

Stahlbau III - WS 2015 / 2016

6. Vorlesung / Übung

Daniel Pak

03.12.2015

Terminübersicht und Übungsinhalte

Termin	Thema	Inhalt
22.10.2015	Ermüdung von Kranbahnträgern	Ermüdungsnachweis nach EN 1993-1-9 Einführung Bemessung von Kranbahnträgern
29.10.2015	Ermüdung von Kranbahnträgern	Bemessung von Kranbahnträgern Ermüdungsnachweis für Kranbahnträger
05.11.2015	Fließgelenkverfahren	Einführung
12.11.2015	Fließgelenkverfahren	Einführung, Traglastermittlung
19.11.2015	Fließgelenkverfahren	Traglastermittlung
03.12.2015	Fließgelenkverfahren	M-N-V-Interaktion, Abhängigkeit von Lasten
07.01.2016	Fließgelenkverfahren	Theorie II. Ordnung
14.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 1
21.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 2
28.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 3
11.02.2016	Biegedrillknicken	Vertiefung Drehfederbettung / Kranbahnträger

xx.xx.2016

schriftliche Prüfung

Änderungen vorbehalten!

Normen

Erhältlich als Download unter www.perinorm.com

- DIN EN 1993-1-1 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau

Weiterführende Literatur

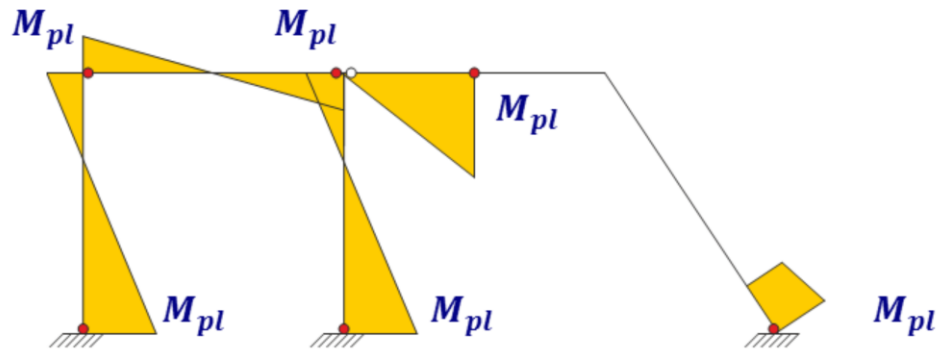
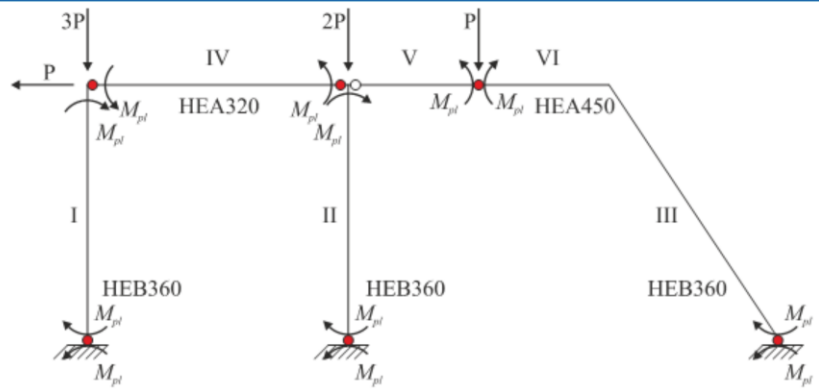
- Roik, K.: Vorlesungen über Stahlbau,
Verlag Ernst und Sohn, Berlin/München/Düsseldorf
- Bode, H.: Stahlbau III
- Lindner, J.; Roik, K.: Einführung in die Berechnungsverfahren nach dem Traglastverfahren, Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1979
- Petersen, C.: Stahlbau,
Vieweg Verlag, Braunschweig/München 1993

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98 \text{ kN}$

Bekannte Momente

(bei hier verwandter Notation:
auf die „Gegenseite“ der Pfeilspitzen,
Pfeilspitzen auf gedrückter Seite):

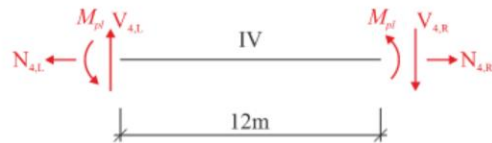
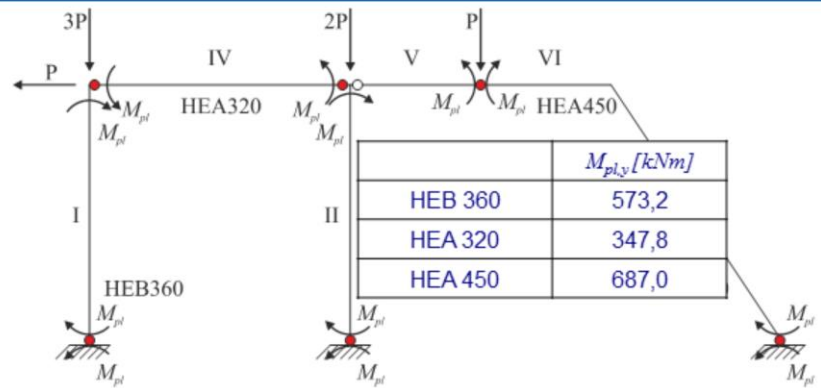


Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedrückten Seite

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

Teilsystem IV:



$$\sum M_L = 0 \Rightarrow -M_{pl} - M_{pl} + V_{4,R} \cdot 12m = 0$$

$$\Rightarrow V_{4,R} = \frac{2 \cdot 347,8kNm}{12m} \Rightarrow 57,97kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_{4,R} - V_{4,L} = 0$$

$$\Rightarrow V_{4,L} = V_{4,R} = 57,97kN$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow N_{4,R} - N_{4,L} = 0$$

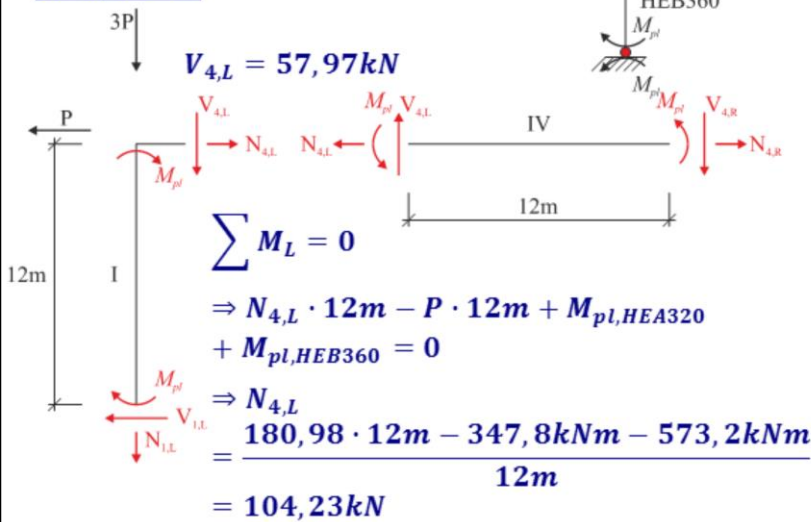
$$\Rightarrow N_{4,L} = N_{4,R}$$

Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

Teilsystem I:



$$\sum F_H = 0 \Rightarrow N_{4,L} - P - V_{1,L} = 0$$

$$\Rightarrow V_{1,L} = 104,23kN - 180,98kN = -76,75kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow N_{1,L} + 3 \cdot P + V_{4,L} = 0$$

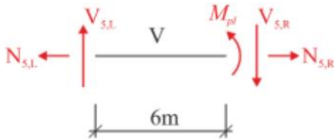
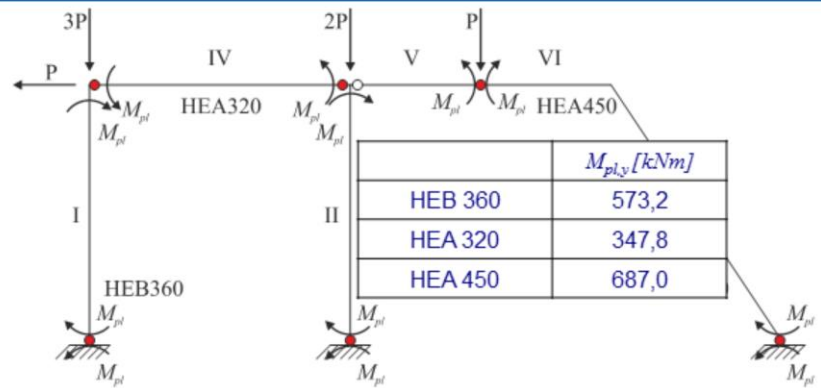
$$\Rightarrow N_{1,L} = -3 \cdot 180,98kN - 57,97kN = -600,91kN$$

Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: **$P = 180,98kN$**

Teilsystem V:



$$\sum M_L = 0 \Rightarrow -M_{pl} + V_{5,R} \cdot 6m = 0$$

$$\Rightarrow V_{5,R} = \frac{687,0kNm}{6m} \Rightarrow 114,5kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_{5,R} - V_{5,L} = 0$$

$$\Rightarrow V_{5,L} = V_{5,R} = 114,5kN$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow N_{5,L} = N_{5,R}$$

Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

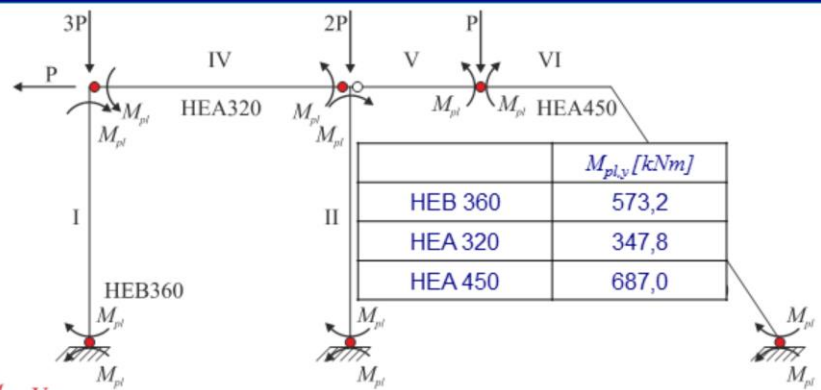
Teilsystem II:

$N_{4,R} = 104,23kN$
 $V_{4,R} = 57,97kN$ $V_{5,L} = 114,5kN$

$$\sum M_R = 0$$

$$\Rightarrow V_{2,L} \cdot 12m + M_{pl,HEA320} + M_{pl,HEB360} = 0$$

$$\Rightarrow V_{2,L} = \frac{-347,8kNm - 573,2kNm}{12m} = -76,75kN$$



$$\sum F_H = 0 \Rightarrow -N_{4,R} + N_{5,L} - V_{2,L} = 0$$

$$\Rightarrow N_{5,L} = 104,23kN - 76,75kN = 27,48kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow N_{2,L} + 2 \cdot P - V_{4,R} + V_{5,L} = 0$$

$$\Rightarrow N_{2,L} = -2 \cdot 180,98kN + 57,97kN - 114,5kN = -418,49kN$$

Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

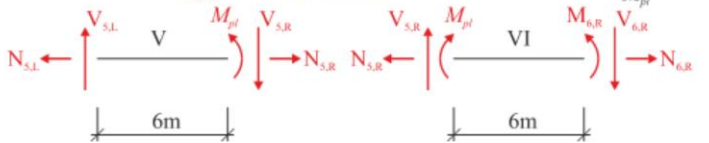
Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

Teilsystem VI:

$$V_{5,R} = 114,5kN$$

$$N_{5,R} = 27,48kN$$

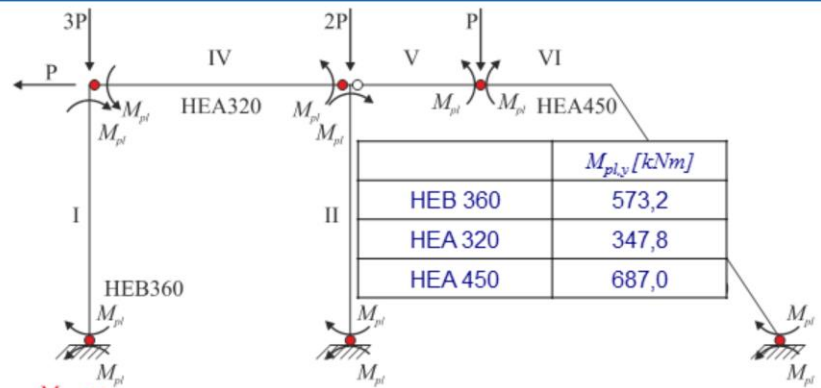


$$\sum M_R = 0$$

$$\Rightarrow V_{5,R} \cdot 6m - P \cdot 6m + M_{pl,HEB450} - M_{6,R} = 0$$

$$\Rightarrow M_{6,R}$$

$$= 114,5kN \cdot 6m - 180,98kN \cdot 6m + 687kNm = 288,12kNm$$



$$\sum F_H = 0 \Rightarrow -N_{5,R} + N_{6,R} = 0$$

$$\Rightarrow N_{6,R} = 27,48kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow -V_{5,R} + P + V_{6,R} + P = 0$$

$$\Rightarrow V_{6,R} = -180,98kN + 114,5kN = -66,48kN$$

Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedruckten Seite

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

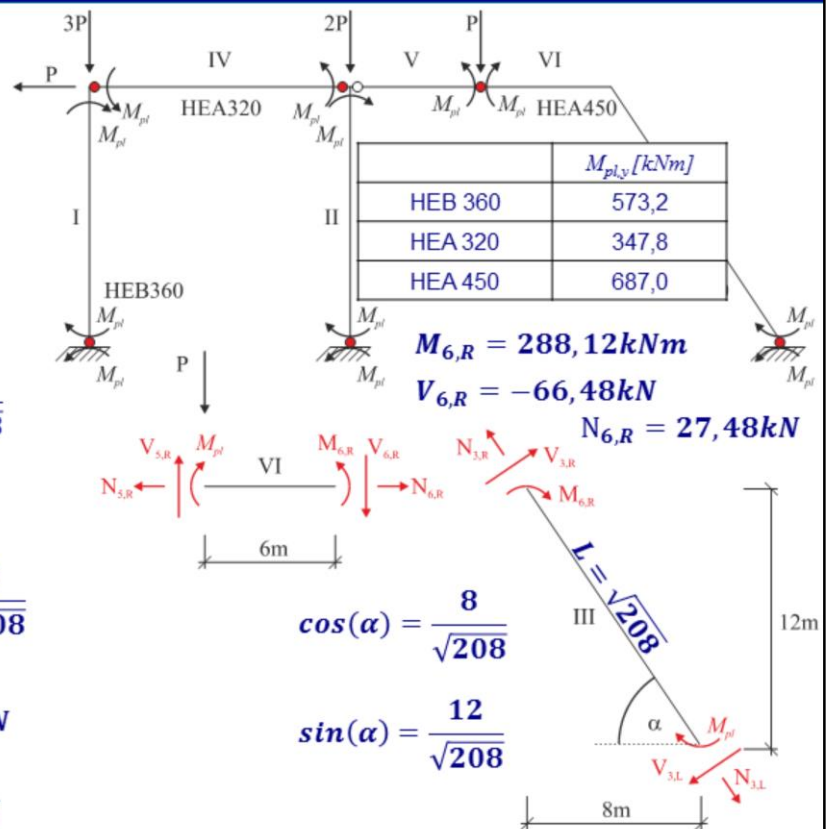
Teilsystem III:

$$\begin{aligned} N_{3,R} &= N_{6,R} \cdot \cos(\alpha) + V_{6,R} \cdot \sin(\alpha) \\ &= 27,48kN \cdot \frac{8}{\sqrt{208}} - 66,48kN \cdot \frac{12}{\sqrt{208}} \\ &= -40,07kN \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{3,R} &= -N_{6,R} \cdot \sin(\alpha) + V_{6,R} \cdot \cos(\alpha) \\ &= -27,48kN \cdot \frac{12}{\sqrt{208}} - 66,48kN \cdot \frac{8}{\sqrt{208}} \\ &= -59,74kN \end{aligned}$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow N_{3,R} = N_{3,L} = -40,07kN$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_{3,R} = V_{3,L} = -59,74kN$$

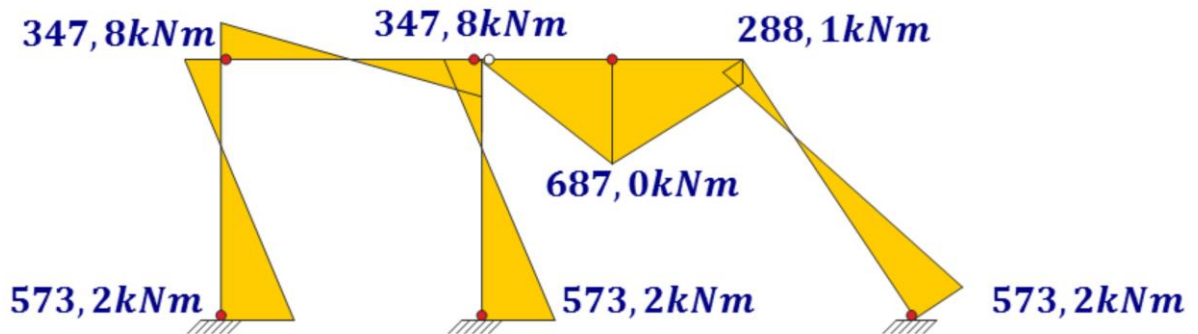
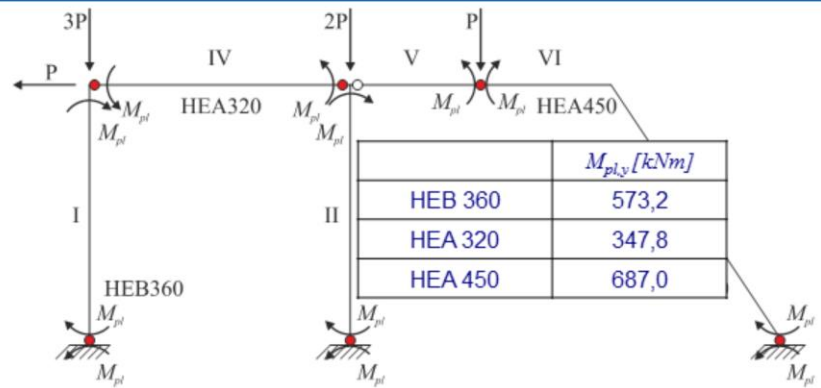


Anzeichnen der Momenten-Pfeilspitzen auf der gedrückten Seite

Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

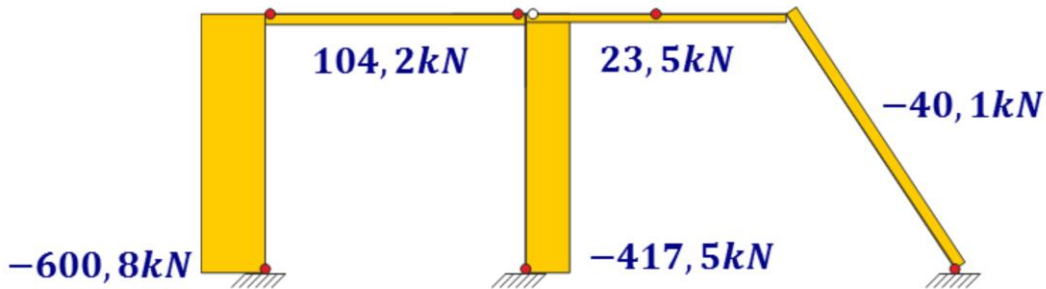
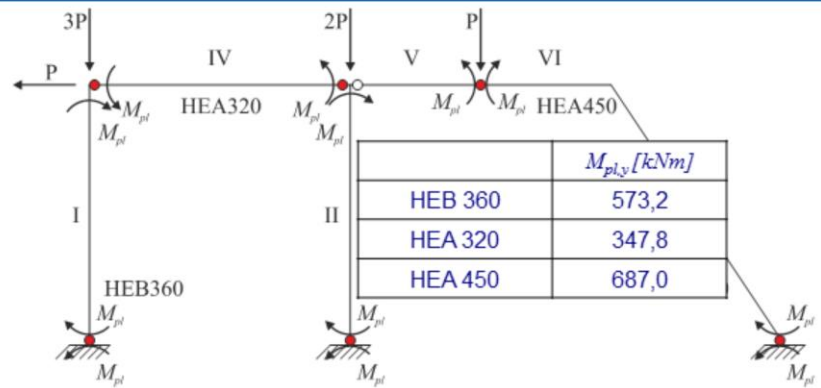
Momentenverlauf:



Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

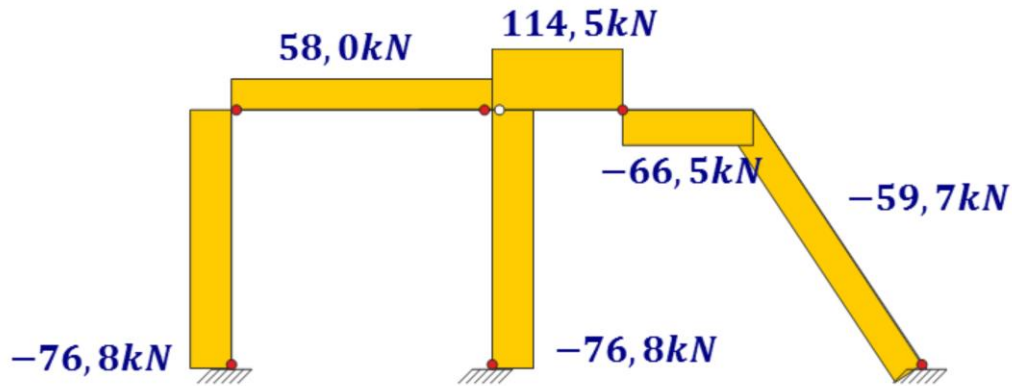
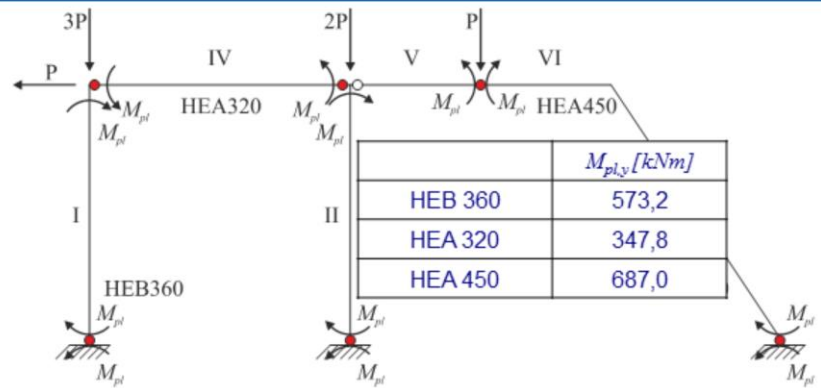
Normalkraftverlauf:



Beispiel 3: Schnittgrößenverlauf:

Kette 3: $P = 180,98kN$

Querkraftverlauf:



Beispiel 3:

M-N-V-Interaktion:

Kette 3: $P = 180,98 \text{ kN}$

Interaktionsbedingungen:

M-V erforderlich, wenn:

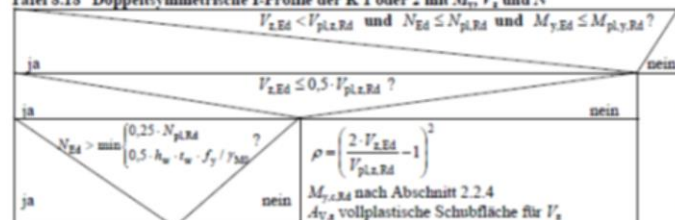
$$V_{z,Ed} > 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd}$$

M-N erforderlich, wenn:

$$N_{Ed} > \min \begin{cases} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_{y,d} \end{cases}$$

b) Doppelsymmetrische I-Profile der QK 1 oder 2 mit M_z , V_z und N

Tafel 8.18 Doppelsymmetrische I-Profile der K 1 oder 2 mit M_z , V_z und N



Schneider Bauteile

	$0,5 V_{pl,z,Rd}$	$0,25 N_{pl,Rd}$	h_w	t_w	$\frac{d \cdot t_w \cdot f_y}{2 \cdot \gamma_{M0}}$
HEB 360	373,7 kN	964,8 kN	315 mm	12,5 mm	462,7 kN
HEA 320	253,7 kN	664,3 kN	279 mm	9 mm	295,0 kN
HEA 450	405,7 kN	950,8 kN	398 mm	11,5 mm	537,8 kN

Beispiel 3:

M-N-V-Interaktion:

Kette 3: $P = 180,98 \text{ kN}$

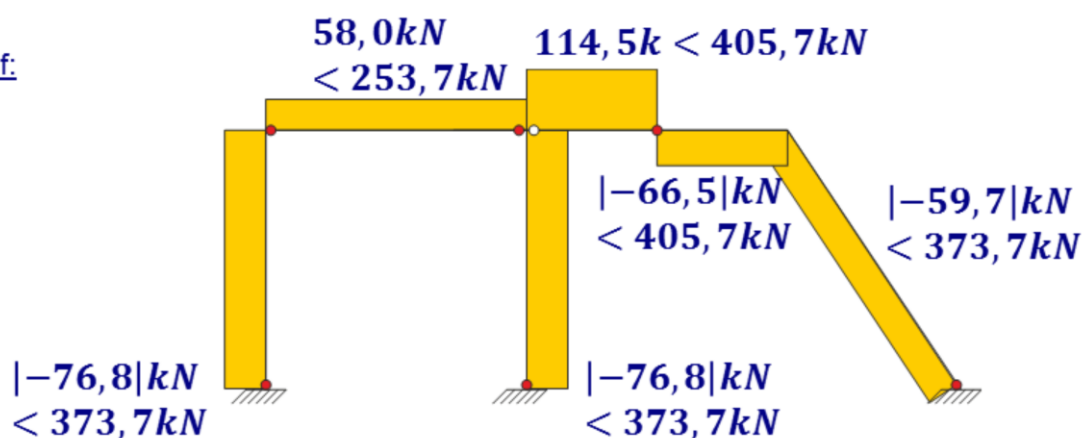
Interaktionsbedingungen:

M-V erforderlich, wenn:

$$V_{z,Ed} > 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd}$$

	$0,5 V_{pl,z,Rd}$
HEB 360	373,7 kN
HEA 320	253,7 kN
HEA 450	405,7 kN

Querkraftverlauf:



Beispiel 3:

M-N-V-Interaktion:

Kette 3: $P = 180,98 \text{ kN}$

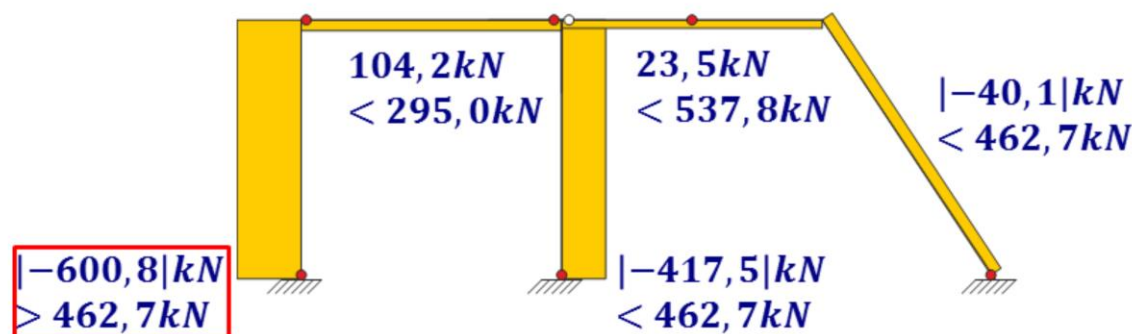
Interaktionsbedingungen:

M-N erforderlich, wenn:

$$N_{Ed} > \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_{y,d} \end{array} \right.$$

	$0,25 N_{pl,Rd}$	$\frac{d \cdot t_w \cdot f_y}{2 \cdot \gamma_{M0}}$
HEB 360	964,8 kN	462,7 kN
HEA 320	664,3 kN	295,0 kN
HEA 450	950,8 kN	537,8 kN

Normalkraftverlauf:



Interaktion für Stab 1 erforderlich!

Beispiel 3:

M-N-V-Interaktion:

Kette 3: $P = 180,98kN$

	b	t_f	A	$N_{pl,Rd}$
HEB 360	300 mm	22,5 mm	181 cm ²	3.859 kN

M-N-Interaktion für Stab 1:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{600,82}{3.859} = 0,156$$

$$a = \min \left\{ \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{181 - 2 \cdot 30 \cdot 2,25}{181} = 0,254 \right.$$

$$M_{N,y,Rd} = \min \left\{ M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1 - n}{1 - 0,5 \cdot a} \right.$$

$$= \min \left\{ 573,2 \cdot \frac{1 - 0,156}{1 - 0,5 \cdot 0,254} = 554,2kNm = 554,2kNm \right.$$

$N_{Ed} > \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y / \gamma_{M2} \end{array} \right. ?$	
ja	nein
$n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$ $a = \min \left\{ \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \right.$ $a^* = a$	$n = 0$ $a^* = 0$

Schneider Bauteile

Interaktion für Stab 1 erforderlich!

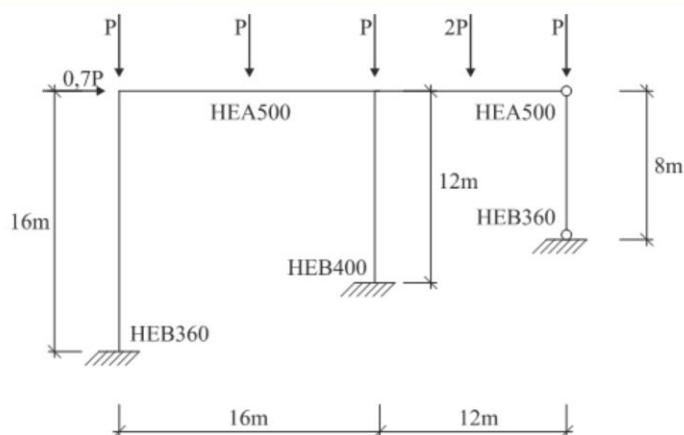
Beispiel 4:

gegeben:

statisches System gemäß Skizze

gesucht:

- Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Elementarketten und die Anzahl der möglichen Kombinationen von Elementarketten.
- Ermitteln Sie die Traglasten aller möglichen Fließgelenkketten nach der Fließgelenktheorie I. Ordnung ohne Berücksichtigung der M-N-V-Interaktion.
- Zeichnen Sie den Schnittgrößenverlauf (M, N und V) für die maßgebende Traglast.
- Ermitteln Sie die Traglast des Systems nach Fließgelenktheorie I. Ordnung unter Berücksichtigung von M-N-V-Interaktion.



Hinweise:

- ebenes Problem
- alle Querschnitte QKL 1

		$M_{pl,y} [kNm]$	$V_{pl,z} [kN]$	$N_{pl} [kN]$
1	HEB 360	631	805	4254
2	HEB 400	760	930	4653
3	HEA 500	928	993	4653

Beispiel 4:

Grad der statischen Unbestimmtheit des Systems?

$$n = 4$$

Anzahl der Fließgelenke zur Bildung einer kinematischen Kette?

$$f = n + 1 = 5$$

Anzahl der Positionen möglicher Fließgelenke?

$$p = 8$$

Anzahl Elementarketten?

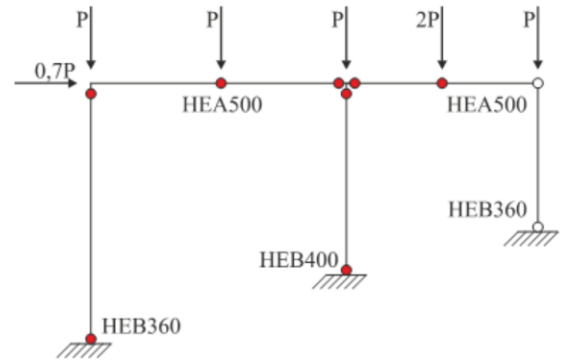
$$m = p - n = 8 - 4 = 4$$

Gesamtanzahl der Ketten?

$$j = 2^m - 1 = 2^4 - 1 = 15$$

Anzahl der Kombinationsketten?

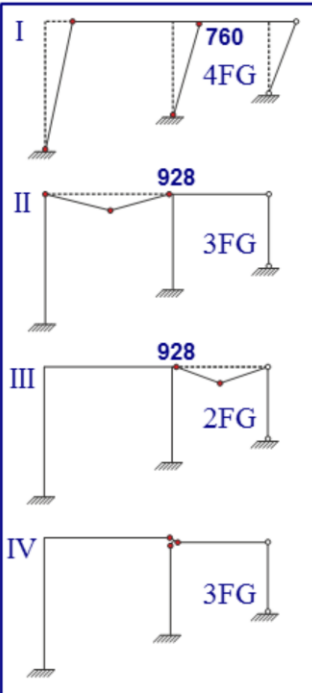
$$k = j - m = 15 - 4 = 11$$



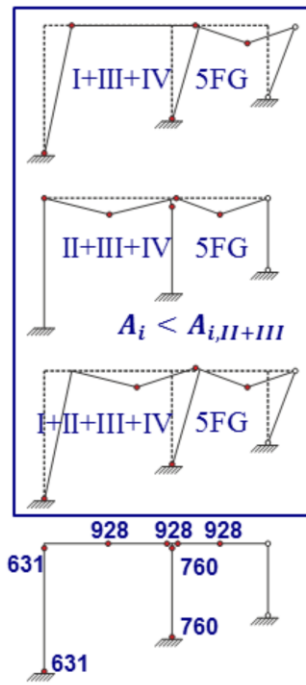
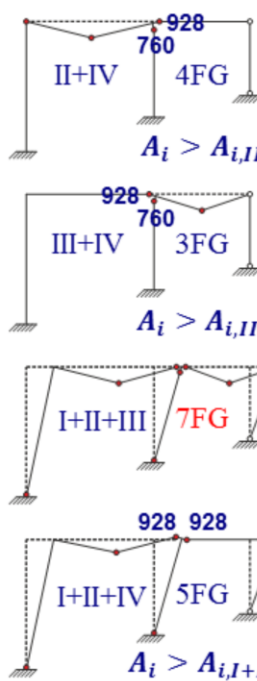
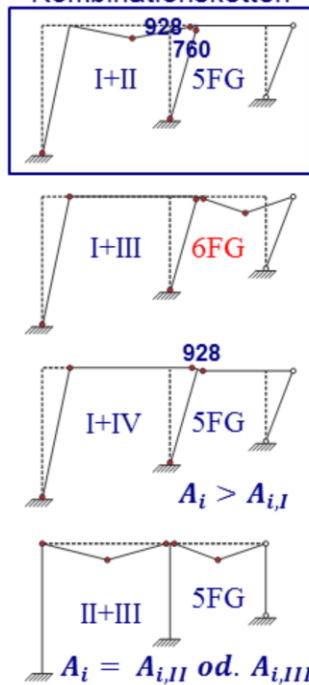
Beispiel 4: Übersicht möglicher Ketten:

$$f = n + 1 = 5$$

Elementarketten



Kombinationsketten



Beispiel 4:
 1. kinematische Kette (1. Elementarkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta_1 = \varphi_1 \cdot 16m$$

$$= \varphi_2 \cdot 12m \Rightarrow \varphi_2$$

$$= \varphi_1 \cdot 4/3$$

Innere Arbeit:

$$-W_i =$$

$$631 \cdot 2 \cdot \varphi_1 + 760 \cdot 2 \cdot \varphi_2$$

$$= 3.288,67 \cdot \varphi_1$$

Äußere Arbeit:

$$W_a = 0,7 \cdot P \cdot \delta_1$$

$$= P \cdot \varphi_1 \cdot 11,2m$$

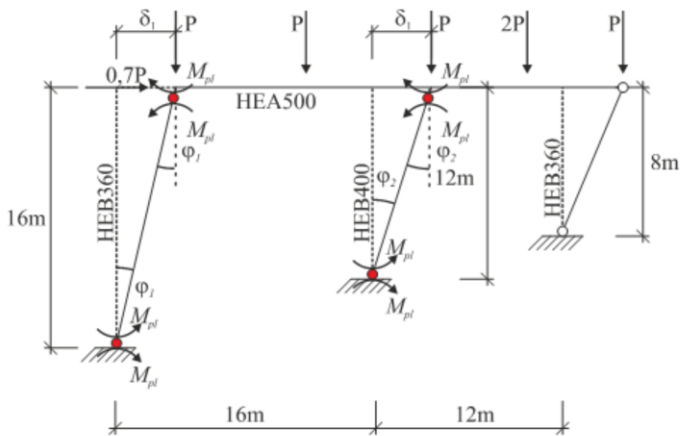
Energiebilanz:

$$W_a - W_i = 0 \Rightarrow P \cdot \varphi_1 \cdot 11,2m$$

$$= 3.288,67 \cdot \varphi_1$$

$$\Rightarrow P = 293,63kN$$

	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928



Beispiel 4:

2. kinematische Kette (2. Elementarkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi \cdot 8m$$

Innere Arbeit:

$$\begin{aligned} -W_i &= \\ 631 \cdot \varphi + 928 \cdot 3 \cdot \varphi \\ &= 3.415 \cdot \varphi \end{aligned}$$

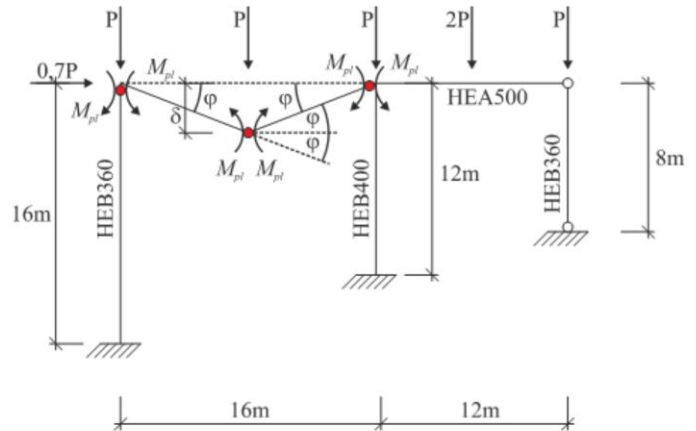
Äußere Arbeit:

$$W_a = P \cdot \delta = P \cdot \varphi \cdot 8m$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} W_a - W_i &= 0 \Rightarrow P \cdot \varphi \cdot 8m \\ &= 3.415 \cdot \varphi \\ \Rightarrow P &= 426,88kN \end{aligned}$$

	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928



Beispiel 4:

3. kinematische Kette (3. Elementarkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi \cdot 6m$$

Innere Arbeit:

$$-W_i =$$

$$928 \cdot 3 \cdot \varphi = 2.784 \cdot \varphi$$

Äußere Arbeit:

$$W_a = 2 \cdot P \cdot \delta = 2 \cdot P \cdot \varphi \cdot 6m$$

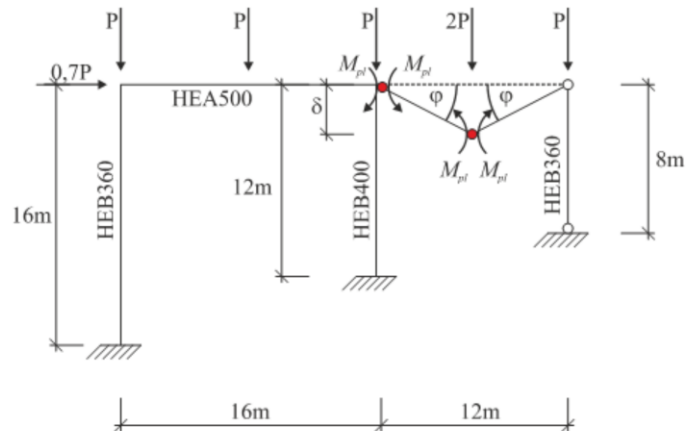
Energiebilanz:

$$W_a - W_i = 0 \Rightarrow 2 \cdot P \cdot \varphi \cdot 6m$$

$$= 2.784 \cdot \varphi$$

$$\Rightarrow P = 232,0kN$$

	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928



Beispiel 4:

4. kinematische Kette (4. Elementarkette, Knotenverdrehkette)

Winkelbeziehungen:

—

Innere Arbeit:

$$-W_i =$$

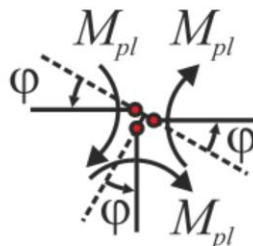
$$928 \cdot \varphi + 928 \cdot \varphi + 760 \cdot \varphi \\ = 2.616 \cdot \varphi$$

Äußere Arbeit:

$$W_a = 0$$

Energiebilanz:

—



	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928



- kleine Verdrehung
- keine Grenzlastermittelbar, da $A_a = 0$
- Knotenverdrehkette wird nur zu Kombinationszwecken benötigt

Beispiel 4:

Bildung der Kombinationsketten:

Grundsatz: Elementarketten so kombinieren, dass Traglast minimal wird.

$$P = \frac{\text{Zähler abhängig von } W_i}{\text{Nenner abhängig von } W_a}$$

d.h. um P zu minimieren muss man

- äußere Arbeit W_a maximieren, möglichst viele Lasten (Kräfte und Momente) müssen Verschiebungen bzw. Verdrehungen aufweisen
- innere Arbeit W_i minimieren, möglichst viele Fließgelenke durch die Kombination eliminieren

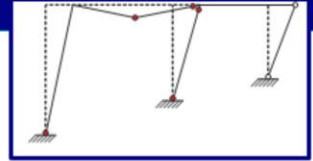
Das Überlagern der Elementarketten kann anschaulich anhand der Verrückungsfiguren oder schematisch mit Hilfe von Tabellen erfolgen (siehe Beispiel unten).

Ketten	FG 1	FG 2	FG 3	FG 4	FG 5	FG 6	A_i	A_a	η_{gr}
	M_{pl}	M_{pl}	M_{pl}	$2M_{pl}$	$2M_{pl}$	F_{pl}			
1	-1	2					$3M_{pl}$	$P_d L/2$	$6M_{pl}/(P_d L)$
2	0,8			2			$4,8M_{pl}$	$2 P_d L$	$2,4M_{pl}/(P_d L)$
$0,8 \cdot 1 + 2$		1,6		2			$5,6M_{pl}$	$2,4 P_d L$	$2,3M_{pl}/(P_d L)$

Das Fließgelenk 1 schließt sich in dieser Kombination.

$$A_i = 1,6 M_{pl} + 2 \cdot 2 M_{pl} = 5,6 M_{pl}$$

$$A_a = 0,8 \cdot A_{a,1} + A_{a,2} = 2,4 P_d L$$



Beispiel 4:

5. kinematische Kette (1. Kombinationskette, I+II)

Winkelbeziehungen:

$$\delta_1 = \varphi_1 \cdot 16m$$

$$\delta_1 = \varphi_2 \cdot 12m$$

$$= \varphi_1 \cdot 16m$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = \frac{4}{3} \cdot \varphi_1$$

$$\delta_2 = \varphi_1 \cdot 8m$$

Innere Arbeit:

$$-W_i =$$

$$631 \cdot \varphi_1 + 760 \cdot 2 \cdot \varphi_2$$

$$+ 928 \cdot 3 \cdot \varphi_1$$

$$= 5.441,67 \cdot \varphi_1$$

Äußere Arbeit:

$$W_a = 0,7 \cdot P \cdot \delta_1 + P \cdot \delta_2$$

$$= 0,7 \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot 16m + P \cdot \varphi_1 \cdot 8m$$

$$= 19,2m \cdot P \cdot \varphi_1$$

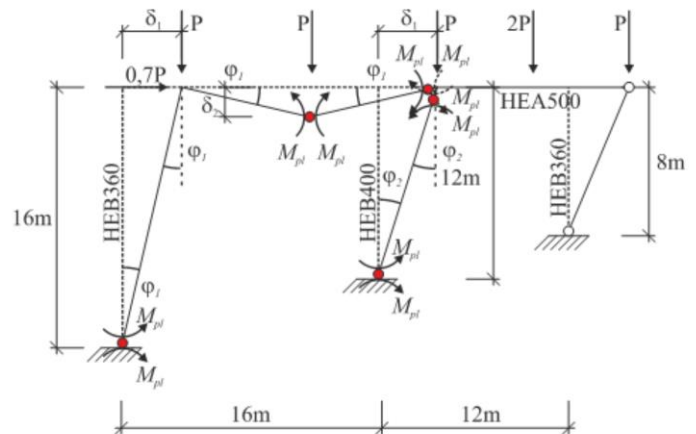
Energiebilanz:

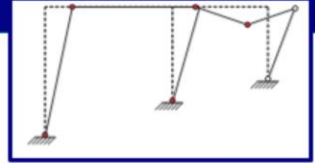
$$W_a - W_i = 0 \Rightarrow P \cdot \varphi_1 \cdot 19,2m$$

$$= 5.441,67 \cdot \varphi_1$$

$$\Rightarrow P = 283,42kN$$

	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928





Beispiel 4:

6. kinematische Kette (2. Kombinationskette, I+III+IV)

Winkelbeziehungen:

$$\delta_1 = \varphi_1 \cdot 16m$$

$$\delta_1 = \varphi_2 \cdot 12m$$

$$= \varphi_1 \cdot 16m$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = \frac{4}{3} \cdot \varphi_1$$

$$\delta_2 = \varphi_2 \cdot 6m = \varphi_1 \cdot 8m$$

Innere Arbeit:

$$-W_i =$$

$$2 \cdot 631 \cdot \varphi_1 + 760 \cdot \varphi_2$$

$$+ 928 \cdot \varphi_2 + 928 \cdot 2 \cdot \varphi_2$$

$$= 5.987,33 \cdot \varphi_1$$

Äußere Arbeit:

$$W_a = 0,7 \cdot P \cdot \delta_1 + 2 \cdot P \cdot \delta_2$$

$$= 0,7 \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot 16m + 2 \cdot P \cdot \varphi_1$$

$$\cdot 8m = 27,2m \cdot P \cdot \varphi_1$$

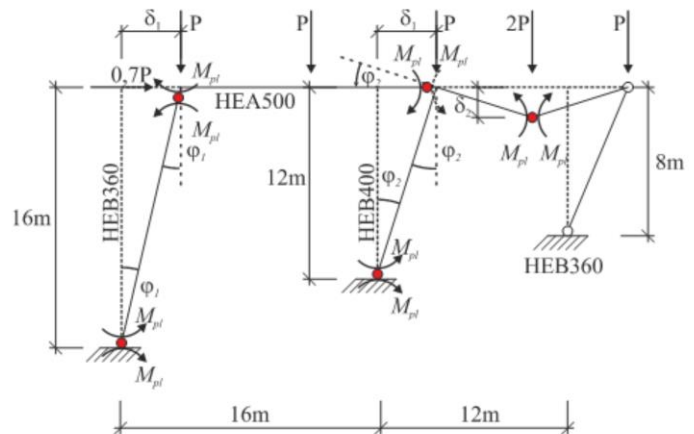
Energiebilanz:

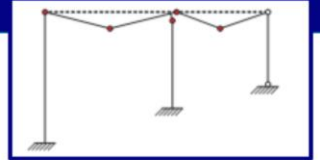
$$W_a - W_i = 0 \Rightarrow P \cdot \varphi_1 \cdot 27,2m$$

$$= 5.987,33 \cdot \varphi_1$$

$$\Rightarrow P = 220,12kN$$

	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928





Beispiel 4:

7. kinematische Kette (3. Kombinationskette, II+III+IV)

Winkelbeziehungen:

Innere Arbeit:

Äußere Arbeit:

$$\delta_1 = \varphi_1 \cdot 8m$$

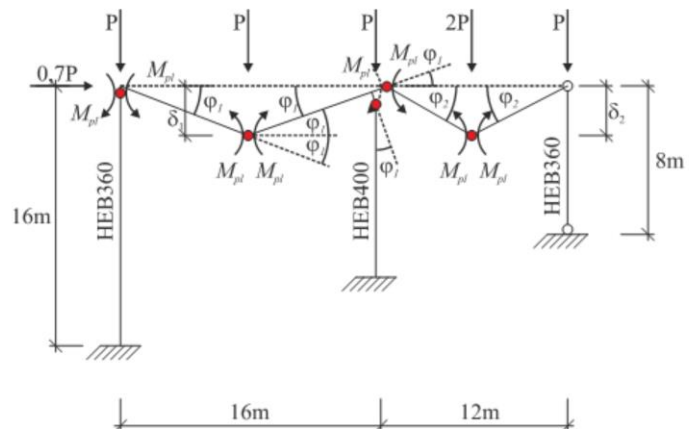
$$\delta_2 = \varphi_2 \cdot 6m$$

➡ keine kinematische Beziehung zwischen φ_1 und φ_2

➡ auch ohne das Fließgelenk auf der rechten Seite stellt sich eine kinematische Kette ein

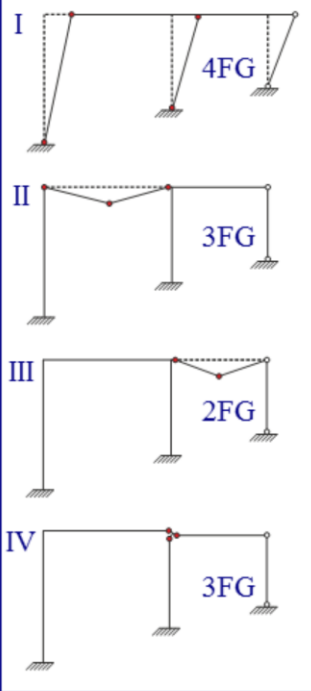
Energiebilanz:

	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928

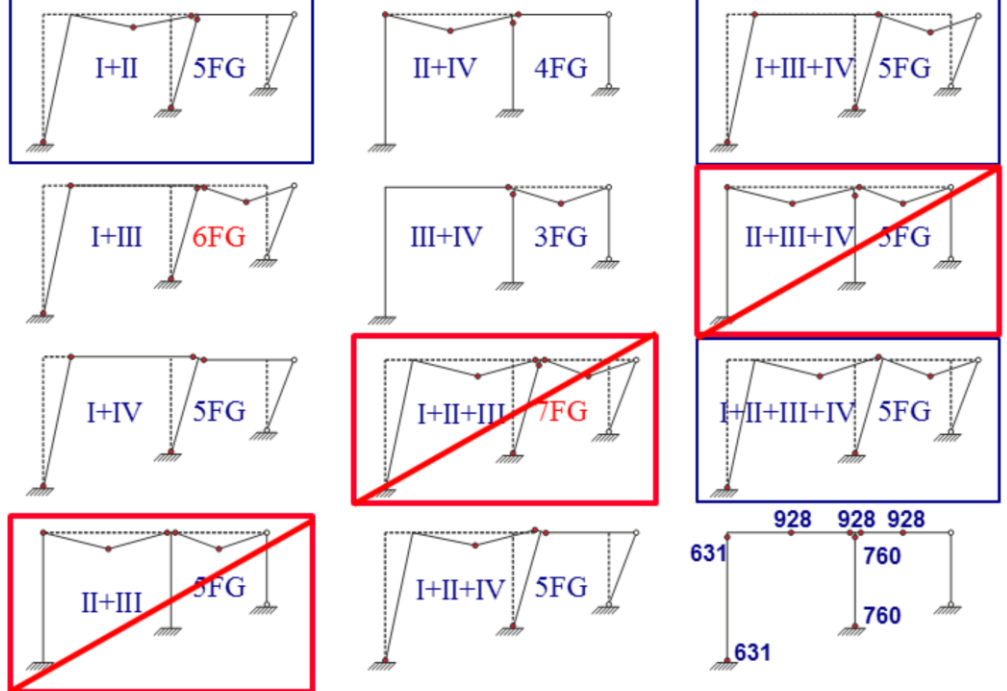


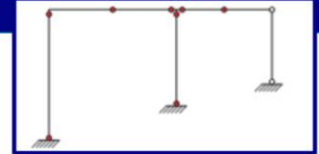
Beispiel 4: Übersicht möglicher Ketten: Systeme mit unabhängiger Kinematik

Elementarketten



Kombinationsketten





Beispiel 4:

8. kinematische Kette (4. Kombinationskette, I+II+III+IV)

Winkelbeziehungen:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \varphi_1 \cdot 16m \\ \delta_1 &= \varphi_2 \cdot 12m \\ &= \varphi_1 \cdot 16m \\ \Rightarrow \varphi_2 &= \frac{4}{3} \cdot \varphi_1 \\ \delta_2 &= \varphi_1 \cdot 8m \\ \delta_3 &= \varphi_2 \cdot 6m = \varphi_1 \cdot 8m\end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned}W_a - W_i &= 0 \Rightarrow P \cdot \varphi_1 \cdot 35,2m \\ &= 8.140,3 \cdot \varphi_1 \Rightarrow P = 231,26kN\end{aligned}$$

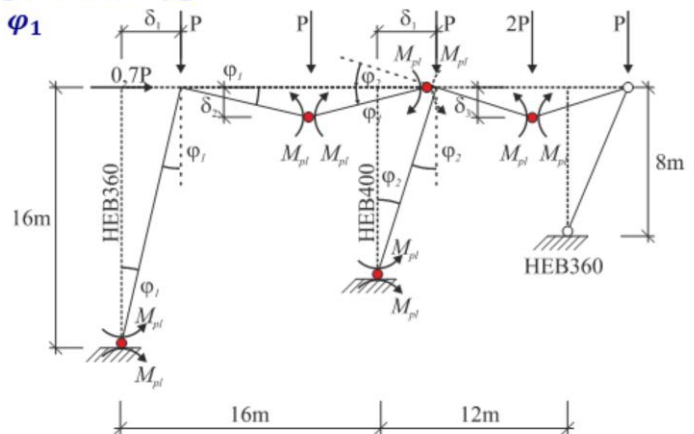
	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928

Innere Arbeit:

$$\begin{aligned}-W_i &= \\ &631 \cdot \varphi_1 + 928 \cdot 2 \cdot \varphi_1 + 928 \\ &\cdot (\varphi_2 + \varphi_1) + 928 \cdot 2 \cdot \varphi_2 \\ &+ 760 \cdot \varphi_2 \\ &= 3.415 \cdot \varphi_1 + 3.544 \cdot \varphi_2 \\ &= 8.140,3 \cdot \varphi_1\end{aligned}$$

Äußere Arbeit:

$$\begin{aligned}W_a &= 0,7 \cdot P \cdot \delta_1 + P \cdot \delta_2 + 2 \cdot P \cdot \delta_3 \\ &= 0,7 \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot 16m + P \cdot \varphi_1 \cdot 8m \\ &+ 2 \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot 8m = 35,2m \cdot P \cdot \varphi_1\end{aligned}$$



Beispiel 4:

Maßgebende Kette:

Kette 1: $P = 293,63kN$

Kette 6: $P = 220,12kN$

Kette 2: $P = 426,88kN$

Kette 7: $P = -kN$

Kette 3: $P = 232,0kN$

Kette 8: $P = 231,26kN$

Kette 5: $P = 283,42kN$



Kette 6 (2. Kombinationskette, I+III+IV)
ist maßgebend! (minimale Traglast)

Prüfung des Eindeutigkeitssatzes

1. das Gleichgewicht ist erfüllt ✓
3. eine kinematische Kette ist im System oder in Systemteilen erreicht ✓
4. die Dissipationsarbeit ist positiv ($D = -A_i$) ✓

Anstelle von „2. an jeder Stelle des Systems ist erfüllt: $|M| \leq M_{pl}$ “ wird „ $P_u = \min\{P_{kin,i}\}$ “ erfüllt

Nun: Ermittlung der Schnittgrößenverläufe für die 6. Kette (zur M-N-V-Interaktion)

Beispiel 4:

Faustregel:

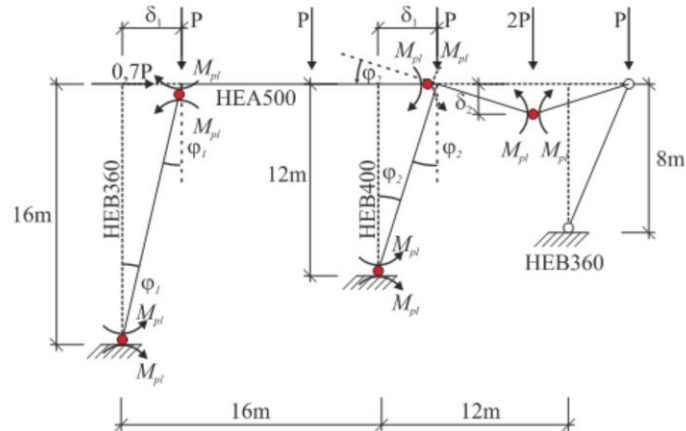


← sehr selten maßgebend

bei steifem Riegel kann eigentlich nur die Ausbildung eines Fließgelenks maßgebend werden!

Maßgebende Kette hier:

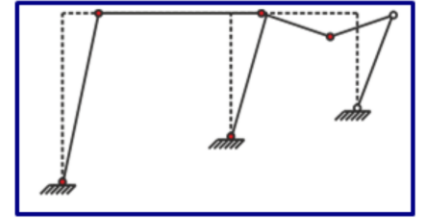
Kombinationskette, I+III+IV



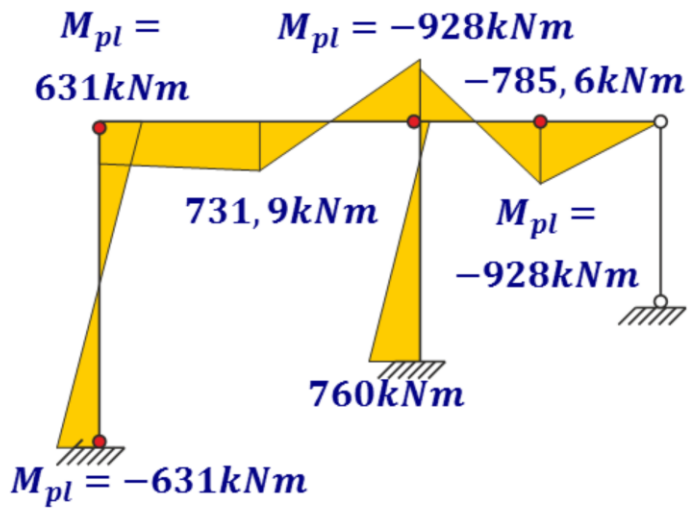
Beispiel 4:

Schnittgrößenverlauf:

Kette 6: $P = 220,12kN$



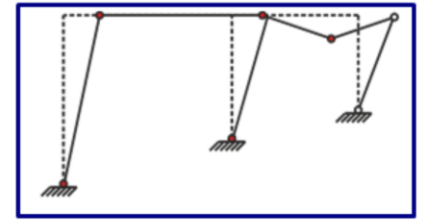
Momentenverlauf:



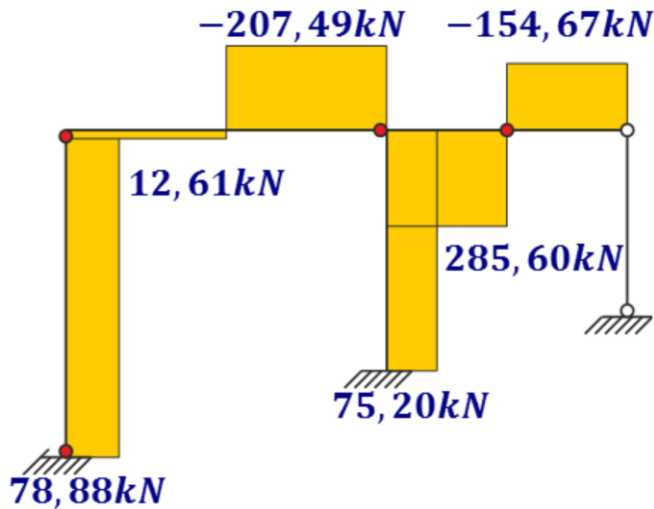
Beispiel 4:

Schnittgrößenverlauf:

Kette 6: $P = 220,12 \text{ kN}$



Querkraftverlauf:



Interaktionsbedingungen:
M-V erforderlich, wenn:

$$V_{z,Ed} > 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd}$$

	$0,5 V_{pl,z,Rd}$
HEB 360	402,5 kN
HEB 400	465,0 kN
HEA 500	496,5 kN

➡ keine M-V-Interaktion erforderlich

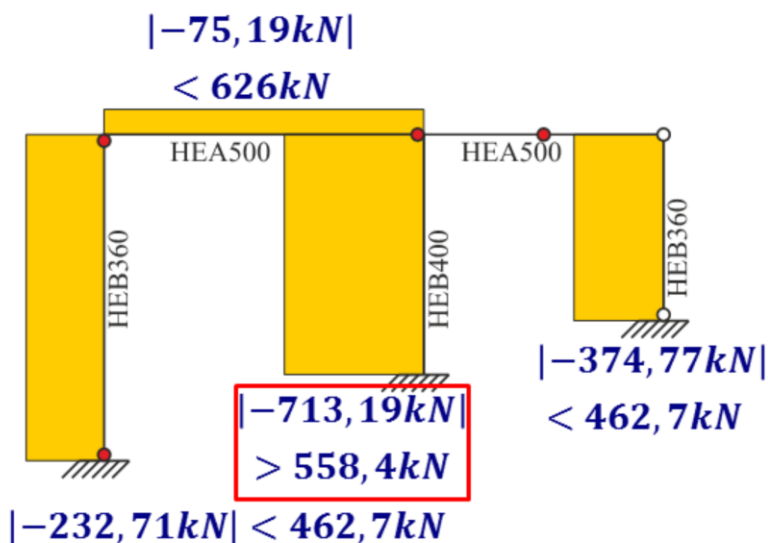
Beispiel 4:

Schnittgrößenverlauf:

Kette 6: $P = 220,12 \text{ kN}$

Normalkraftverlauf:

	$0,25 N_{pl,Rd}$	h_w	t_w	$\frac{d \cdot t_w \cdot f_y}{2 \cdot \gamma_{M0}}$
HEB 360	1063,5 kN	315 mm	12,5 mm	462,7 kN
HEB 400	1163,3 kN	352 mm	13,5 mm	558,4 kN
HEA 500	1163,3 kN	444 mm	12,0 mm	626,0 kN



Beispiel 4:

M-N-V-Interaktion:

Kette 6: $P = 220,12 \text{ kN}$

	b	t_f	A	$N_{pl,Rd}$
HEB 400	300 mm	24 mm	198 cm ²	4.653 kN

M-N-Interaktion für mittlere Stütze:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{713,19}{4.653} = 0,1533$$

$$a = \min \left\{ \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{198 - 2 \cdot 30 \cdot 2,4}{198} = 0,273 \right.$$

$$M_{N,y,Rd} = \min \left\{ M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1 - n}{1 - 0,5 \cdot a} \right.$$

$$= \min \left\{ 760 \cdot \frac{1 - 0,1533}{1 - 0,5 \cdot 0,273} = 618,7 \text{ kNm} = 745,2 \text{ kNm} \right.$$

$N_{Ed} > \min \left(\begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y / \gamma_{M2} \end{array} \right. ?$	
ja	nein
$n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$ $a = \min \left(\frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A}, 0,5 \right)$ $\alpha^* = a$	$n = 0$ $\alpha^* = 0$

Schneider Bauteile

Interaktion für Stab 1 erforderlich!

Beispiel 4:

M-N-V-Interaktion, 6. kinematische Kette (2. Kombinationskette, I+III+IV)

wie zuvor

Winkelbeziehungen:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \varphi_1 \cdot 16m \\ \delta_1 &= \varphi_2 \cdot 12m \\ &= \varphi_1 \cdot 16m \\ \Rightarrow \varphi_2 &= \frac{4}{3} \cdot \varphi_1 \\ \delta_2 &= \varphi_2 \cdot 6m = \varphi_1 \cdot 8m\end{aligned}$$

Energiebilanz:

$$\begin{aligned}W_a - W_i &= 0 \Rightarrow P \cdot \varphi_1 \cdot 27,2m \\ &= 5.932,4 \cdot \varphi_1 \\ \Rightarrow P &= 218,10kN\end{aligned}$$

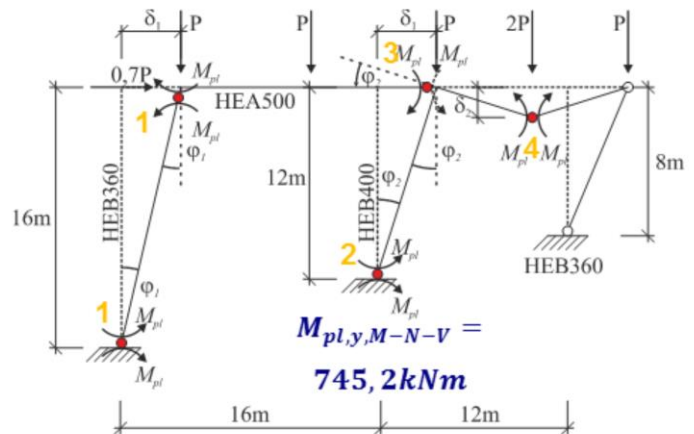
	$M_{pl,y} [kNm]$
HEB 360	631
HEB 400	760
HEA 500	928

Innere Arbeit:

$$\begin{aligned}-W_i &= \\ &= 2 \cdot 631 \cdot \varphi_1 + 745,2 \cdot \varphi_2 \\ &+ 928 \cdot \varphi_2 + 928 \cdot 2 \cdot \varphi_2 \\ &= 5.932,4 \cdot \varphi_1\end{aligned}$$

Äußere Arbeit (wie zuvor):

$$\begin{aligned}W_a &= 0,7 \cdot P \cdot \delta_1 + 2 \cdot P \cdot \delta_2 \\ &= 0,7 \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot 16m + 2 \cdot P \cdot \varphi_1 \\ &\cdot 8m = 27,2m \cdot P \cdot \varphi_1\end{aligned}$$

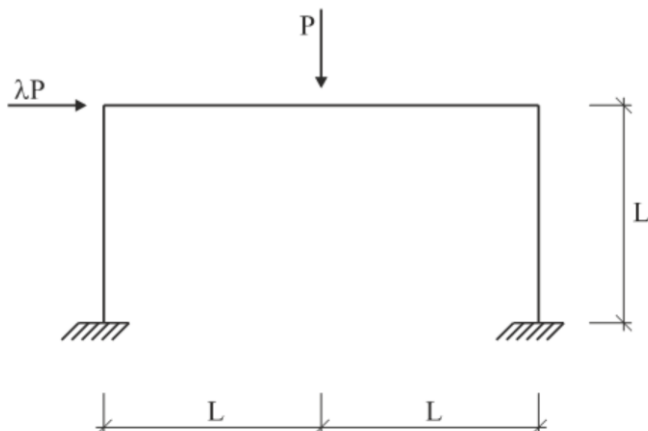


$$\begin{aligned}M_{pl,y,M-N-V} &= \\ &= 745,2kNm\end{aligned}$$

Beispiel 5:

gegeben:

statisches System gemäß Skizze



gesucht:

- Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Elementarketten und die Anzahl der möglichen Kombinationen von Elementarketten.
- Ermitteln Sie die Traglasten aller möglichen Fließgelenkketten nach Fließgelenktheorie I. Ordnung in Abhängigkeit des Parameters λ und stellen Sie diese graphisch dar.

Hinweise:

- ebenes Problem
- alle Querschnitte QKL 1
- alle Querschnitte $M_{pl} = \text{konst.}$

Beispiel 5 (vgl. Beispiel 2):

Grad der statischen Unbestimmtheit des Systems?

$$n = 3$$

Anzahl der Fließgelenke zur Bildung einer kinematischen Kette?

$$f = n + 1 = 4$$

Anzahl der Positionen möglicher Fließgelenke?

$$p = 5$$

Anzahl Elementarketten?

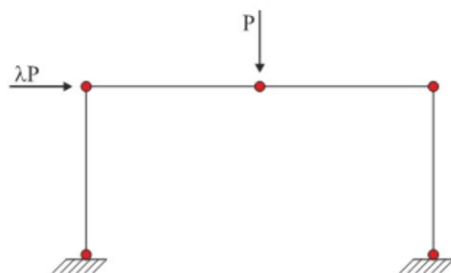
$$m = p - n = 5 - 3 = 2$$

Gesamtanzahl der Ketten?

$$j = 2^m - 1 = 2^2 - 1 = 3$$

Anzahl der Kombinationsketten?

$$k = j - m = 3 - 2 = 1$$



Beispiel 5:

1. kinematische Kette (1. Elementarkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi_1 \cdot L = \varphi_2 \cdot L \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$$

$$\varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 = 2 \cdot \varphi_1$$

Äußere Arbeit:

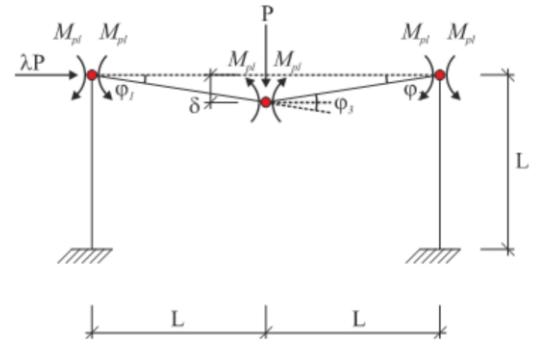
$$W_a = P \cdot \delta = P \cdot \varphi_1 \cdot L$$

Innere Arbeit:

$$W_i = -(M_{pl} \cdot \varphi_1 + M_{pl} \cdot \varphi_2 + M_{pl} \cdot \varphi_3) = -M_{pl} \cdot 4 \cdot \varphi_1$$

Energiebilanz: $W_i + W_a = 0 \Rightarrow M_{pl} \cdot 4 \cdot \varphi_1 = P \cdot \varphi_1 \cdot L$

$$\Rightarrow P = 4 \cdot \frac{M_{pl}}{L}$$



Beachte: Hier nur 3 Fließgelenke $< n + 1 = 4 \rightarrow$ lokale Kette

Beispiel 5:

2. kinematische Kette (2. Elementarkette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta = \varphi_1 \cdot L = \varphi_2 \cdot L \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$$

Äußere Arbeit:

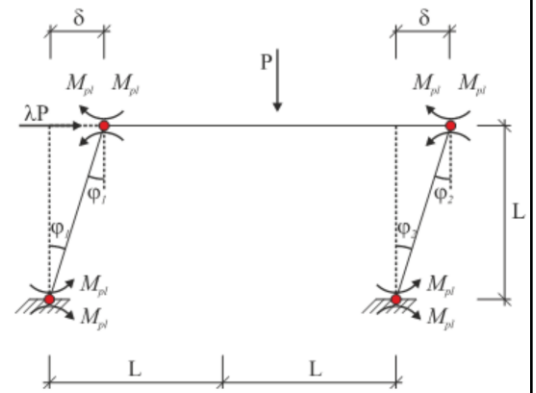
$$W_a = \lambda P \cdot \delta = \lambda P \cdot \varphi_1 \cdot L$$

Innere Arbeit:

$$W_i = -(2 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1 + 2 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_2) = -4 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1$$

Energiebilanz: $W_i + W_a = 0 \Rightarrow 4 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1 = \lambda P \cdot \varphi_1 \cdot L$

$$\Rightarrow P = \frac{4}{\lambda} \cdot \frac{M_{pl}}{L}$$



Beispiel 5:

3. kinematische Kette (1. Kombinationskette)

Winkelbeziehungen:

$$\delta_1 = \varphi_1 \cdot L = \varphi_2 \cdot L \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$$

$$\delta_2 = \varphi_1 \cdot L \quad \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 = 2 \cdot \varphi_1$$

Äußere Arbeit:

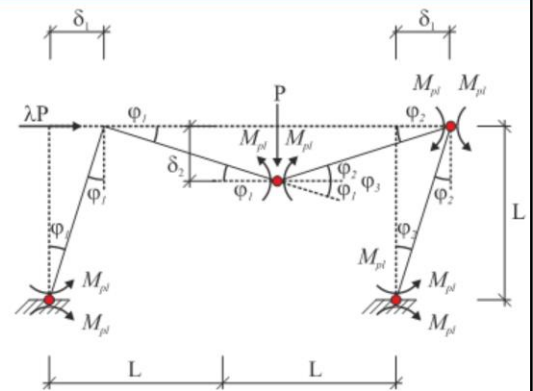
$$W_a = P \cdot \delta_1 + \lambda P \cdot \delta_2 = P \cdot \varphi_1 \cdot L + \lambda P \cdot \varphi_1 \cdot L = (1 + \lambda) \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot L$$

Innere Arbeit:

$$\begin{aligned} W_i &= -(M_{pl} \cdot \varphi_1 + M_{pl} \cdot \varphi_2 + 2 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_2 + M_{pl} \cdot \varphi_3) \\ &= -(M_{pl} \cdot \varphi_1 + M_{pl} \cdot \varphi_1 + 2 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1 + M_{pl} \cdot 2 \cdot \varphi_1) = -6 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1 \end{aligned}$$

Energiebilanz: $W_i + W_a = 0 \Rightarrow 6 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1 = (1 + \lambda) \cdot P \cdot \varphi_1 \cdot L$

$$\Rightarrow P = \frac{6}{(1 + \lambda)} \cdot \frac{M_{pl}}{L}$$

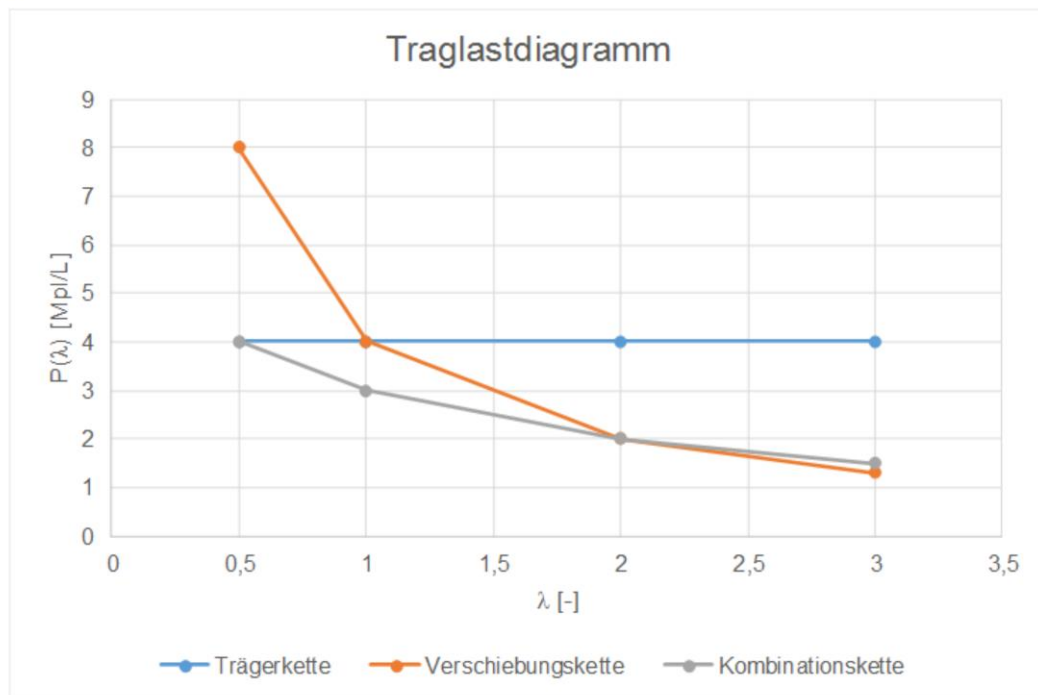


Beispiel 5:

Traglasten:

	Trägerkette	Verschiebungskette	Kombinationskette
	$P = 4 \cdot \frac{M_{pl}}{L}$	$P = \frac{4}{\lambda} \cdot \frac{M_{pl}}{L}$	$P = \frac{6}{(1 + \lambda)} \cdot \frac{M_{pl}}{L}$
	Tabellenwert $\cdot \frac{M_{pl}}{L}$		
$\lambda = 0,5$	4,0	8,0	4,0
$\lambda = 1,0$	4,0	4,0	3,0
$\lambda = 2,0$	4,0	2,0	2,0
$\lambda = 3,0$	4,0	1,3	1,5

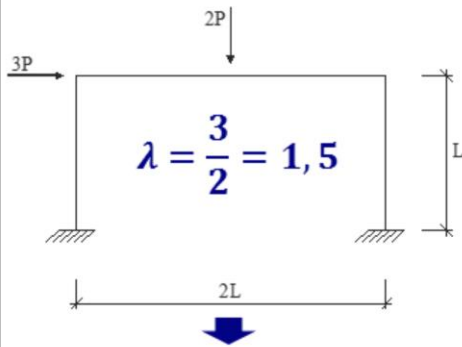
Beispiel 5: Traglasten:



Maßgebend ist (bei gegebenem λ) jeweils die Kette mit dem geringsten P

Beispiel 2:

Rückblick:



Kette 3 ist maßgebend!



$$2P = 2,4 \cdot \frac{M_{pl}}{L} \Rightarrow P = 1,2 \cdot \frac{M_{pl}}{L} \checkmark$$

