übung

Daniel Pak

07.01.2016

Terminübersicht und Übungsinhalte

Termin	Thema	Inhalt
22.10.2015	Ermüdung von Kranbahnträgern	Ermüdungsnachweis nach EN 1993-1-9 Einführung Bemessung von Kranbahnträgern
29.10.2015	Ermüdung von Kranbahnträgern	Bemessung von Kranbahnträgern Ermüdungsnachweis für Kranbahnträger
05.11.2015	Fließgelenkverfahren	Einführung
12.11.2015	Fließgelenkverfahren	Einführung, Traglastermittlung
19.11.2015	Fließgelenkverfahren	Traglastermittlung
03.12.2015	Fließgelenkverfahren	M-N-V-Interaktion, Abhängigkeit von Lasten
07.01.2016	Fließgelenkverfahren	Theorie II. Ordnung
14.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 1
21.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 2
28.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 3
11.02.2016	Biegedrillknicken	Vertiefung Drehfederbettung / Kranbahnträger

xx.xx.2016

schriftliche Prüfung

Änderungen vorbehalten!

Normen

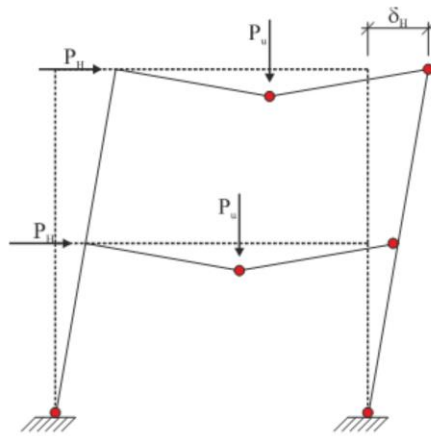
Erhältlich als Download unter www.perinorm.com

- DIN EN 1993-1-1 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau

Weiterführende Literatur

- Roik, K.: Vorlesungen über Stahlbau,
Verlag Ernst und Sohn, Berlin/München/Düsseldorf
- Bode, H.: Stahlbau III
- Lindner, J.; Roik, K.: Einführung in die Berechnungsverfahren nach dem Traglastverfahren, Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1979
- Petersen, C.: Stahlbau,
Vieweg Verlag, Braunschweig/München 1993

Fließgelenktheorie II. Ordnung - Einführung



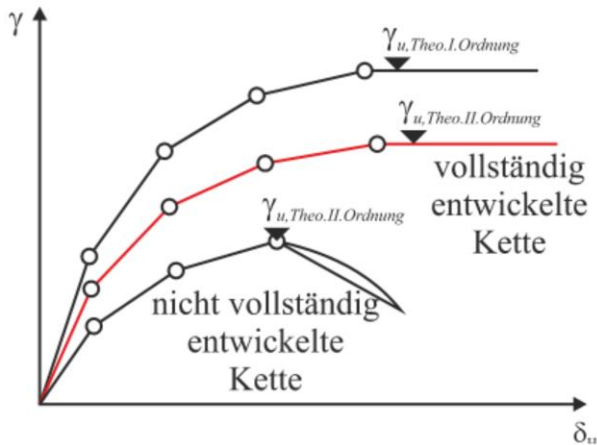
bei großer Verformung $\delta_H \rightarrow$ Tragwerk Theorie-II-Ordnung – empfindlich (Stabilitätsproblem)



im Gegensatz zur elastischen Berechnung:
niemals geschlossene Lösung für ein Theorie-II-Ordnung-Problem beim Traglastverfahren

Fließgelenktheorie II. Ordnung – Einführung

Grundsätzliche Darstellung des Last-Verformungs-Verhaltens



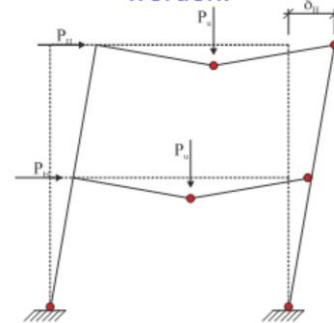
nicht vollständig entwickelte Kette:
Bei sehr großer vertikaler Last P_H wird dem System nicht gestattet, alle Fließgelenke auszubilden.



Theorie-II-Ordnung-Verformungen gehen mit in die Momentenbilanz ein!



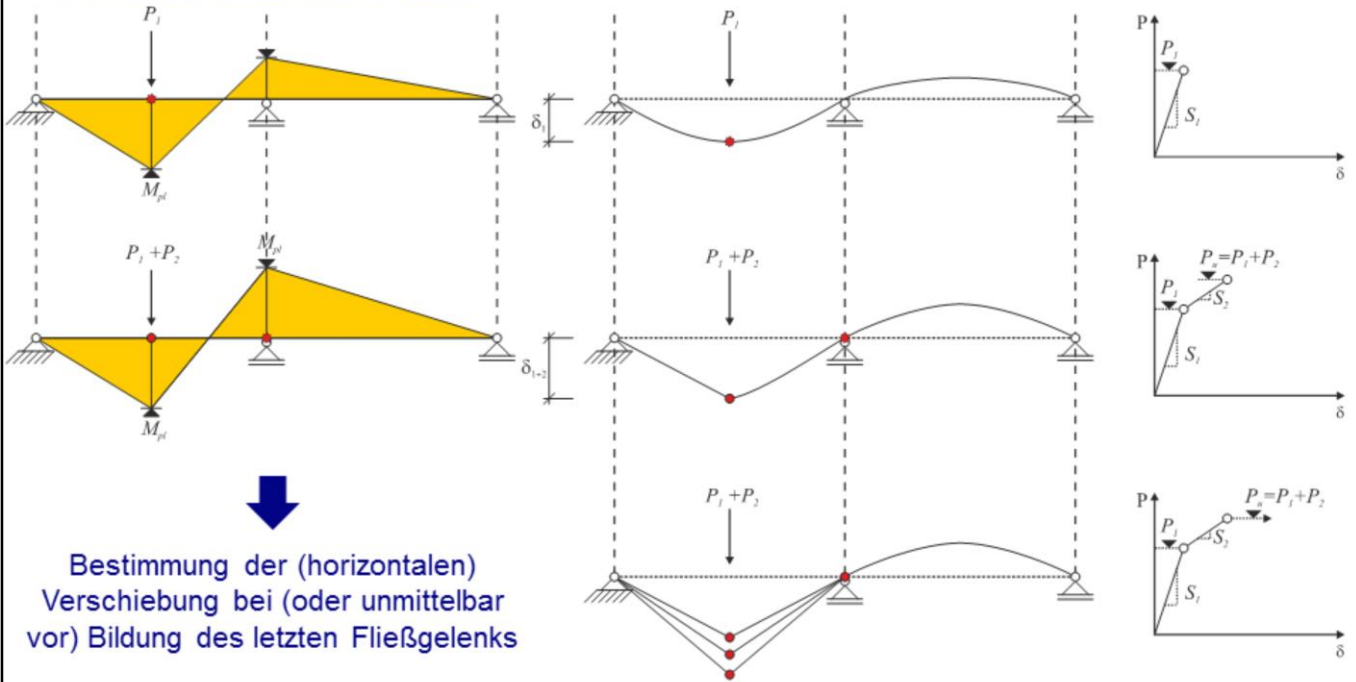
Verformungen müssen ermittelt werden!



Frage: wie groß ist δ_H (im Grenzzustand der Tragfähigkeit)?

Fließgelenktheorie II. Ordnung – Einführung

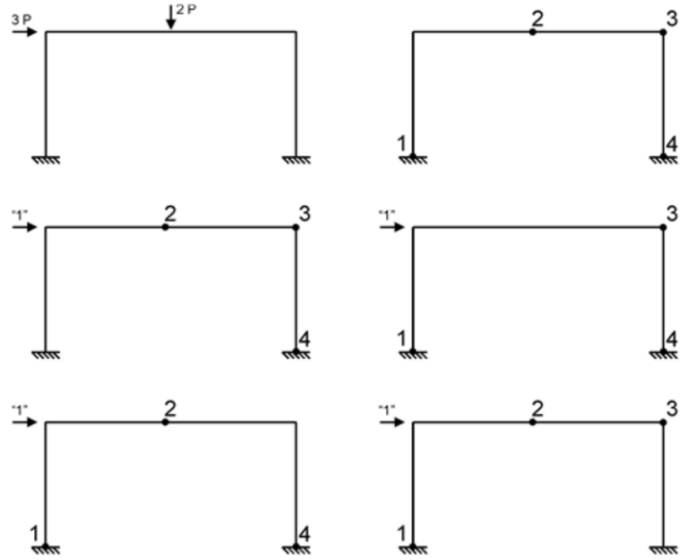
Rückblick: nach Ausbildung des letzten Fließgelenks ist eine eindeutige Ermittlung der Systemverformung nicht möglich!



Fließgelenktheorie II. Ordnung

Bestimmung des Fließgelenkes, das sich zuletzt ausbildet (Vorgehensweise):

- Ausgehend von der maßgebenden Fließgelenkkette werden alle möglichen statisch bestimmten Ersatzsysteme aufgestellt (d.h. es wird jeweils ein Fließgelenk der kinematischen Kette aufgehoben) und der Hilfszustand für den Arbeitssatz aufgebracht.
- Durch Überlagerung mit den Schnittgrößen der maßgebenden Fließgelenkkette werden die Verformungen mit Hilfe des Arbeitssatzes berechnet.
- Das System, in dem die größte Verformung auftritt, ist maßgebend, d.h. das Gelenk, das hier „aufgehoben“ wurde, bildet sich zuletzt aus.



Fließgelenktheorie II. Ordnung

Schematischer Berechnungsablauf (1 Iterationsschritt):

1. Bestimmung der maßgebenden Fließgelenkkette, der Traglast und der Schnittgrößen (gegebenenfalls unter Berücksichtigung der M-N-V-Interaktion) nach Fließgelenktheorie I. Ordnung.
2. Bestimmung des Fließgelenkes der maßgebenden Kette, das sich zuletzt ausbildet.
3. Bestimmung der Verschiebung nach Theorie I. Ordnung (Arbeitssatz)

Fließgelenktheorie II. Ordnung

Schematischer Berechnungsablauf (1 Iterationsschritt):

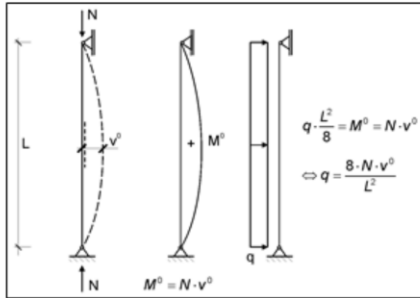
4. Wenn erforderlich Berücksichtigung von geometrischen Ersatzimperfectionen infolge geometrischer Toleranzen, Eigenspannungen, Fließgrenzenstreuung, etc.
 - a) Vorkrümmungen
(i.d.R. bei Druckgliedern in unverschieblichen Systemen)
 - b) Vorverdrehungen (i.d.R. bei Druckgliedern in verschieblichen Systemen)
5. Ansatz von Abtriebskräften infolge der Systemverformungen aus 3. und 4.
6. Neuformulierung der nun höheren äußeren Arbeit an der kinematischen Kette.
7. Berechnung der jetzt geringeren Traglast.

Fließgelenktheorie II. Ordnung

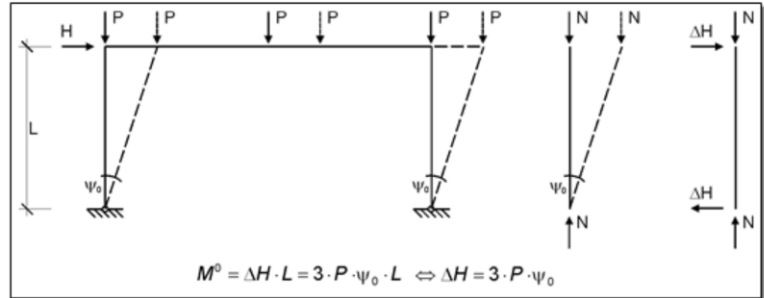
Schematischer Berechnungsablauf (1 Iterationsschritt):

Berücksichtigung von Imperfektionen

Prinzip: Ansatz einer Belastung, die einen affinen Momentenverlauf ergibt (Stahlbau II):



Beispiel: Gelenkstab mit Vorkrümmung

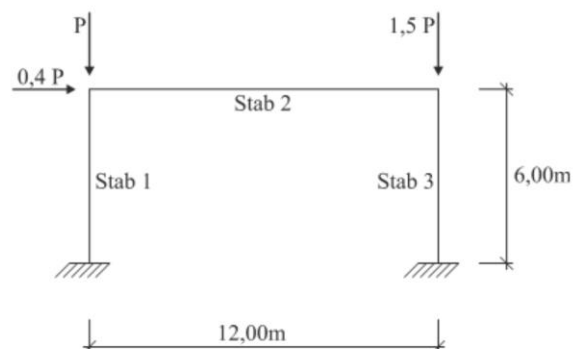


Beispiel: Rahmen mit Stützenschiefstellung

Beispiel 1:

gegeben:

- statisches System gemäß Skizze
- alle Querschnitte: $EI = 1,197 \cdot 10^8 \text{ kNcm}^2$
- Stäbe 1 und 2: $M_{pl,1} = 133 \text{ kNm}$
- Stab 3: $M_{pl,2} = 119 \text{ kNm}$
- alle Maße in [m]



gesucht:

- Ermitteln Sie die Traglast des Systems nach Fließgelenktheorie I. Ordnung ohne Berücksichtigung von Interaktion.
- Berechnen Sie die Traglast des Systems nach Fließgelenktheorie II. Ordnung (Ein Berechnungsschritt).

Beispiel 1:

Grad der statischen Unbestimmtheit des Systems?

$$n = 3$$

Anzahl der Fließgelenke zur Bildung einer kinematischen Kette?

$$f = n + 1 = 4$$

Anzahl der Positionen möglicher Fließgelenke?

$$p = 4$$

Anzahl Elementarketten?

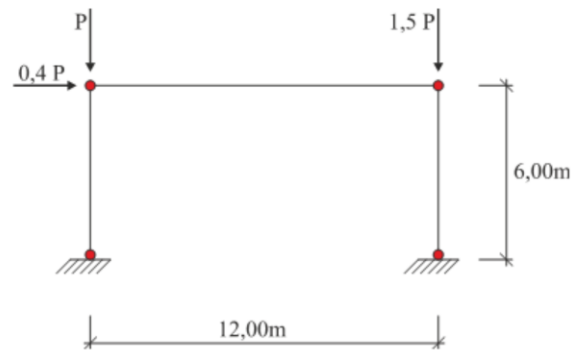
$$m = p - n = 4 - 3 = 1$$

Gesamtanzahl der Ketten?

$$j = 2^m - 1 = 2^1 - 1 = 1$$

Anzahl der Kombinationsketten?

$$k = j - m = 1 - 1 = 1$$



Beispiel 1:

a) 1. kinematische Kette (1. Elementarkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi \cdot 6m$$

Innere Arbeit:

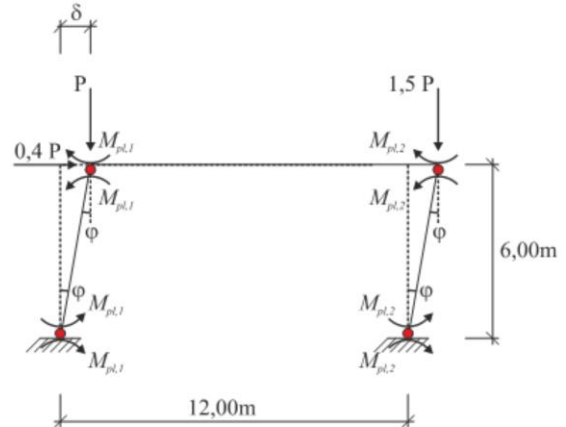
$$\begin{aligned} -W_i &= 2 \cdot M_{pl,1} \cdot \varphi + 2 \cdot M_{pl,2} \cdot \varphi \\ &= 2 \cdot 133 \cdot \varphi + 2 \cdot 119 \cdot \varphi \\ &= 504 kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

$$\begin{aligned} W_a &= 0,4 \cdot P \cdot \delta \\ &= 2,4m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

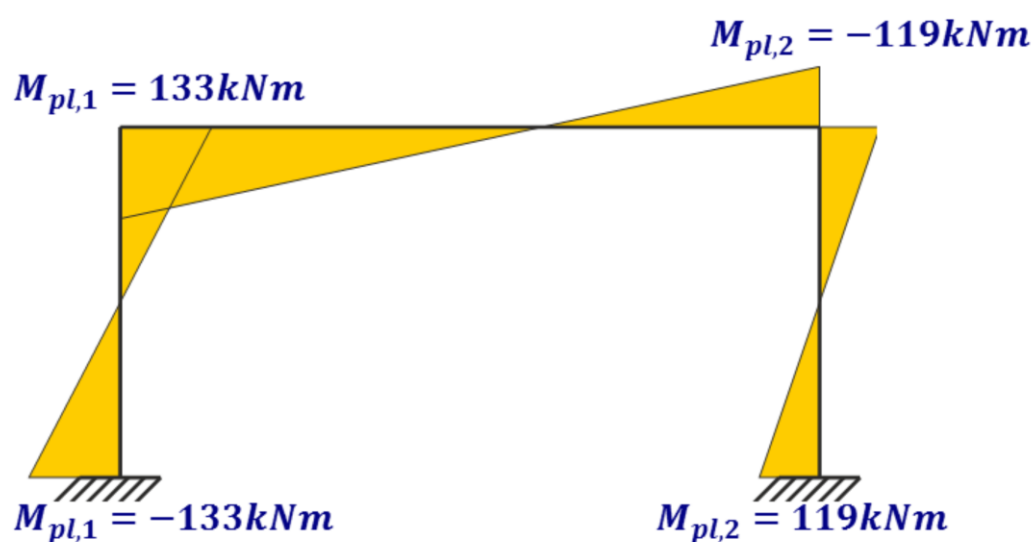
Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow 2,4m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 504 kNm \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 210 kN \end{aligned}$$



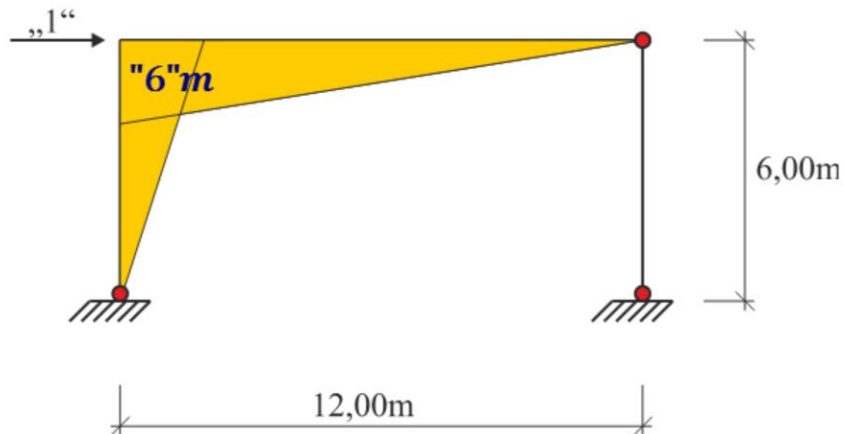
Beispiel 1:

a) Biegemomentenverteilung



Beispiel 1:

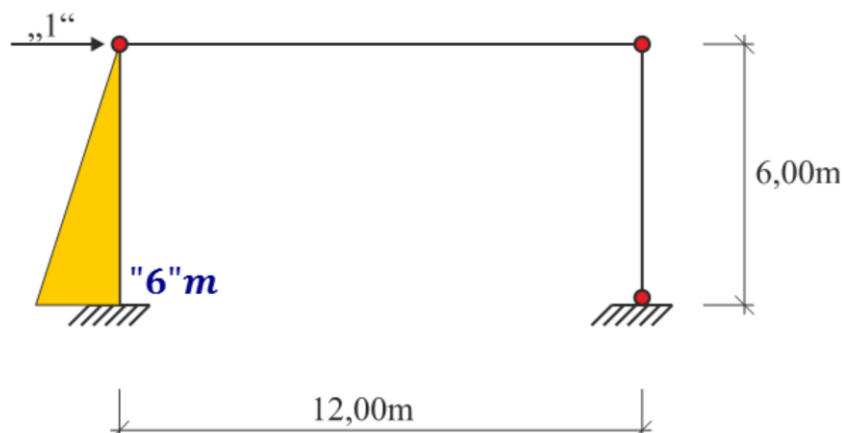
b) Statisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk in linker Rahmenecke (A)



$$\begin{aligned}
 E \cdot I \cdot \delta_A &= 6\text{m} \cdot 6\text{m} \frac{2 \cdot 133\text{kNm} - 133\text{kNm}}{6} + 6\text{m} \cdot 12\text{m} \frac{2 \cdot 133\text{kNm} - 119\text{kNm}}{6} \\
 &= 2.562\text{kNm}^3 \Rightarrow \delta_A = \frac{2.562 \cdot 10^6\text{kNcm}^3}{1.197 \cdot 10^8\text{kNcm}^2} = 21,4\text{cm}
 \end{aligned}$$

Beispiel 1:

b) Statisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk in linker Einspannung (B)

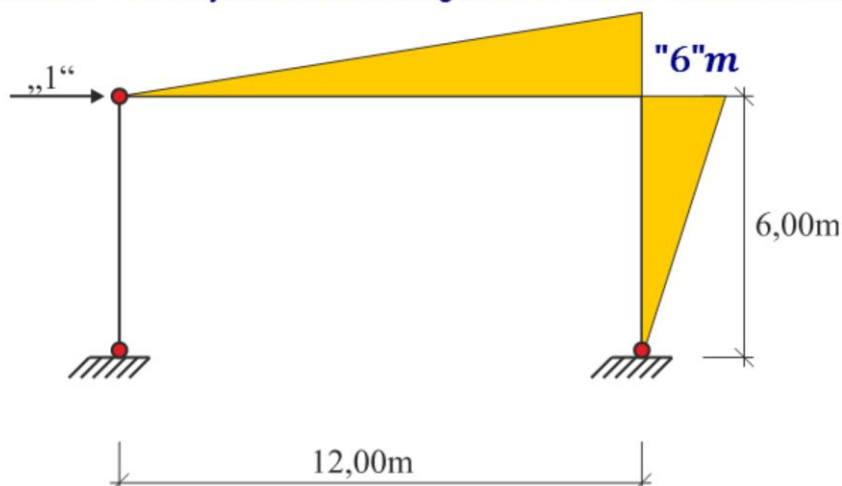


$$E \cdot I \cdot \delta_B = 6m \cdot 6m \frac{2 \cdot 133kNm - 133kNm}{6}$$

$$= 798kNm^3 \Rightarrow \delta_B = \frac{798 \cdot 10^6 kNcm^3}{1,197 \cdot 10^8 kNcm^2} = 6,7cm < \delta_A = 21,4cm$$

Beispiel 1:

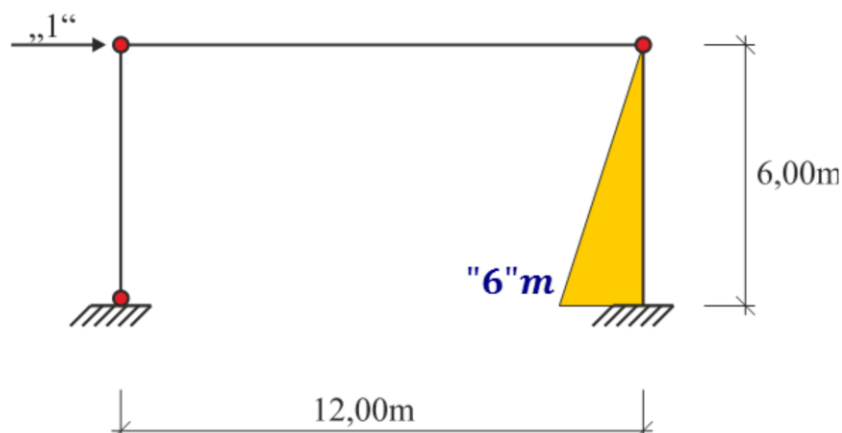
b) Statisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk in rechter Rahmenecke (C)



$$\begin{aligned}
 E \cdot I \cdot \delta_C &= "6"m \cdot 12m \frac{2 \cdot 119kNm - 133kNm}{6} + "6"m \cdot 6m \frac{2 \cdot 119kNm - 119kNm}{6} \\
 &= 1.974kNm^3 \Rightarrow \delta_C = \frac{1.974 \cdot 10^6 kNcm^3}{1,197 \cdot 10^8 kNcm^2} = 16,5cm < \delta_A = 21,4cm
 \end{aligned}$$

Beispiel 1:

b) Statisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk in rechter Einspannung (D)



$$E \cdot I \cdot \delta_D = 6m \cdot 6m \frac{2 \cdot 119kNm - 119kNm}{6}$$

$$= 714kNm^3 \Rightarrow \delta_D = \frac{714 \cdot 10^6 kNcm^3}{1,197 \cdot 10^8 kNcm^2} = 6,0cm < \delta_A = 21,4cm$$

Beispiel 1:

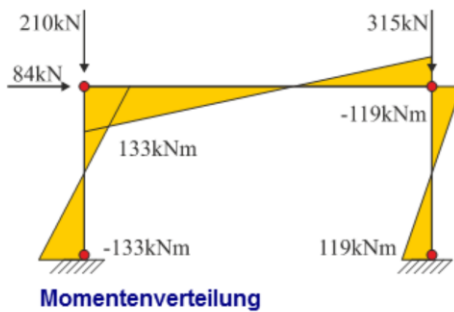
b) Statistisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk in linker Rahmenecke (A)

- Ersatzsystem (A) maßgebend (größte Verformung)



- Das letzte Fließgelenk bildet sich in der linken Rahmenecke
- Die maximale Verformung beträgt $\delta_{max} = 21,4cm$

Berechnung der Abtriebskräfte infolge δ_{max} (basierend auf Normalkraftverteilung):



Normalkraftverteilung in den Stützen zur Ermittlung der Abtriebskräfte

Beispiel 1:

b) Berechnung der Abtriebskräfte infolge δ_{max} (basierend auf Normalkraftverteilung):

$$\sum M_R = 0$$

$$\Rightarrow -133kNm - 119kNm - N_{1,L} \cdot 12m - 210kN \cdot 12m + 84kN \cdot 6m = 0$$

$$\Rightarrow -2.268kNm = N_{1,L} \cdot 12m$$

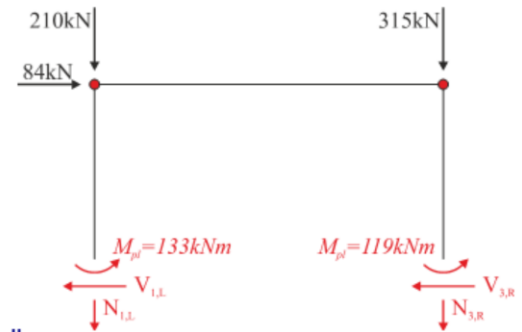
$$\Rightarrow N_{1,L} = -189kN = -0,9 \cdot P$$

$$\sum M_L = 0$$

$$\Rightarrow -133kNm - 119kNm + N_{3,R} \cdot 12m + 315kN \cdot 12m + 84kN \cdot 6m = 0$$

$$\Rightarrow 4.032kNm = -N_{3,R} \cdot 12m$$

$$\Rightarrow N_{3,R} = -336kN = -1,6 \cdot P$$



Kontrolle:

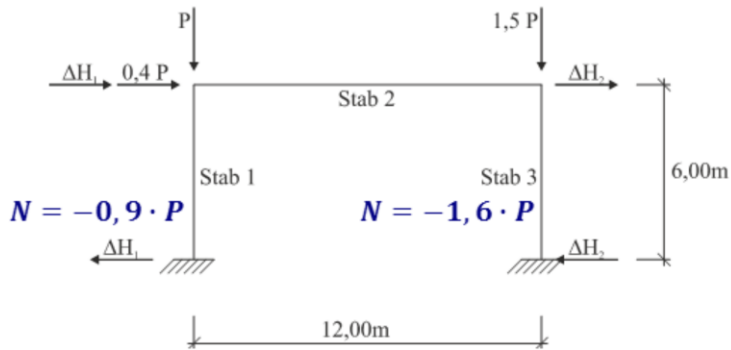
$$\sum F_V = 0$$

$$\Rightarrow N_{1,L} + N_{3,R} + 315kN + 210kN = 0$$

$$\Rightarrow -189kN \pm 336kN + 315kN + 210kN = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

Beispiel 1:

b) Berechnung der Abtriebskräfte infolge δ_{max} (basierend auf Normalkraftverteilung):



$$\Delta H_1 = 0,9 \cdot P \cdot \frac{21,4cm}{600cm} = 0,0321 \cdot P$$

$$\Delta H_2 = 1,6 \cdot P \cdot \frac{21,4cm}{600cm} = 0,0571 \cdot P$$

Beispiel 1:

b) maßgebende kinematische Kette (1. Elementarkette)

Winkelbeziehungen
(identisch):

wie zuvor

$$\delta = \varphi \cdot 6m$$

Innere Arbeit
(identisch):

wie zuvor

$$\begin{aligned} -W_i &= 2 \cdot M_{pl,1} \cdot \varphi + 2 \cdot M_{pl,2} \cdot \varphi \\ &= 2 \cdot 133 \cdot \varphi + 2 \cdot 119 \cdot \varphi \\ &= 504 kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

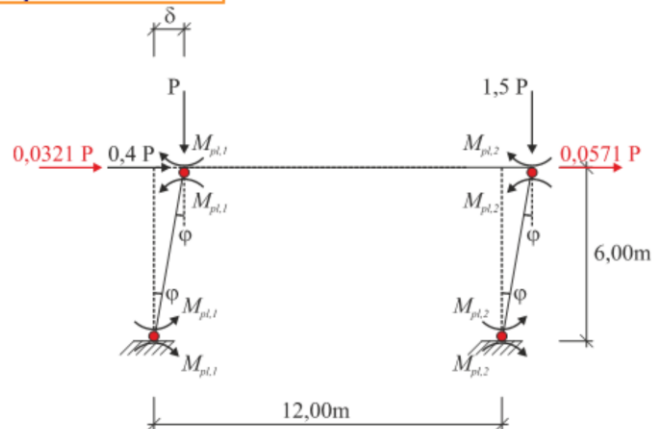
$$\begin{aligned} W_a &= 0,4 \cdot P \cdot \delta + 0,0321 \cdot P \cdot \delta \\ &\quad + 0,0571 \cdot P \cdot \delta \\ &= 2,9352m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$W_a - W_i = 0 \Rightarrow 2,9352m \cdot P \cdot \varphi = 504 kNm \cdot \varphi$$

$$\Rightarrow P = 171,71 kN$$

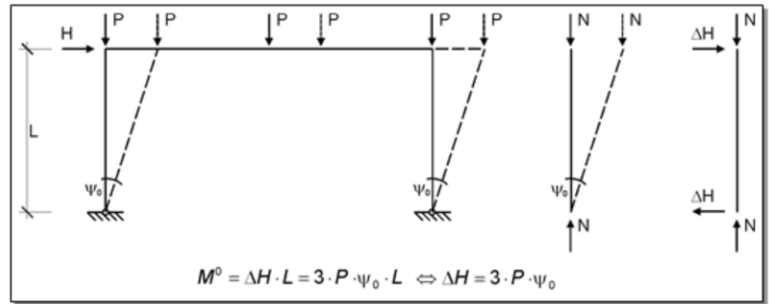
$$\frac{P_{II,0}}{P_{I,0}} = \frac{171,71 kN}{210 kN} = 81,8\%$$



Beispiel 1:

b) Alternatives Vorgehen (einfacher!):

Es ist für die Berechnung der äußeren Arbeit nicht relevant, welcher Anteil der vertikalen Lasten durch die rechte und welcher Anteil der vertikalen Lasten durch die linke Stütze abgetragen werden; die Normalkraftverteilung muss demnach nicht ermittelt werden:

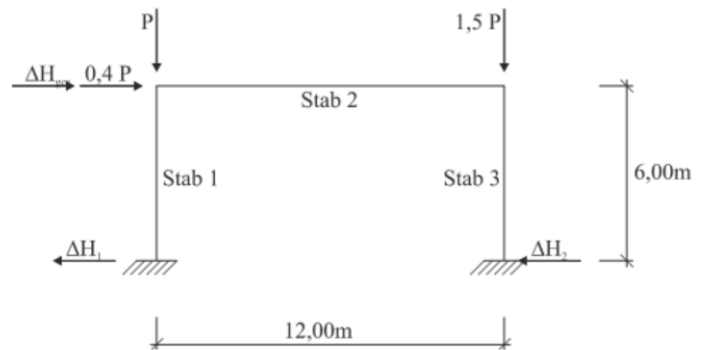


$$\Delta H_{ges} = (P + 1,5 \cdot P) \cdot \frac{21,4cm}{600cm}$$

$$= 0,0892 \cdot P$$

$$W_a = 0,4 \cdot P \cdot \delta + 0,0892 \cdot P \cdot \delta$$

$$= 2,9352m \cdot P \cdot \varphi$$



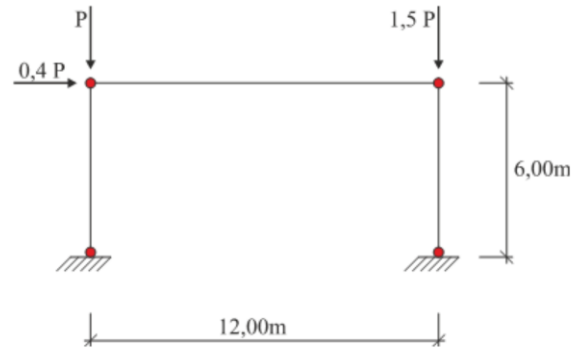
Beispiel 1:

Theorie 1. Ordnung:

$$P = 210 \text{ kN}$$

Theorie 2. Ordnung (1. Iterationsschritt):

$$P = 171,71 \text{ kN}$$



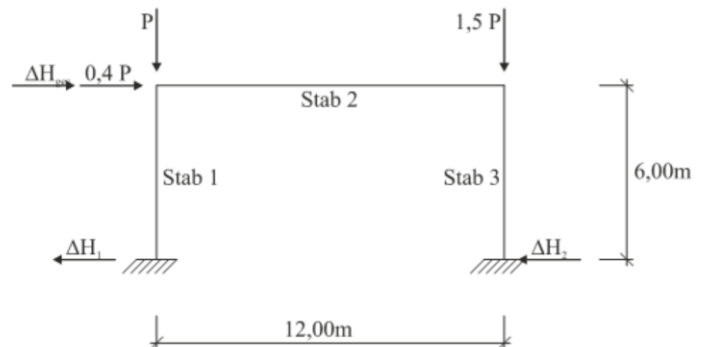
Beispiel 1:

In diesem Fall: weiterer Iterationsschritt:

Biegemomentenverteilung identisch, da unabhängig von $P \rightarrow$ Verformung identisch

$$\Delta H_{ges} = (P + 1,5 \cdot P) \cdot \frac{21,4cm}{600cm}$$
$$= 0,0892 \cdot P$$

$$W_a = 0,4 \cdot P \cdot \delta + 0,0892 \cdot P \cdot \delta$$
$$= 2,9352m \cdot P \cdot \varphi$$
$$\Rightarrow P = 171,71kN$$



Die Biegemomentenverteilung / Verformung des Systems bei Bildung des letzten Fließgelenks ist hier identisch; die nach dem ersten Iterationsschritt errechnete Traglast nach Theorie 2. Ordnung ist somit exakt.

Hinweis: der Ansatz der geometrischen Reihe zur Ermittlung der Traglast nach Theorie 2. Ordnung beim Traglastverfahren nicht möglich!

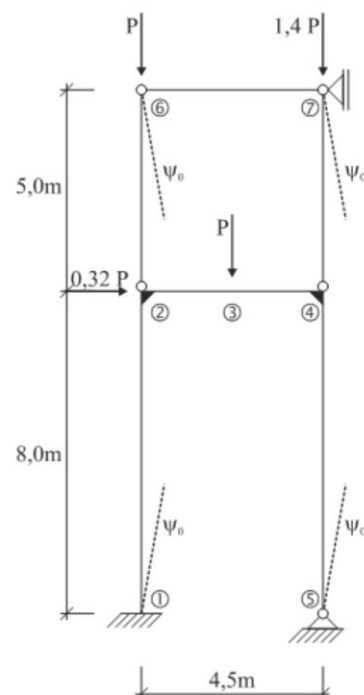
Beispiel 2:

gegeben:

- statisches System gemäß Skizze
- Querschnittswerte gemäß Tabelle 1
- Stahl S235
- Schiefstellung der Stiele $\psi_0 = \frac{1}{200}$

gesucht:

- Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Elementarketten und die Anzahl der möglichen Kombinationen von Elementarketten.
- Ermitteln Sie die Traglast des Systems nach Fließgelenktheorie I. Ordnung ohne Berücksichtigung von Interaktion.
- Ermitteln Sie die Traglast des Systems nach Fließgelenktheorie I. Ordnung unter Berücksichtigung von M,N,V-Interaktion (ein Berechnungsschritt).
- Berechnen Sie die Traglast des Systems nach Fließgelenktheorie II. Ordnung unter Berücksichtigung von M,N,V-Interaktion (ein Berechnungsschritt).



Beispiel 2:

Hinweise:

- ebenes Problem
- alle Querschnitte Klasse 1
- Belastung um die starke Achse
- Für die Gelenkstäbe des oberen Rahmens gilt $N_{l,St} < N_{l,pl,Rd}$
- Die Schiefstellung der Stiele muss erst bei der Berechnung nach Fließgelenktheorie II. Ordnung berücksichtigt werden.

Tabelle 1: Querschnittswerte

	$M_{pl,y,Rd}$ [kNm]	$V_{pl,z,Rd}$ [kN]	$N_{pl,Rd}$ [kN]	I [cm ⁴]	a [-]	k_{My} [-]	h_w [mm]	t_w [mm]
Rahmenstiele (HEB 400)	760	949	4.653	57.680	0,2719	0,2535	352	13,5
Rahmenriegel (HEA 400)	602	778	3.737	45.070	0,2829	0,2617	352	11,0

Fließgelenke bilden sich in den Riegeln

Beispiel 2:

a) Anzahl möglicher Ketten

Grad der statischen Unbestimmtheit des Systems?

$$n = a + 3 \cdot (p - k) - r = 6 + 3 \cdot (6 - 6) - 4 = 2$$

Anzahl der Fließgelenke zur Bildung einer kinematischen Kette?

$$f = n + 1 = 3$$

Anzahl der Positionen möglicher Fließgelenke?

$$p = 4$$

Anzahl Elementarketten?

$$m = p - n = 4 - 2 = 2$$

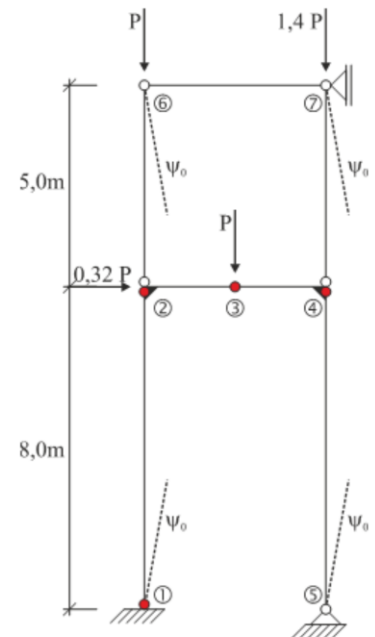
Gesamtanzahl der Ketten?

$$j = 2^m - 1 = 2^2 - 1 = 3$$

Anzahl der Kombinationsketten?

$$k = j - m = 3 - 2 = 1$$

a	Σ der möglichen Auflagerreaktionen
p	Σ aller Stabelemente zwischen k Zwischenknoten
k	Σ aller Knotenpunkte (inkl. Auflagerknoten)
r	Σ Nebenbedingungen ($r=m-1$, m = Anzahl gelenkig angeschlossener Stäbe)



“Aufbaukriterium”

Unteres Teilsystem: 2-fach statisch unbestimmt

Oberes Teilsystem:

- Wegnahme des oberen (einwertigen) Lagers nicht möglich
- keine innere statische Unbestimmtheit

Beispiel 2:

b) 1. kinematische Kette (1. Elementarkette, Trägerkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi \cdot \frac{4,5}{2} m$$

Innere Arbeit:

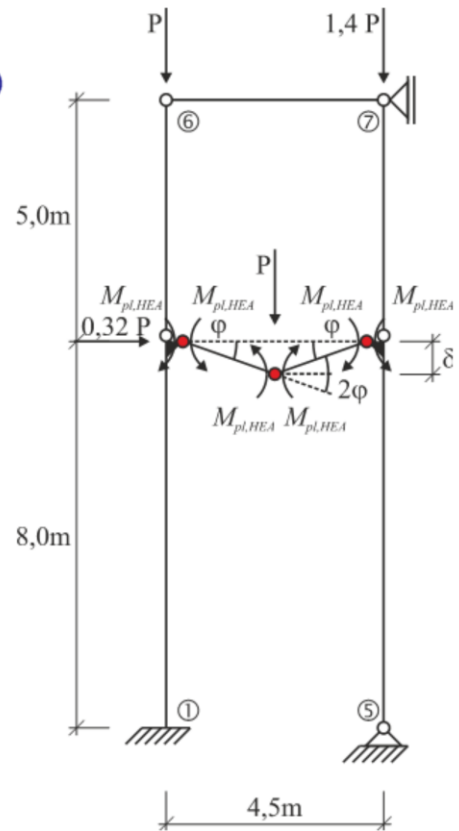
$$\begin{aligned} -W_i &= 4 \cdot M_{pl,HEA} \cdot \varphi \\ &= 4 \cdot 602 \cdot \varphi \\ &= 2.408 kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

$$\begin{aligned} W_a &= P \cdot \delta \\ &= 2,25m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow 2,25m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 2.408 kNm \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 1.070,2 kN \end{aligned}$$



Beispiel 2:

b) 2. kinematische Kette (2. Elementarkette, Verschiebungskette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi \cdot 8,0m$$

Innere Arbeit:

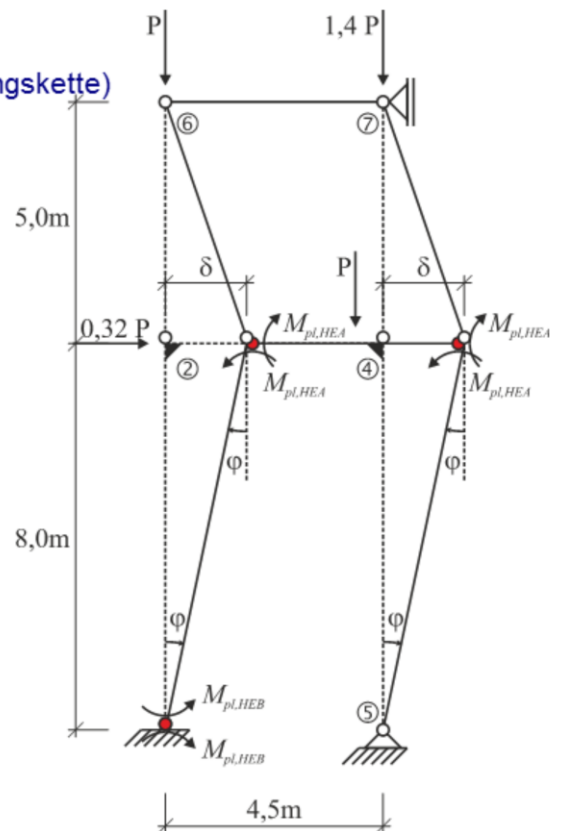
$$\begin{aligned} -W_i &= 2 \cdot M_{pl,HEA} \cdot \varphi \\ &+ M_{pl,HEB} \cdot \varphi \\ &= 2 \cdot 602 \cdot \varphi + 760 \cdot \varphi \\ &= 1.964 kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

$$\begin{aligned} W_a &= 0,32 \cdot P \cdot \delta \\ &= 2,56m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow 2,56m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 1.964 kNm \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 767,2 kN \end{aligned}$$



Beispiel 2:

b) 3. kinematische Kette (1. Kombinationskette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta_1 = \varphi \cdot 8,0m$$

$$\delta_2 = \varphi \cdot 4,5/2m$$

Innere Arbeit:

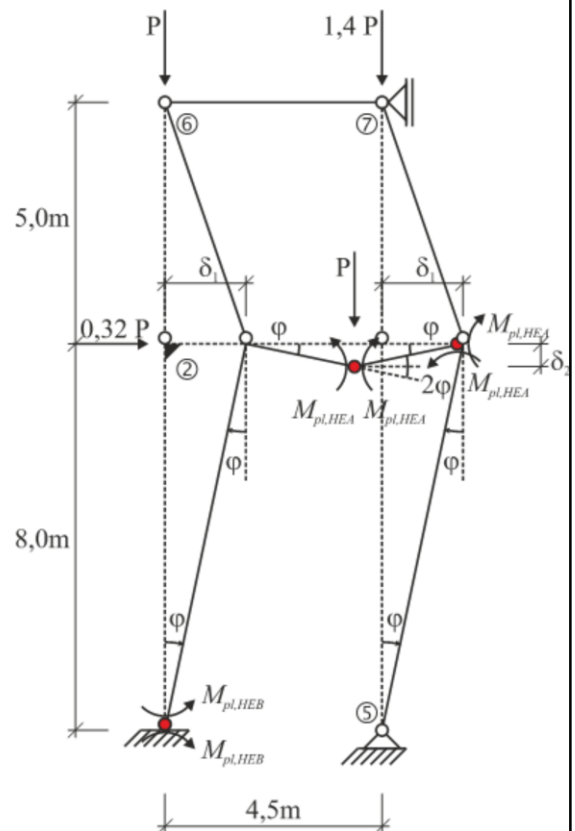
$$\begin{aligned} -W_i &= 4 \cdot M_{pl,HEA} \cdot \varphi \\ &+ M_{pl,HEB} \cdot \varphi \\ &= 4 \cdot 602 \cdot \varphi + 760 \cdot \varphi \\ &= 3.168 kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

$$\begin{aligned} W_a &= 0,32 \cdot P \cdot \delta_1 + P \cdot \delta_2 \\ &= 2,56m \cdot P \cdot \varphi \\ &+ 2,25m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 4,81m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow 4,81m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 3.168 kNm \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 658,6 kN \end{aligned}$$



Beispiel 2:

b) Maßgebende Kette:

Kette 1: $P = 1.070,2kN$

Kette 2: $P = 767,2kN$

Kette 3: $P = 658,6kN$



Kette 3 (Kombinationskette) ist maßgebend!
(minimale Traglast)

Prüfung des Eindeutigkeitssatzes

1. das Gleichgewicht ist erfüllt ✓
3. eine kinematische Kette ist im System oder in Systemteilen erreicht ✓
4. die Dissipationsarbeit ist positiv ($D = -A_i$) ✓

Anstelle von „2. an jeder Stelle des Systems ist erfüllt: $|M| \leq M_{pl}$ “ wird „ $P_u = \min\{P_{kin,i}\}$ “ erfüllt

Nun: Ermittlung der Schnittgrößenverläufe für die 3. Kette (zur M-N-V-Interaktion)

Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 658,6 \text{ kN}$

Teilsystem „unten“:

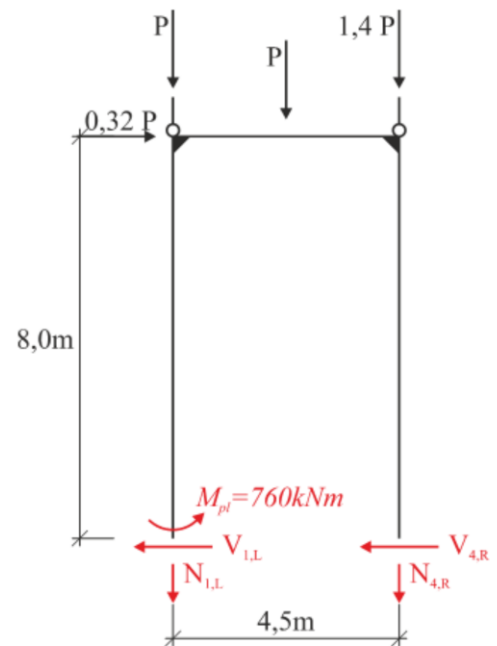
$$\sum M_R = 0$$

$$\Rightarrow -760 \text{ kNm} - N_{1,L} \cdot 4,5 \text{ m} - P \cdot 4,5 \text{ m} + 0,32 \cdot P \cdot 8 \text{ m} - P \cdot \frac{4,5 \text{ m}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow N_{1,L} = \frac{-760 \text{ kNm} - P \cdot 4,19 \text{ m}}{4,5 \text{ m}} = -782,1 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow -782,1 \text{ kN} + N_{4,R} + 3,4 \cdot P = 0$$

$$\Rightarrow N_{4,R} = -1457,1 \text{ kN}$$



$$\sum F_H = 0$$

$$\Rightarrow V_{4,R} = 0,32 \cdot P - V_{1,L}$$

Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 658,6kN$

Teilsystem „links“:

$$\sum M_R = 0$$

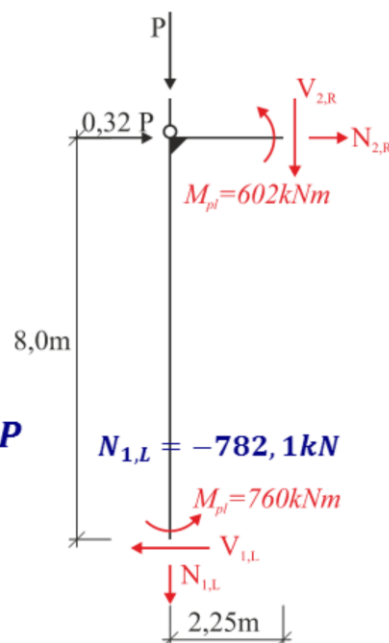
$$\Rightarrow -760kNm - 602kNm - N_{1,L} \cdot 2,25m + V_{1,L} \cdot 8m - P \cdot 2,25m = 0$$

$$\Rightarrow V_{1,L} = \frac{1.362kNm - 782,1kN \cdot 2,25m + 658,6kN \cdot 2,25m}{8m} = 135,5kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow 658,6kN + N_{1,L} + V_{2,R} = 0 \quad \sum F_H = 0 \Rightarrow 210,8kN + N_{2,R}$$

$$\Rightarrow V_{2,R} = 123,5kN$$

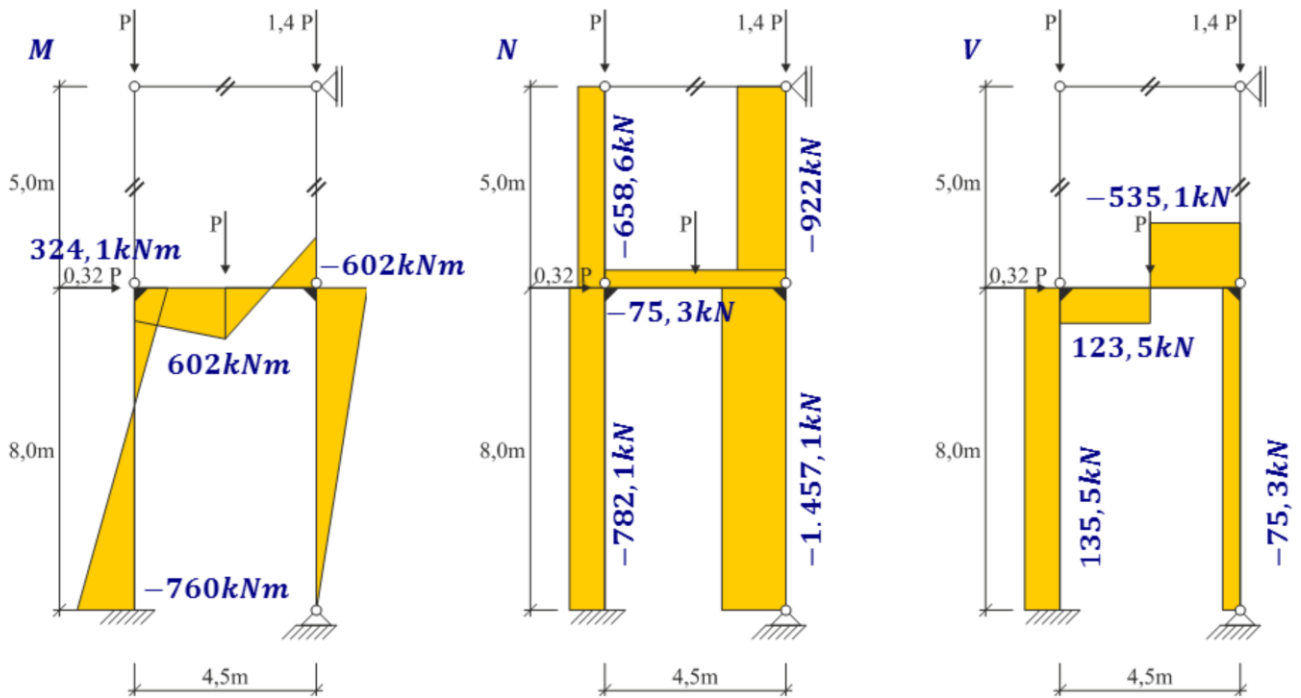
$$-V_{1,L} = 0 \Rightarrow N_{2,R} = -75,3kN$$



Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverlauf (Kette 3):



Beispiel 2:

c) M-N-V-Interaktion

	$V_{pl,z,Rd}$ [kN]	$N_{pl,Rd}$ [kN]	h_w [mm]	t_w [mm]
HEB 400	949	4.653	352	13,5
HEA 400	778	3.737	352	11,0

Stab		N	V	$0,5 V_{pl,z,Rd}$	$0,25 N_{pl,Rd}$	h_w	t_w	$\frac{d \cdot t_w \cdot f_y}{2 \cdot \gamma_{M0}}$
1	HEB 400	782,1 kN	135,5 kN	474,5 kN	1.163,3 kN	352 mm	13,5 mm	558,4 kN
2	HEA 400	75,3 kN	123,5 kN	389,0 kN	934,3 kN	352 mm	11,0 mm	455,0 kN
3	HEA 400	75,3 kN	535,1 kN	389,0 kN	934,3 kN	352 mm	11,0 mm	455,0 kN
4	HEB 400	1.457,1 kN	75,3 kN	474,5 kN	1.163,3 kN	352 mm	13,5 mm	558,4 kN

- ➡ – M-N-Interaktion für Stäbe 1+4
- M-V-Interaktion für Stab 3

Beispiel 2:

c) M-N-V-Interaktion

M-N-Interaktion für Stab 1:

	$V_{pl,z,Rd}$ [kN]	$N_{pl,Rd}$ [kN]	$M_{pl,y,Rd}$ [kNm]	α [-]	k_{My} [-]
HEB 400	949	4.653	760	0,2719	0,2535
HEA 400	778	3.737	602	0,2617	0,2617

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{782,1}{4.653} = 0,168$$

$$\alpha = 0,2719$$

$$M_{N,y,Rd} = \min \left\{ M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot \alpha} \right. \\ \left. M_{pl,y,Rd} \right. \\ = \min \left\{ 760 \cdot \frac{1-0,168}{1-0,5 \cdot 0,2719} = 731,8 \text{ kNm} = 731,8 \text{ kNm} \right. \\ \left. 760 \text{ kNm} \right.$$

$N_{Ed} > \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y / \gamma_{M0} \end{array} \right. ?$	
ja	nein
$n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$	$n = 0$
$\alpha = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{d-2 \cdot b \cdot t_f}{d} \\ 0,5 \end{array} \right.$	$\alpha = 0$
$\alpha^* = \alpha$	$\alpha^* = 0$

Schneider Bauteiltabelle

Interaktion für Stab 1 erforderlich!

Beispiel 2:

c) M-N-V-Interaktion

M-N-Interaktion für Stab 4:

	$V_{pl,z,Rd}$ [kN]	$N_{pl,Rd}$ [kN]	$M_{pl,y,Rd}$ [kNm]	α [-]	k_{My} [-]
HEB 400	949	4.653	760	0,2719	0,2535
HEA 400	778	3.737	602	0,2617	0,2617

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{1.457,1}{4.653} = 0,313$$

$$\alpha = 0,2719$$

$$M_{N,y,Rd} = \min \left\{ M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot \alpha} \right.$$

$$\left. = \min \left\{ 760 \cdot \frac{1-0,313}{1-0,5 \cdot 0,2719} = 604,3 \text{ kNm} = 604,3 \text{ kNm} \right. \right.$$

$N_{Ed} > \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y / \gamma_{M2} \end{array} \right. ?$	
ja	nein
$n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$	$n = 0$
$\alpha = \min \left\{ \frac{d-2 \cdot b \cdot t_f}{0,5 \cdot d} \right.$	$\alpha = 0$
$\alpha^* = \alpha$	$\alpha^* = 0$

Schneider Bauteile

Interaktion für Stab 1 erforderlich!

Beispiel 2:

c) M-N-V-Interaktion

M-V-Interaktion für Stab 3:

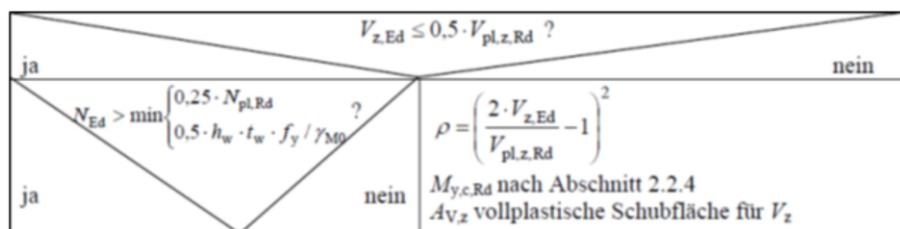
	$V_{pl,z,Rd}$ [kN]	$N_{pl,Rd}$ [kN]	$M_{pl,y,Rd}$ [kNm]	α [-]	k_{My} [-]
HEB 400	949	4.653	760	0,2719	0,2535
HEA 400	778	3.737	602	0,2617	0,2617

$$\rho = \left(\frac{2 \cdot V_{z,Ed}}{V_{pl,z,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot 535,1}{778} - 1 \right)^2 = 0,141$$

$$k_{My} = 0,2617$$

$$M_{V,y,Rd} = (1 - \rho \cdot k_{My}) \cdot M_{pl,y,Rd}$$

$$= (1 - 0,141 \cdot 0,2617) \cdot 602 = 579,8 \text{ kNm}$$



Interaktion für Stab 1 erforderlich!

Beispiel 2:

c) M-N-V-Interaktion, Kette 3

Winkelbeziehungen:

wie zuvor

$$\delta_1 = \varphi \cdot 8,0m$$

$$\delta_2 = \varphi \cdot 4,5/2m$$

	$M_{pl,y} [kNm]$
Stab 1	731,8
Stab 3	579,8
Stab 4	604,3

Innere Arbeit:

$$\begin{aligned} -W_i &= 4 \cdot M_{pl,HEA} \cdot \varphi \\ &+ M_{pl,HEB} \cdot \varphi \\ &= 4 \cdot 579,8 \cdot \varphi + 731,8 \cdot \varphi \\ &= 3.051 kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

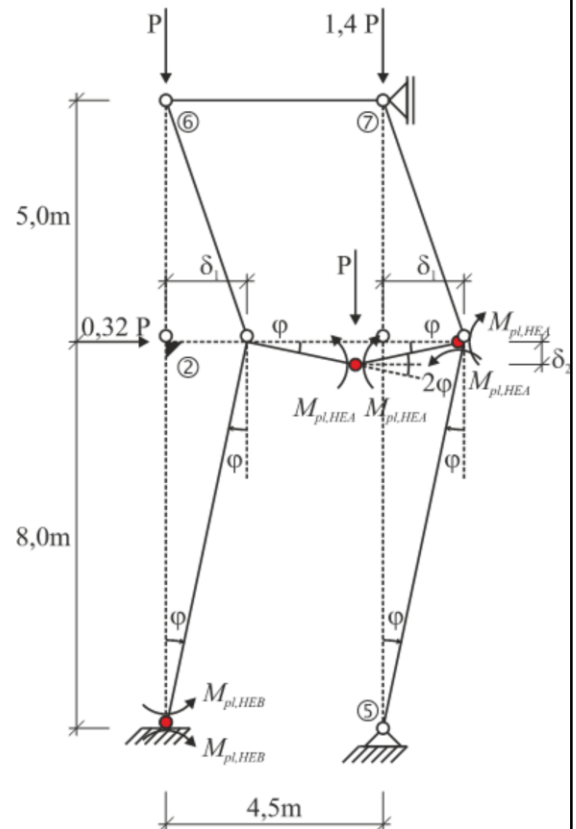
Äußere Arbeit:

wie zuvor

$$\begin{aligned} W_a &= 0,32 \cdot P \cdot \delta_1 + P \cdot \delta_2 \\ &= 2,56m \cdot P \cdot \varphi \\ &+ 2,25m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 4,81m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow 4,81m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 3.051 kNm \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 634,3 kN \end{aligned}$$



Beispiel 2:

c) Schnittgrößenverlauf (inkl. M-N-V-Interaktion):

Kette 3: $P = 634,3 \text{ kN}$

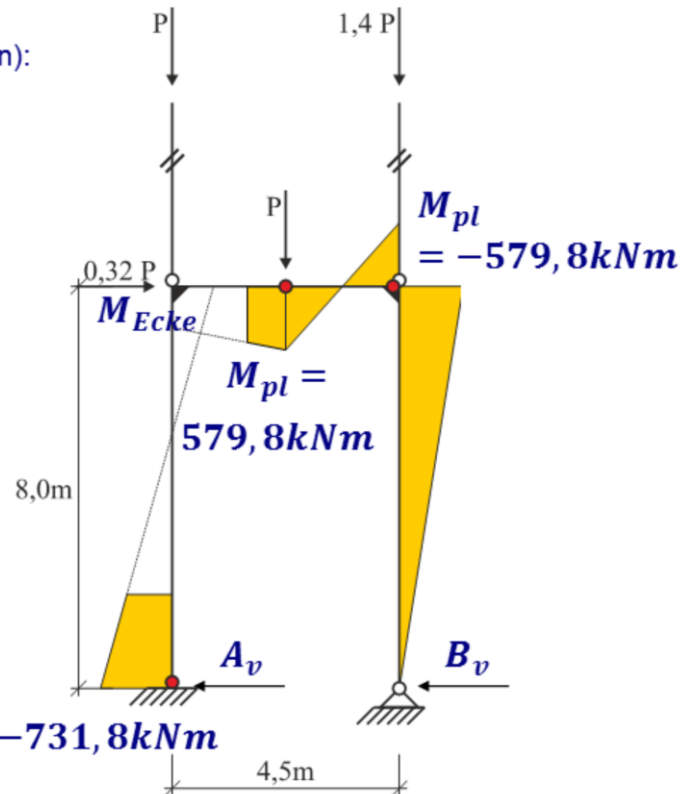
$$B_v = \frac{579,8 \text{ kNm}}{8 \text{ m}} = 68,7 \text{ kN}$$

$$A_v = 0,32 \cdot 634,3 \text{ kN} - 68,7 \text{ kN} = 134,3$$

$$\begin{aligned} M_{Ecke} &= -731,8 \text{ kNm} + 134,3 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} \\ &= 342,6 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow M_{Ecke, M-N-V} &= 342,6 \text{ kNm} \\ &> M_{Ecke} = 324,1 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_{pl} = -731,8 \text{ kNm}$$

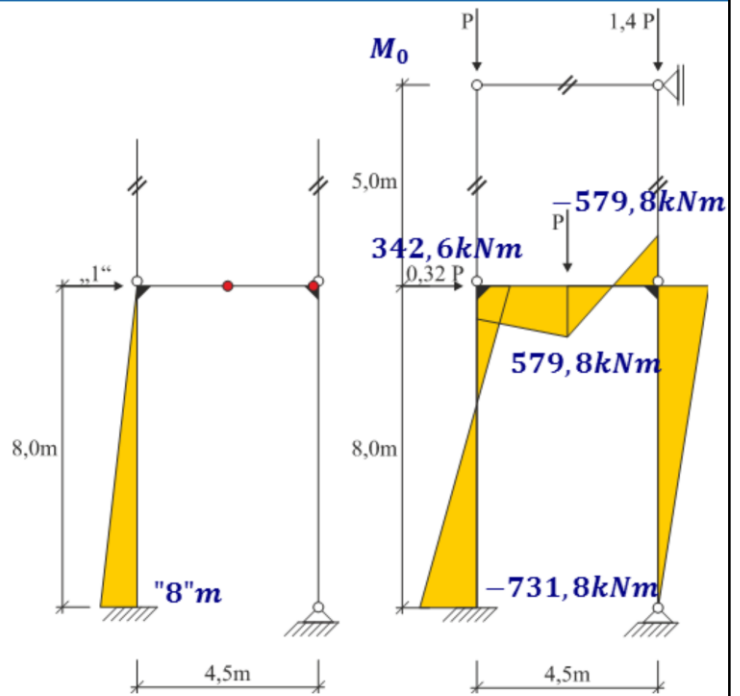


Beispiel 2:

d) letztes Fließgelenk: linkes Auflager (A)

	I [cm ⁴]
Rahmenstiele (HEB 400)	57.680
Rahmenriegel (HEA 400)	45.070

$$\begin{aligned}
 & E \cdot I \cdot \delta_A \\
 &= "8"m \cdot 8m \\
 & \cdot \frac{2 \cdot 731,8kNm - 342,6kNm}{6} \\
 &= 11.957kNm^3 \\
 &\Rightarrow \delta_A = \frac{11.957 \cdot 10^6 kNcm^3}{21.000 \cdot 57.680 kNcm^2} \\
 &= 9,87cm
 \end{aligned}$$

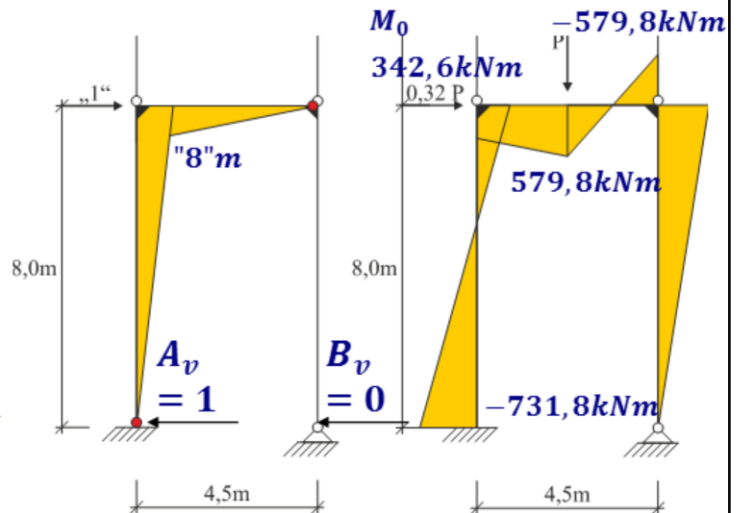


Beispiel 2:

d) letztes Fließgelenk: Riegelmitte (B)

	I [cm ⁴]
Rahmenstiele (HEB 400)	57.680
Rahmenriegel (HEA 400)	45.070

$$\delta_B = \frac{1}{EI_{HEB}} \cdot 8m \cdot 8m \cdot \frac{2 \cdot 342,6kNm - 731,8kNm}{6} + \frac{1}{EI_{HEA}} \cdot 2,25m \cdot \left(\frac{8m \cdot 342,6kNm + 4m \cdot 579,8kNm}{3} + \frac{8m \cdot 579,8kNm + 4m \cdot 342,6kNm}{6} \right) + \frac{1}{EI_{HEA}} \cdot 2,25m \cdot 4m \cdot \frac{2 \cdot 579,8kNm - 579,8kNm}{6} = 6,90cm < \delta_A = 9,87cm$$

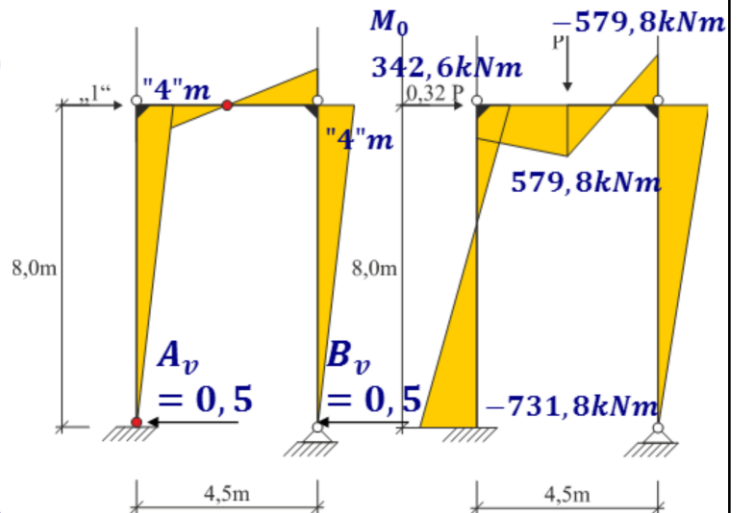


$B_v = 0$ (Pendelstab) $\rightarrow A_v = 8$

Beispiel 2:

d) letztes Fließgelenk: rechte Riegelecke (C)

	I [cm ⁴]
Rahmenstiele (HEB 400)	57.680
Rahmenriegel (HEA 400)	45.070



$$\delta_C = \frac{1}{EI_{HEB}} \cdot 8m \cdot 4m \cdot \frac{2 \cdot 342,6kNm - 731,8kNm}{6} + \frac{1}{EI_{HEA}} \cdot 2,25m \cdot 4m \cdot \frac{2 \cdot 342,6kNm + 579,8kNm}{6} + \frac{1}{EI_{HEA}} \cdot 2,25m \cdot 4m \cdot \frac{2 \cdot 579,8kNm - 579,8kNm}{6} + \frac{1}{EI_{HEB}} \cdot \frac{1}{3} \cdot 8m \cdot 4m \cdot 579,8kNm = 7,82cm < \delta_A = 9,87cm$$

Symmetrie: $A_v = B_v = 1/2$

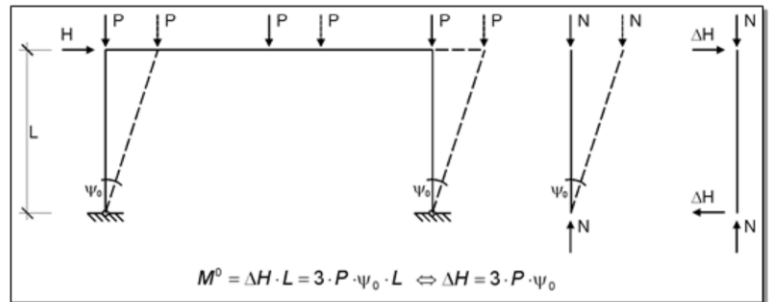
Beispiel 2:

d) Statisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk im linken Auflager (A)

- Ersatzsystem (A) maßgebend (größte Verformung)
- Das letzte Fließgelenk bildet sich am linken Auflager
- Die maximale Verformung beträgt $\delta_{max} = 9,87\text{cm}$

Berechnung der Abtriebskräfte infolge δ_{max}

Es ist für die Berechnung der äußeren Arbeit nicht relevant, welcher Anteil der vertikalen Lasten durch die rechte und welcher Anteil der vertikalen Lasten durch die linke Stütze abgetragen werden (identische Verformung); die Normalkraftverteilung muss demnach nicht ermittelt werden:

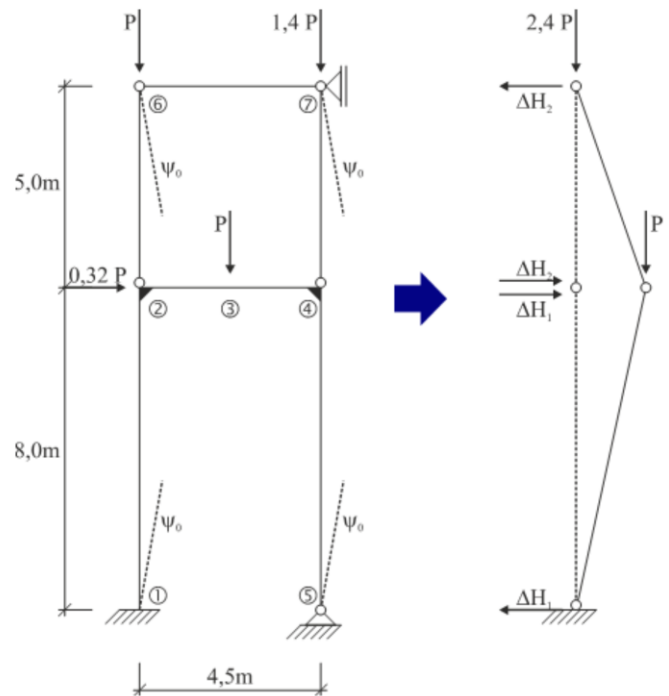


Beispiel 2:

d) Statisch bestimmtes Ersatzsystem: kein Fließgelenk im linken Auflager (A)

$$\begin{aligned}\Delta H_1 &= (2,4 \cdot P + P) \cdot \left(\frac{13,87 \text{ cm}}{800 \text{ cm}} + \frac{1}{200} \right) \\ &= 0,0589 \cdot P\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta H_2 &= 2,4 \cdot P \cdot \left(\frac{13,87 \text{ cm}}{500 \text{ cm}} + \frac{1}{200} \right) \\ &= 0,0786 \cdot P\end{aligned}$$



Beispiel 2:

d) 3. kinematische Kette (1. Kombinationskette)

Winkelbeziehungen:

wie zuvor

$$\delta_1 = \varphi \cdot 8,0m$$

$$\delta_2 = \varphi \cdot 4,5/2m$$

Innere Arbeit:

wie zuvor

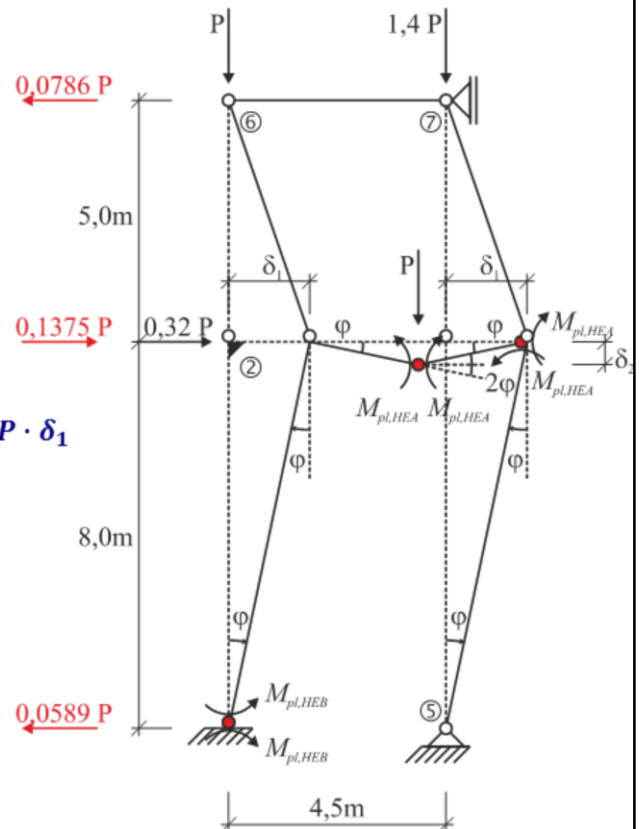
$$\begin{aligned} -W_i &= 4 \cdot M_{pl,HEA} \cdot \varphi \\ &+ M_{pl,HEB} \cdot \varphi \\ &= 4 \cdot 579,8 \cdot \varphi \\ &+ 731,8 \cdot \varphi \\ &= 3.051kNm \cdot \varphi \end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

$$\begin{aligned} W_a &= (0,32 + 0,1375) \cdot P \cdot \delta_1 \\ &+ P \cdot \delta_2 \\ &= 3,66m \cdot P \cdot \varphi \\ &+ 2,25m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 5,91m \cdot P \cdot \varphi \end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow 5,91m \cdot P \cdot \varphi \\ &= 3.051kNm \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 516,2kN \end{aligned}$$



Beispiel 2:

Zusammenfassung:

maßgebende kinematische Kette: Kombinationskette (3. Kette)

Traglast:

- Theorie 1. Ordnung, ohne M-N-V-Interaktion: $P = 658,6kN$
- Theorie 1. Ordnung, mit M-N-V-Interaktion: $P = 634,3kN$
- Theorie 2. Ordnung, mit M-N-V-Interaktion: $P = 516,2kN$