

# Stahlbau III - WS 2015 / 2016

3. Vorlesung / Übung

Daniel Pak

05.11.2015

# Terminübersicht und Übungsinhalte

Termin	Thema	Inhalt
22.10.2015	Ermüdung von Kranbahnträgern	Ermüdungsnachweis nach EN 1993-1-9 Einführung Bemessung von Kranbahnträgern
29.10.2015	Ermüdung von Kranbahnträgern	Bemessung von Kranbahnträgern Ermüdungsnachweis für Kranbahnträger
<b>05.11.2015</b>	<b>Fließgelenkverfahren</b>	<b>Einführung</b>
12.11.2015	Fließgelenkverfahren	M-N-V-Interaktion
19.11.2015	Fließgelenkverfahren	Abhängigkeit von Lasten
03.12.2015	Fließgelenkverfahren	Theorie II. Ordnung
07.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 1
14.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 2
21.01.2016	Beulen	Stabilitätsfall Beulen 3
28.01.2016	Biegedrillknicken	Vertiefung Drehfederbettung / Kranbahnträger
11.02.2016	Ausweichtermin bzw. Fragen zur Klausur	

xx.xx.2016

schriftliche Prüfung

Änderungen vorbehalten!

## Normen

Erhältlich als Download unter [www.perinorm.com](http://www.perinorm.com)

- DIN EN 1993-1-1 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau

## Einleitung

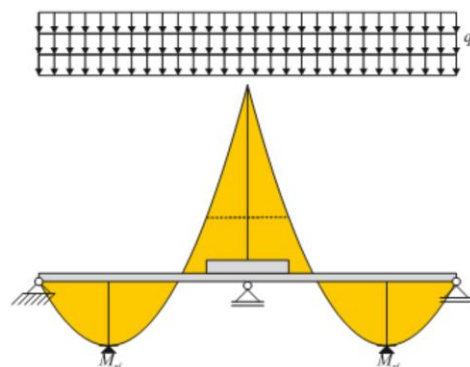
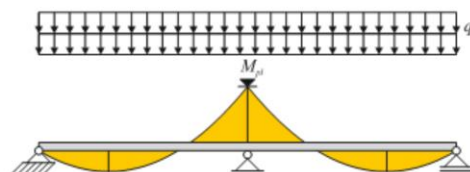
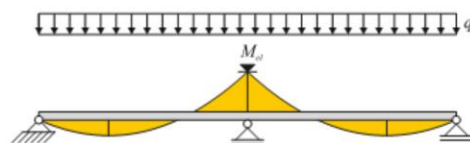
Bemessung elastisch / elastisch

Bemessung elastisch / plastisch

Nutzung der **plastischen Querschnittsreserven** / plastische Widerstandswerte

$(M_{el} \rightarrow M_{pl})$

Weitere Steigerung der Belastung:  
Anpassung des Trägers an die  
Momentenlinie





## Einleitung

Bemessung elastisch / plastisch

Nutzung der **plastischen**

**Querschnittsreserven** / plastische

Widerstandswerte

( $M_{el} \rightarrow M_{pl}$ )

Weitere Steigerung der Belastung:

Anpassung der Momentenlinie an den

Träger

Bemessung plastisch / plastisch

Nutzung der **plastischen**

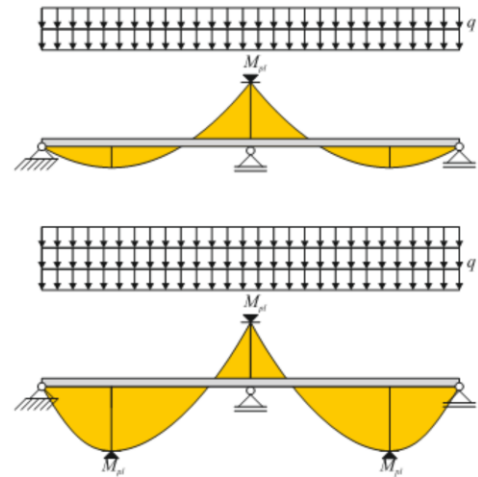
**Systemreserven** (inkl. Rotationskapazität)

Umverteilung der Momente



Grundgedanke:

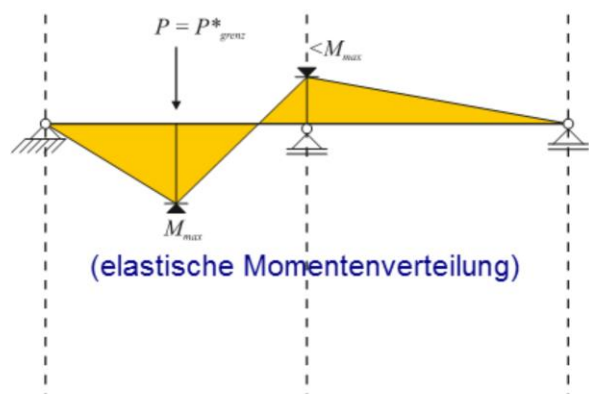
Erfassung der Grenz – System – Traglast



Grundthema:

Erfassung der Grenz – System – Traglast, zunächst ohne Stabilitätsprobleme bzw. ohne Berücksichtigung von Theorie-II-Ordnung-Effekten

## Einleitung



Stahlbau 1:

statisch unbestimmtes System



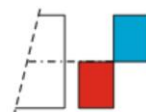
Berücksichtigung der Elastizität des Systems zur Ermittlung der Schnittgrößen  
(Kraft- oder Weggrößenverfahren)

Nachweis:

$$\frac{M_{max,d}}{M_{Rd}} \leq 1,0$$

$$M_{Rd} = M_{pl,Rk} \cdot \frac{1}{\gamma_{M0}}$$

(plastische Querschnittstragfähigkeit)

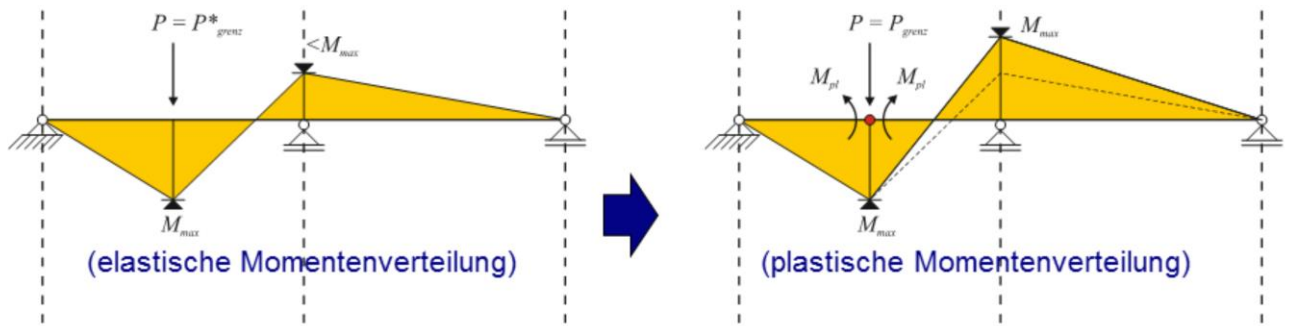


Erhöhung von  $P^*_{grenz}$  durch Nutzung von Systemreserven möglich, ohne dass das System versagt

Grundthema:

Erfassung der Grenz – System – Traglast, zunächst ohne Stabilitätsprobleme bzw. ohne Berücksichtigung von Theorie-II-Ordnung-Effekten

## Einleitung

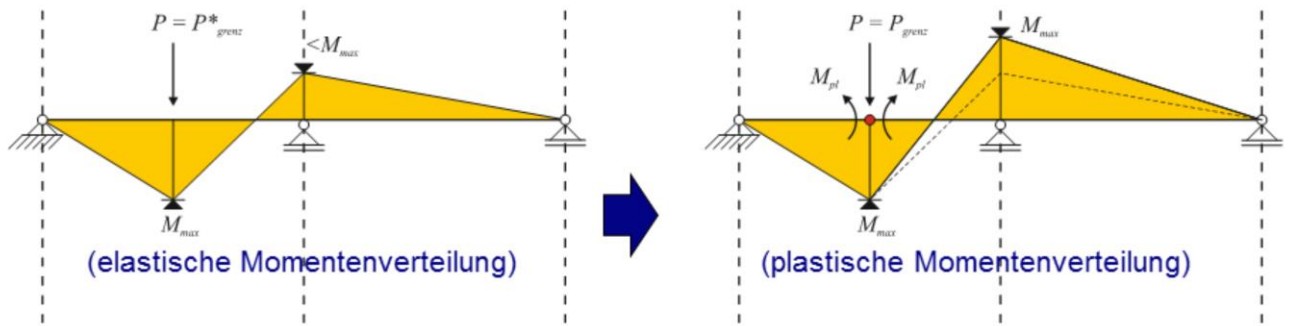


- nach Auftreten des Gelenks: Restsystem,  $(n-1)$ -fach statisch (un)bestimmt
- Anwendung bei statisch unbestimmten Systemen

Fließgelenk: Rotation wird gesteigert, Schnittgröße (Moment) bleibt erhalten / fällt nicht ab (zusätzliche Rotation auf dem Niveau von  $M_{\text{pl}}$ )  
→ Analogie zur Rutschkupplung im Akkuschauber (Drehmomentbegrenzer)

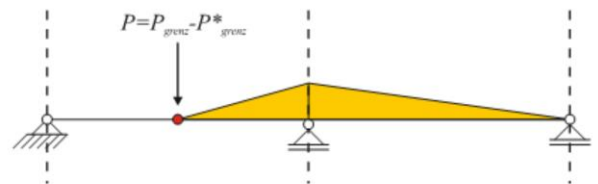


## Einleitung



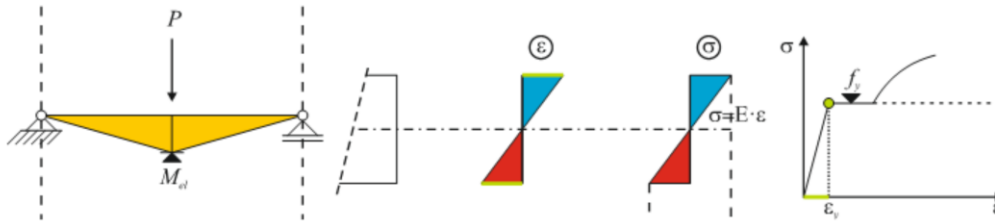
- nach Auftreten des Gelenks: Restsystem, (n-1)-fach statisch (un)bestimmt
- Anwendung bei statisch unbestimmten Systemen

- die zusätzlich aufgebrachte Kraft (nach Auftreten des Fließgelenks) wird vom Restsystem aufgenommen



## Einleitung

Frage: Warum gestattet ein Fließgelenk eine Rotation auf dem Niveau von  $M_{pl}$ ?

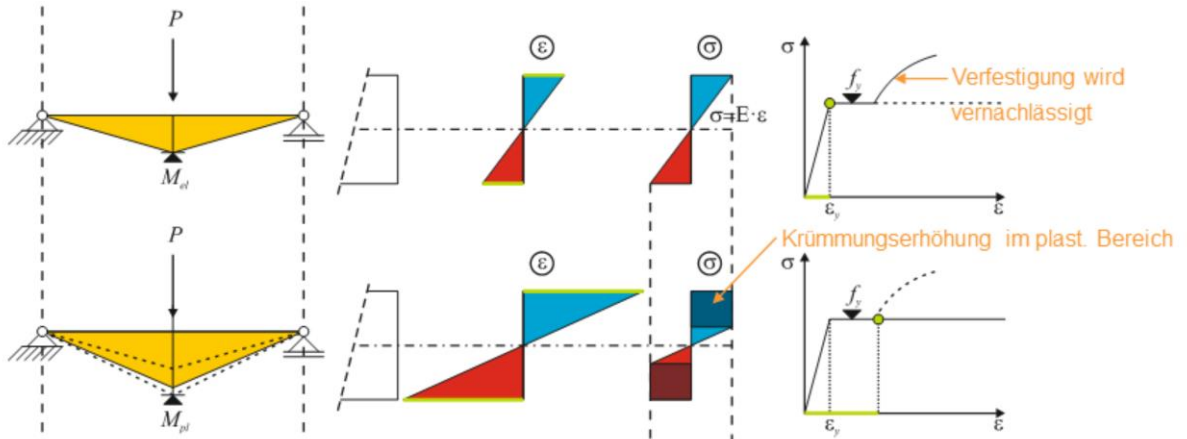


- Streckgrenze  $f_y$  in der äußersten Faser des Querschnitts erreicht (elastische Querschnittstragfähigkeit)
- bei spröden Werkstoffen (z.B. Glas), welche kein Fließen erlauben:
  - keine weitere Laststeigerung möglich
  - Versagen des Werkstoffes (Bruch)

Fließgelenke werden hier am statisch bestimmten System untersucht

## Einleitung

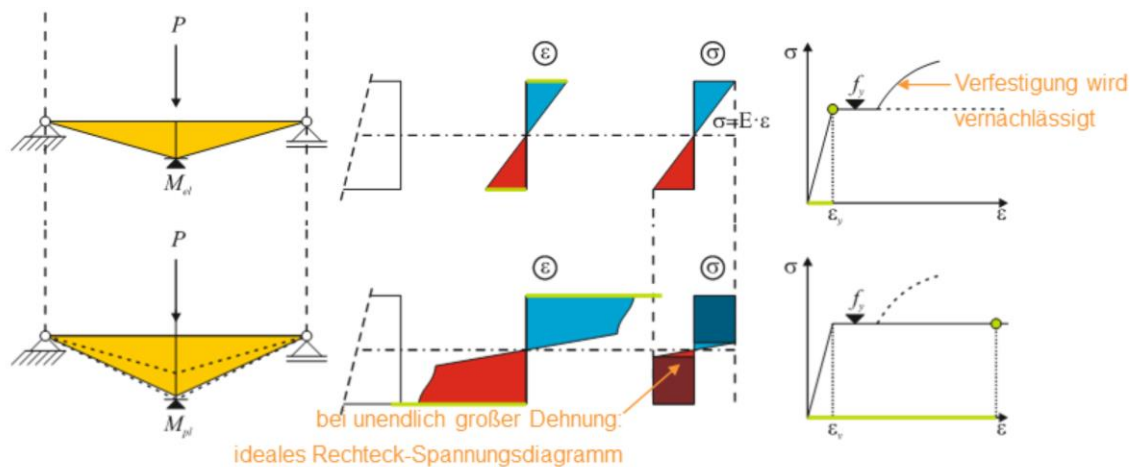
Frage: Warum gestattet ein Fließgelenk eine Rotation auf dem Niveau von  $M_{pl}$ ?



- Streckgrenze  $f_y$  in den Randbereichen des Querschnitts überschritten
- Stahl:  $e_y = 1 \text{ ‰}$  (elastisch)  $\rightarrow$  plastisches Verformungsvermögen, sehr große Steigerungen möglich  
 $e_{pl} = 25 - 30\%$  (plastisch)

## Einleitung

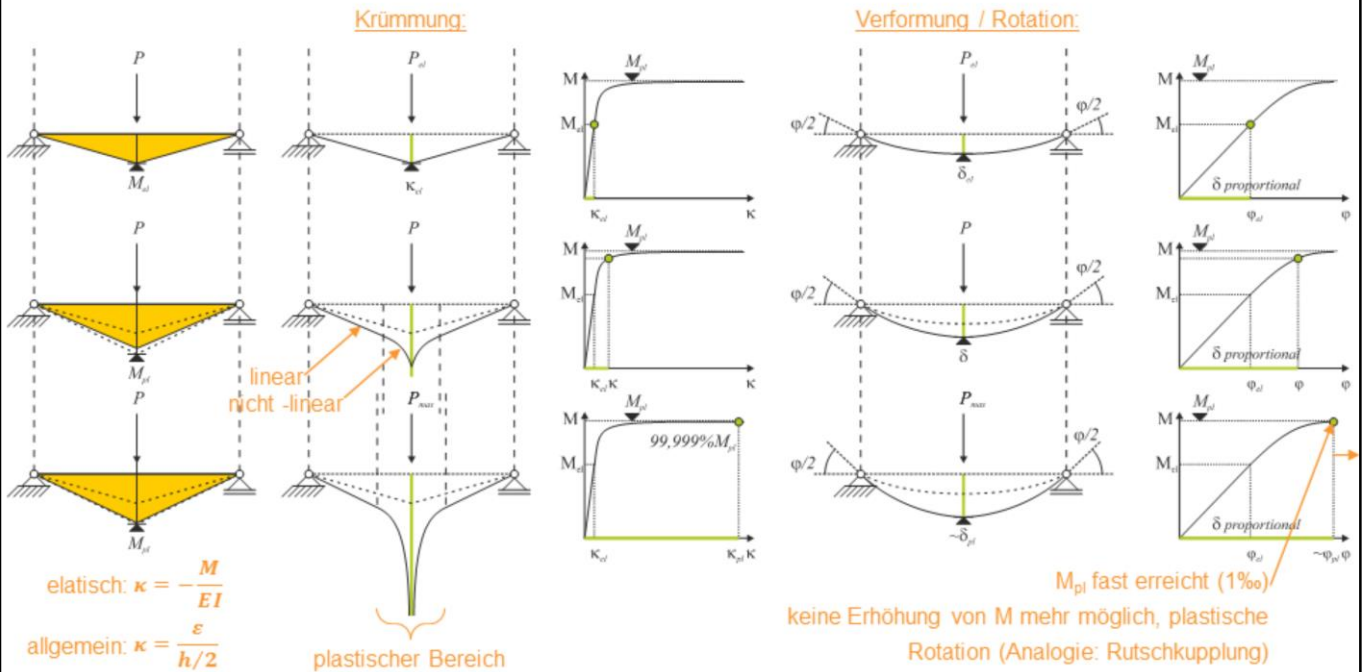
Frage: Warum gestattet ein Fließgelenk eine Rotation auf dem Niveau von  $M_{pl}$ ?



- die plastische Tragfähigkeit wird theoretisch bei „unendlich“ großer Dehnung in der Randfaser erreicht
- näherungsweise ist dies schon vorher der Fall (da sich der nicht ausgefüllte Spannungsblock sehr nahe am Schwerpunkt befindet)

## Einleitung

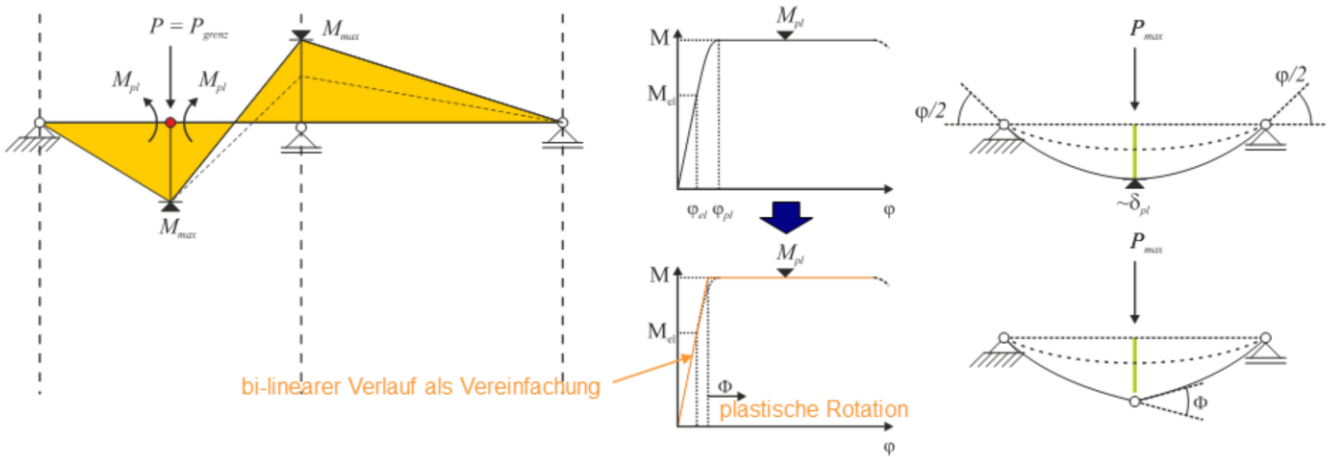
Frage: Warum gestattet ein Fließgelenk eine Rotation auf dem Niveau von  $M_{pl}$ ?





## Einleitung

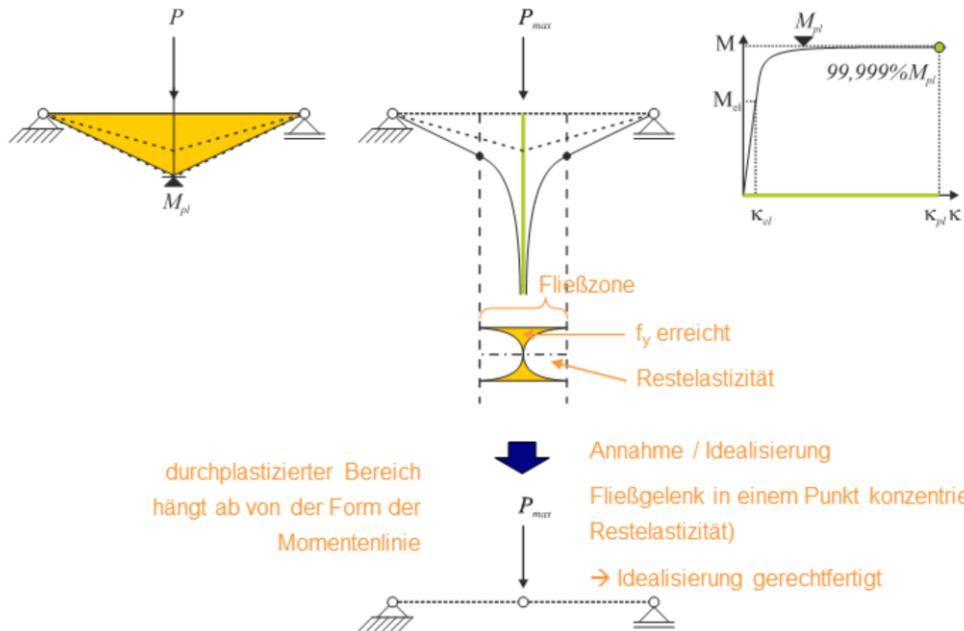
Frage: Warum gestattet ein Fließgelenk eine Rotation auf dem Niveau von  $M_{pl}$ ?



damit über der Stütze  $M_{max} = M_{pl}$  erreicht werden kann, muss die plastische Rotationsfähigkeit des 1. Fließgelenks ausreichend groß sein (Klasse 1 Querschnitt)

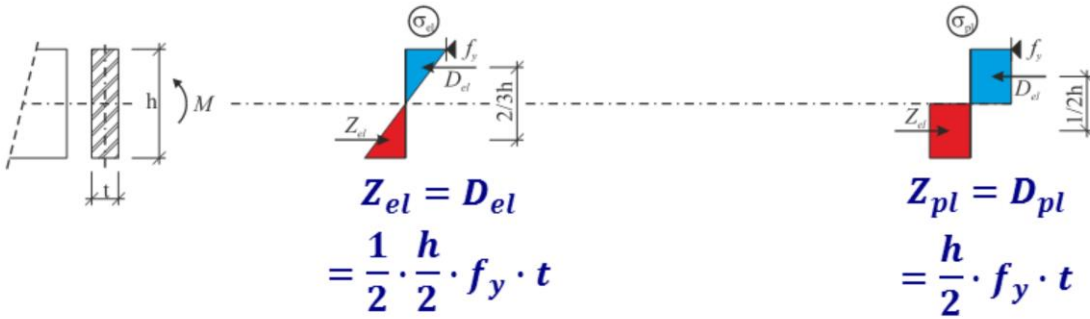
## Einleitung

Frage: Warum wird das Fließgelenk in einem Punkt konzentriert?



## Einleitung

### Plastischer Biege­widerstand (Klasse I und II) (Formeinfluss)



$$M_{el} = Z_{el} \cdot \frac{2}{3} h = \underbrace{\frac{1}{6} \cdot h^2 \cdot t \cdot f_y}_{W_{el}}$$

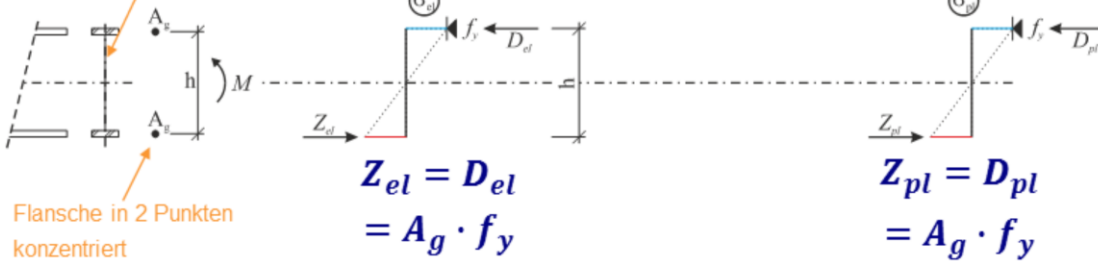
$$M_{pl} = Z_{pl} \cdot \frac{1}{2} h = \underbrace{\frac{1}{4} \cdot h^2 \cdot t \cdot f_y}_{W_{pl}}$$

$$\alpha_{pl} = \frac{M_{pl}}{M_{el}} = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{1/4}{1/6} = 1,5 \Rightarrow \begin{array}{l} 50\% \text{ Erhöhung innerhalb des Querschnitts (el.} \rightarrow \text{pl.)} \\ \text{Systemreserven (Umlagerungen) kommen noch hinzu} \end{array}$$

## Einleitung

### Plastischer Biege­widerstand (Klasse I und II) (Formeinfluss)

Steg sehr dünn (vernachlässigbar)



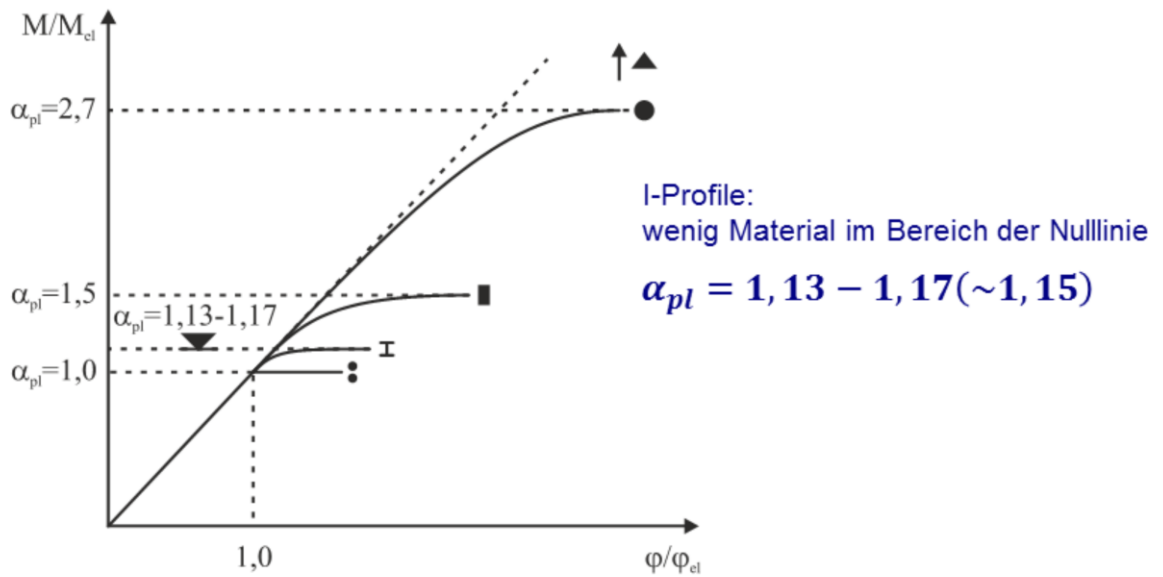
$$M_{el} = Z_{el} \cdot h = \underbrace{A_g \cdot h}_{W_{el}} \cdot f_y$$

$$M_{pl} = Z_{pl} \cdot h = \underbrace{A_g \cdot h}_{W_{pl}} \cdot f_y$$

$$\alpha_{pl} = \frac{M_{pl}}{M_{el}} = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = 1,0$$

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Formeinfluss)

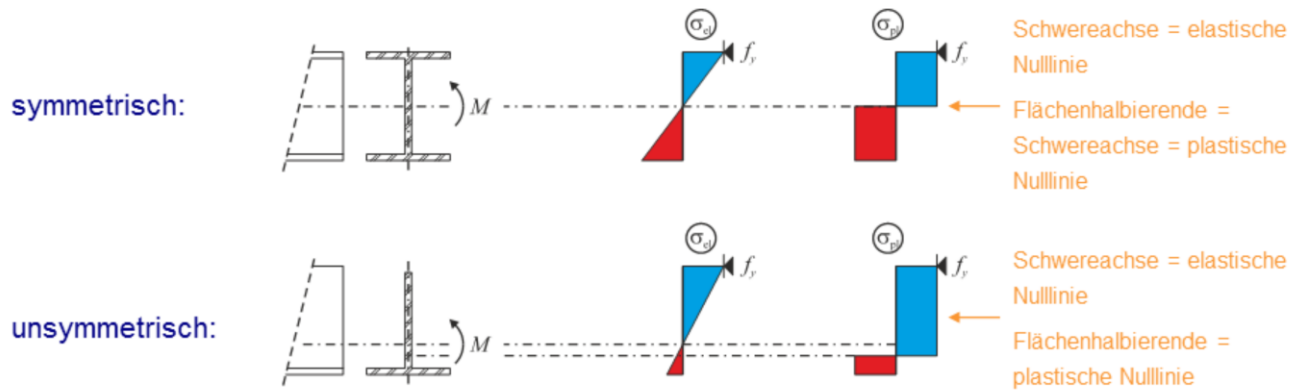


➡ bisherige Berechnungen lediglich für symmetrische Profile

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Formeinfluss)

Achtung: bei unsymmetrischen Querschnitten ist die Lage der elastischen Nulllinie nicht identisch mit der Lage der plastischen Nulllinie



plastische Widerstandswerte: keine Wichtung über das Elastizitätsgesetz (Wichtung über Schwerpunktabstände), nur noch  $\Sigma H = 0$

➡ neben Formeinfluss zu berücksichtigen → Schnittgrößeneinfluss (Interaktion)

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Rückblick: Stahlbau 1 (M-N-V-Interaktion)

Beispiel: IPE300, S235 (QK1)

gesucht: Nachweis M-N-V

gegeben:

$$N_{Ed} = 300[kN]$$

$$V_{z.Ed} = 100[kN]$$

$$M_{v,Ed} = 120[kNm]$$

Doppelsymmetrische I-Profilde der QK 1 oder 2 mit $M_x$ , $V_y$ und $N$			
Tafel 8.18 Doppelsymmetrische I-Profilde der K 1 oder 2 mit $M_x$ , $V_y$ und $N$			
$V_{y,Rx} \leq M_{y,Rx}$ und $N_{y,Rx} \leq M_{y,Rx}$ und $M_{y,Rx} \leq M_{y,Rx}$ ?		$V_{y,Rx} \leq M_{y,Rx}$ ?	
ja	nein	$F_{y,Rx} \leq 0,5 \cdot V_{y,Rx} ?$	
ja	nein	$N_{y,Rx} \leq \min \left( \frac{0,25 \cdot N_{y,Rx}}{(0,5 \cdot A_y \cdot A_y \cdot f_y / \gamma_{M0}} \right) ?$	
ja	nein	$\rho = \frac{2 \cdot F_{y,Rx}}{M_{y,Rx}} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma_{M0}} \right)$ <p><math>M_{y,Rx}</math> nach Abschnitt 2.2.4</p> <p>a) vollständige Schnittfläche für <math>F_y</math></p>	
<p>a) <b>WELSPITZLE, WALZ, HER, HEM</b></p> <p><math>b_{p0} = W_{y,p0} / W_{y,Rx}</math> (siehe Tafel 8.73)</p> <p><math>M_{y,Rx}</math> unter Abschnitt 2.2.4</p> <p><math display="block">M_{y,Rx} \leq \min \left( \left( 1 - \rho \cdot b_{p0} \right) \cdot M_{y,Rx} \right)</math> </p> <p>Waldspitze können auch wie unten in b) dargestellt berechnet werden. Durch die genaue Berücksichtigung der Schnittflächen (Anrundungen) ergeben sich auch <math>\rho</math> jedoch genauere, etwas wirtschaftliche Zahlenwerte.</p>			
<p>b) <b>Doppelsymmetrische I-Profilde</b></p> <p><math display="block">M_{y,Rx} \leq \min \left( \left( W_{y,Rx} \cdot \frac{\rho \cdot A_{y,Rx}}{4 \cdot A_y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \right)</math> </p> <p><math display="block">W_{y,Rx} = A_{y,Rx} / A_y</math> <p><math display="block">M_{y,Rx} = N_{y,Rx} (1 - \alpha_{y,Rx} \cdot \rho)</math> </p> </p>			
$N_{y,Rx} \leq N_{y,Rx}$ ?		$N_{y,Rx} \leq N_{y,Rx}$	
ja	nein	$N_{y,Rx} \leq \min \left( \frac{0,25 \cdot N_{y,Rx}}{(0,5 \cdot A_y \cdot A_y \cdot f_y / \gamma_{M0}} \right) ?$	
ja	nein	$n_y = N_{y,Rx} / N_{y,Rx}$ <p><math display="block">n_y \leq \min \left( \frac{0,25 \cdot b_{p0}}{(0,5 \cdot 0 - \rho)} \right)</math></p> <p><math>n_y = 0</math></p> <p><math>a^* = 0</math></p> <p><math display="block">M_{y,Rx} \leq \min \left( \frac{M_{y,Rx}}{1 - 0,5 \cdot a^*} \right)</math> </p>	
$M_{y,Rx} \leq M_{y,Rx}$ ?		$M_{y,Rx} \leq M_{y,Rx}$ ?	
Nachweis erfüllt	nicht erfüllt	Nachweis erfüllt	nicht erfüllt

Für Waldspitzen enthält die Parameter  $b_{p0} = W_{y,p0} / W_{y,Rx}$  (Tafel 8.73) anzuwenden sind.
Nachweis nicht erfüllt

## Schneider Bautabellen

## Einleitung

### Plastischer Biegezugwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

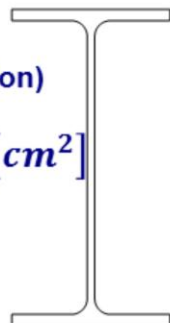
Rückblick: Stahlbau 1 (M-N-V-Interaktion)

Beispiel: IPE300

$$V_{pl,z,Rd} = A_{vz} \cdot \frac{f_{y,d}}{\sqrt{3}} = 25,7 \cdot \frac{23,5}{\sqrt{3}} = 348,7 [kN]$$

$$V_{z,Ed} = 100 [kN] \leq 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd} = 0,5 \cdot 348,7 [kN]$$

$$A_{vz} = 25,7 [cm^2]$$



➡ keine M-V-Interaktion erforderlich

b) Doppelsymmetrische I-Profile der QK 1 oder 2 mit  $M_x$ ,  $V_x$  und  $N$

Tafel 8.18 Doppelsymmetrische I-Profile der K 1 oder 2 mit  $M_x$ ,  $V_x$  und  $N$

$V_{z,Ed} < V_{pl,z,Rd}$ und $N_{Ed} \leq N_{pl,Rd}$ und $M_{y,Ed} \leq M_{pl,y,Rd}$ ?		ja	nein
$V_{z,Ed} \leq 0,5 \cdot V_{pl,z,Rd}$ ?		ja	nein
$N_{Ed} > \min \left( 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y / f_{yk} \right)$ ?		ja	nein
$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{z,Ed}}{V_{pl,z,Rd}} - 1 \right)^2$		$M_{y,Ed}$ nach Abschnitt 2.2.4	
		$A_{vz}$ vollplastische Schubfläche für $V_x$	

Schneider Bauteile



## Einleitung

### Plastischer Biegezugwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Rückblick: Stahlbau 1 (M-N-V-Interaktion)

Beispiel: IPE300

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{y,d} = 53,8 \cdot 23,5 = 1.264[kN]$$

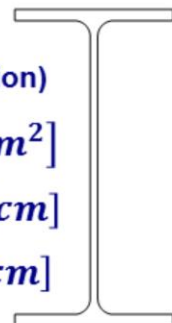
$$N_{Ed} = 300[kN] > \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot 1.264 = 316kN \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_{y,d} = 0,5 \cdot 27,9 \cdot 0,71 \cdot 23,5 = 233kN \end{array} \right.$$

➡ M-N-Interaktion erforderlich

$$A = 53,8[cm^2]$$

$$h_w = 27,9[cm]$$

$$t_w = 0,71[cm]$$



b) Doppelsymmetrische I-Profile der QK 1 oder 2 mit  $M_x$ ,  $V_x$  und  $N$

Tafel 8.18 Doppelsymmetrische I-Profile der K 1 oder 2 mit  $M_x$ ,  $V_x$  und  $N$

$V_{x,Ed} < V_{pl,x,Rd}$ und $N_{Ed} \leq N_{pl,Rd}$ und $M_{y,Ed} \leq M_{pl,y,Rd}$ ?		ja	nein
$V_{x,Ed} \leq 0,5 \cdot V_{pl,x,Rd}$ ?		ja	nein
$N_{Ed} > \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_{y,d} / f_{yk} \end{array} \right.$ ?		ja	nein
$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{x,Ed}}{V_{pl,x,Rd}} - 1 \right)^2$ $M_{y,Ed}$ nach Abschnitt 2.2.4 $A_{v,x}$ vollplastische Schubfläche für $V_x$		ja	nein

Schneider Bauteile

## Einleitung

### Plastischer Biegezugwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

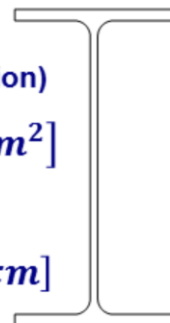
Rückblick: Stahlbau 1 (M-N-V-Interaktion)

Beispiel: IPE300

$$A = 53,8 [cm^2]$$

$$b = 15 [cm]$$

$$t_w = 1,07 [cm]$$



$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{300}{1.264} = 0,2373$$

$$a = \min \left\{ \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{53,8 - 2 \cdot 15 \cdot 1,07}{53,8} = 0,4033 \right. \quad \text{SBT: } a = 0,403$$

$N_{Ed} > \min \begin{cases} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y / \gamma_{M2} \end{cases} ?$	
ja	nein
$n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$ $a = \min \begin{cases} \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \\ 0,5 \end{cases}$ $\alpha^* = a$	$n = 0$ $\alpha^* = 0$

Schneider Bauteile

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Rückblick: Stahlbau 1 (M-N-V-Interaktion)

$$W_{pl,y} = 628,4 [cm^3]$$

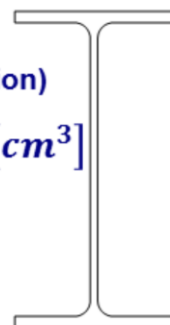
Beispiel: IPE300

$$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \cdot f_{y,d} = 628,4 \cdot 23,5 = 147,7 [kNm]$$

$$M_{N,y,Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a} \\ M_{pl,y,Rd} \end{array} \right.$$

$$= \min \left\{ \begin{array}{l} 147,7 \cdot \frac{1-0,2373}{1-0,5 \cdot 0,4033} \\ 147,7 \end{array} \right. = 141,1$$

$$M_{N,y,Rd} = 141,1 [kNm] > 120 [kNm]$$



$$M_{N,y,Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} M_{pl,y,Rd} \cdot \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a} \\ M_{pl,y,Rd} \end{array} \right.$$

$M_{y,Ed} \leq M_{N,y,Rd} ?$	
ja	nein
Nachweis erfüllt	nicht erfüllt

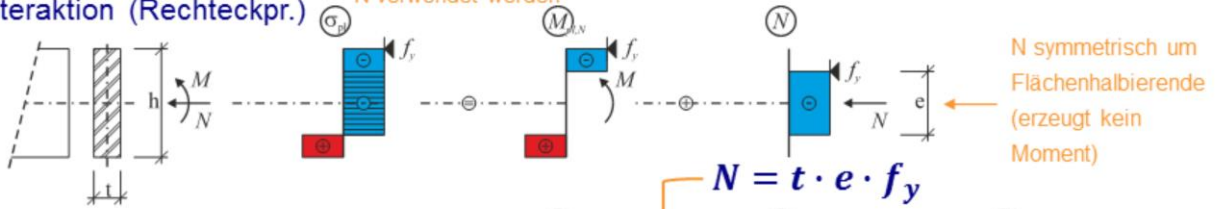
Schneider Bauteile

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

direkte Spannungen (direct stresses) → Spannungsblock kann nur für M oder N verwendet werden

M-N-Interaktion (Rechteckpr.)



$$M_{pl,N} = M_{pl} - M_N$$

$$= \frac{1}{4} \cdot t \cdot h^2 \cdot f_y - \frac{1}{4} \cdot t \cdot e^2 \cdot f_y$$

$$= \frac{1}{4} \cdot t \cdot h^2 \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{e^2}{h^2}\right) = M_{pl} \cdot \left(1 - \frac{e^2}{h^2}\right)$$

$$\frac{M_{pl,N}}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{e^2}{h^2}\right) = 1 - \left(\frac{e}{h}\right)^2 = 1 - \left(\frac{N}{N_{pl}}\right)^2$$

$$N = t \cdot e \cdot f_y$$

$$N_{pl} = A \cdot f_y = t \cdot h \cdot f_y$$

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{t \cdot e \cdot f_y}{t \cdot h \cdot f_y} = \frac{e}{h}$$

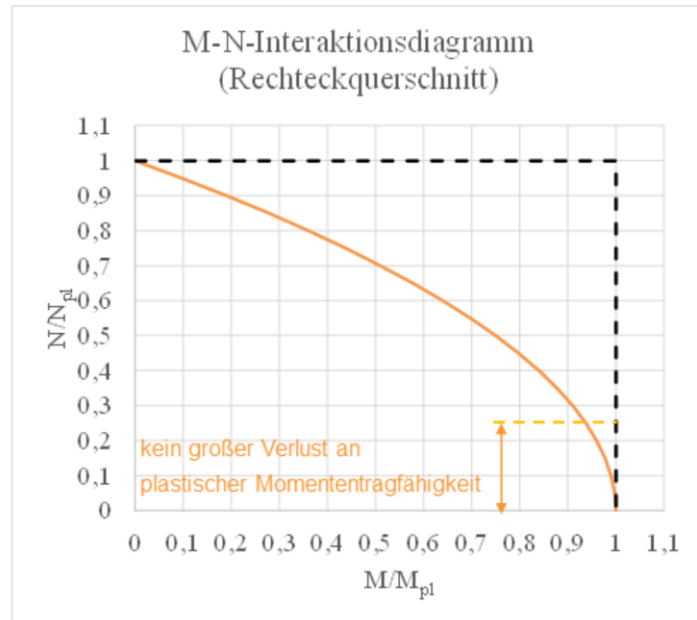
## Einleitung

### Plastischer Biegewiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

M-N-Interaktion (Rechteckprofil)

$$\frac{M_{pl,N}}{M_{pl}} = 1 - \left( \frac{N}{N_{pl}} \right)^2$$

DIN EN 1993-1-1, Gl. 6.32



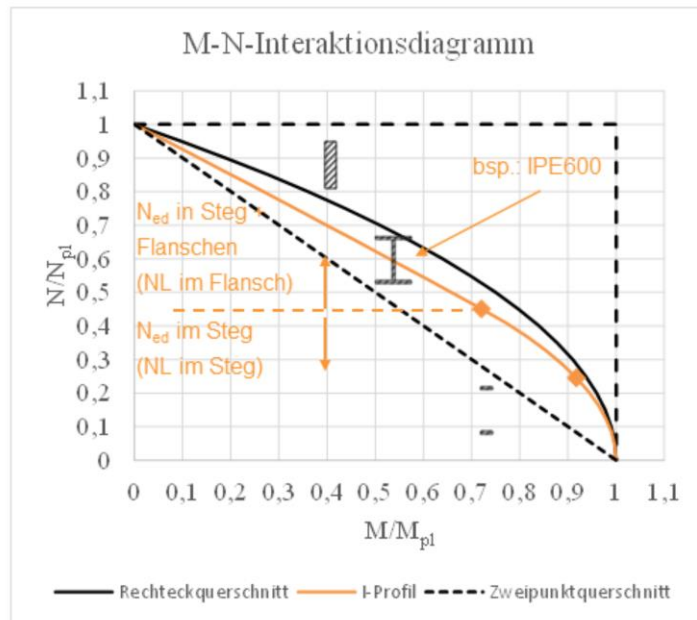
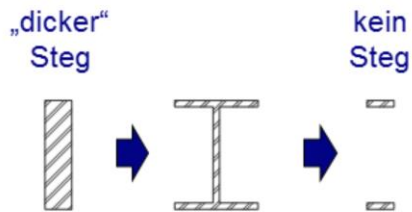
## Einleitung

### Plastischer Biegezugwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

#### M-N-Interaktion (I-Profil)

2 Fälle:

- NL im Flansch
- NL im Steg



## Einleitung

### Plastischer Biegezugwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

#### M-N-Interaktion (I-Profil)

2 Fälle:

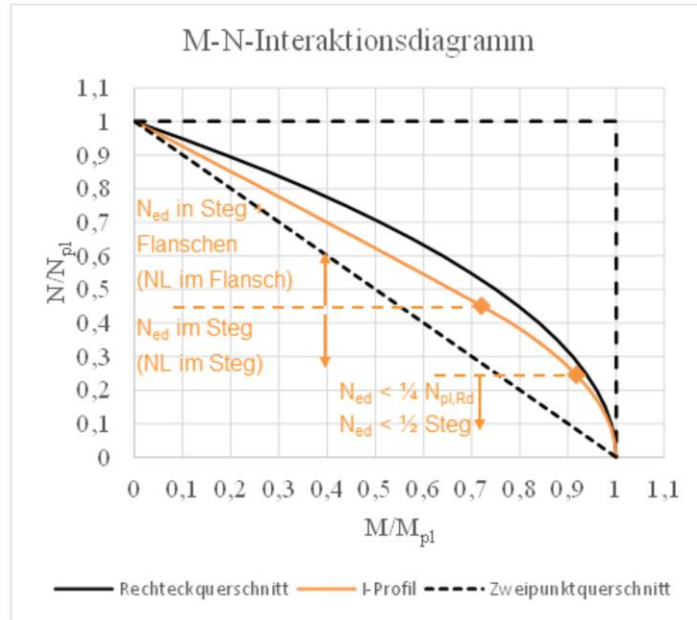
- NL im Flansch
- NL im Steg

normative Vereinfachungen:

nach DIN EN 1993-1-1

keine Interaktion, wenn:

$$N_{Ed} < \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot N_{pl,Rd} \\ 0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \end{array} \right.$$

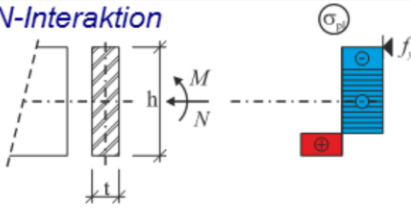


## Einleitung

### Plastischer Biege Widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

#### Querkraftinteraktion (I-Profile)

##### M-N-Interaktion



➡ Spannungsblöcke stehen für N oder M zur Verfügung

##### M-V-Interaktion

➡ Spannungsblöcke stehen nicht nur für V oder M zur Verfügung (keine einfache Addition)



Fließbedingung (2D):

$$\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2 = f_y^2$$



## Einleitung

### Plastischer Biege- und Schubwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion (I-Profile)

$$\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2 = f_y^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{y,V}^2 = f_y^2 - 3 \cdot \tau^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{y,V} = \sqrt{f_y^2 - 3 \cdot \tau^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{y,V} = f_y \sqrt{1 - \frac{3 \cdot \tau^2}{f_y^2}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{y,V} = f_y \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}$$

➔ reduzierte Fließspannung inf. Querkraft



$$\tau = \frac{V}{A_v} \quad \Rightarrow \quad V = A_v \cdot \tau$$

$$V_{pl} = A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \leftarrow \tau_y \text{ (fließen auf Scherung)}$$

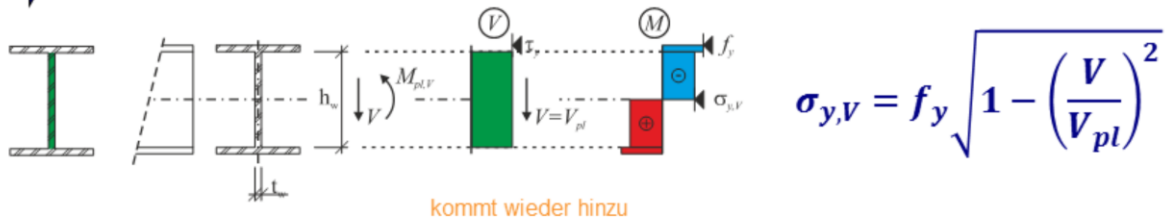
$$\frac{V}{V_{pl}} = \frac{A_v \cdot \tau}{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}} = \frac{\tau \cdot \sqrt{3}}{f_y}$$

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

#### Querkraftinteraktion (I-Profile)

➡ reduzierte Fließspannung inf. Querkraft in Querkraftbeanspruchten Querschnittsteilen  $A_V$



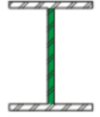
$$M_{pl,V} = M_{pl} - M_{pl,Steg} + M_{pl,Steg} \cdot \frac{\sigma_{y,V}}{f_y} = M_{pl} - M_{pl,Steg} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,V}}{f_y}\right)$$

$$\frac{M_{pl}}{M_{pl,Steg}} \cong \frac{A_{Steg} \cdot h/4 \cdot f_y}{A_{Gurt} \cdot h \cdot f_y + A_{Steg} \cdot h/4 \cdot f_y} = \frac{A_{Steg}}{4 \cdot A_{Gurt} + A_{Steg}} = \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V}$$

## Einleitung

### Plastischer Biegegewiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion (I-Profile)



$$M_{pl,V} = M_{pl} - M_{pl,Steg} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,V}}{f_y}\right)$$

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = 1 - \frac{M_{pl,Steg}}{M_{pl}} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,V}}{f_y}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} \cong 1 - \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}\right)$$

$$\frac{M_{pl}}{M_{pl,Steg}} \cong \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V}$$

$$\sigma_{y,V} = f_y \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}$$

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion (Rechteckprofile)

(gilt auch für Rohre, I-QS um die schwache Achse)

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} \cong 1 - \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{V}{V_{pl}} \right)^2} \right) \quad \frac{A_V}{A_{ges}} = 1,0 \quad \text{■}$$

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = 1 - \frac{A_{ges}}{2 \cdot A_{ges} - A_{ges}} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{V}{V_{pl}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = \sqrt{1 - \left( \frac{V}{V_{pl}} \right)^2}$$

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion  
(Rechteckprofile)

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}$$

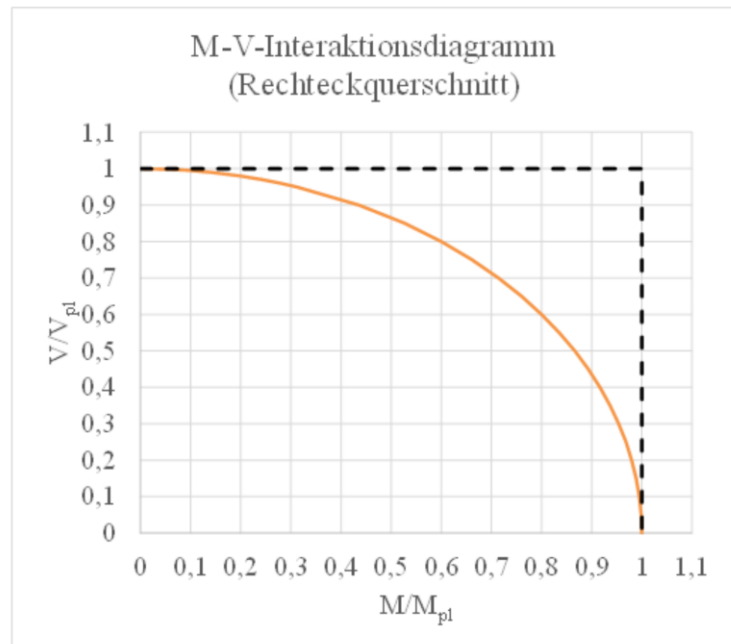
(Kreisfunktion)



nach DIN EN 1993-1-1,  
Interaktion nur für:

$$V > 0,5 \cdot V_{pl} \text{ dann:}$$

$$\sigma_{y,V} = f_y \cdot (1 - \rho)$$



## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion (I-Profile, DIN EN 1993-1-1)



$$M_{pl,V} = M_{pl} - M_{pl,Steg} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,V}}{f_y}\right)$$

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = 1 - \frac{M_{pl,Steg}}{M_{pl}} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,V}}{f_y}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} \cong 1 - \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V} \cdot \left(\frac{2 \cdot V}{V_{pl}} - 1\right)^2$$

vgl. Theorie:

$$\sigma_{y,V} = f_y \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}$$

$$\frac{M_{pl}}{M_{pl,Steg}} \cong \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V}$$

$$\sigma_{y,V} = f_y \cdot (1 - \rho) = f_y \cdot \left(1 - \left(\frac{2 \cdot V}{V_{pl}} - 1\right)^2\right)$$

DIN EN 1993-1-1

## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion (Rechteckprofile, DIN EN 1993-1-1)  
(gilt auch für Rohre, I-QS um die schwache Achse)

$$\Rightarrow \frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} \cong 1 - \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V} \cdot \left( \frac{2 \cdot V}{V_{pl}} - 1 \right)^2$$

$$\frac{A_V}{A_{ges}} = 1,0$$



$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = 1 - \frac{A_{ges}}{2 \cdot A_{ges} - A_{ges}} \cdot \left( \frac{2 \cdot V}{V_{pl}} - 1 \right)^2$$

$$\boxed{\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = 1 - \left( 2 \cdot \frac{V}{V_{pl}} - 1 \right)^2}$$

## Einleitung

### Plastischer Biegezugwiderstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

Querkraftinteraktion  
(Rechteckprofile)

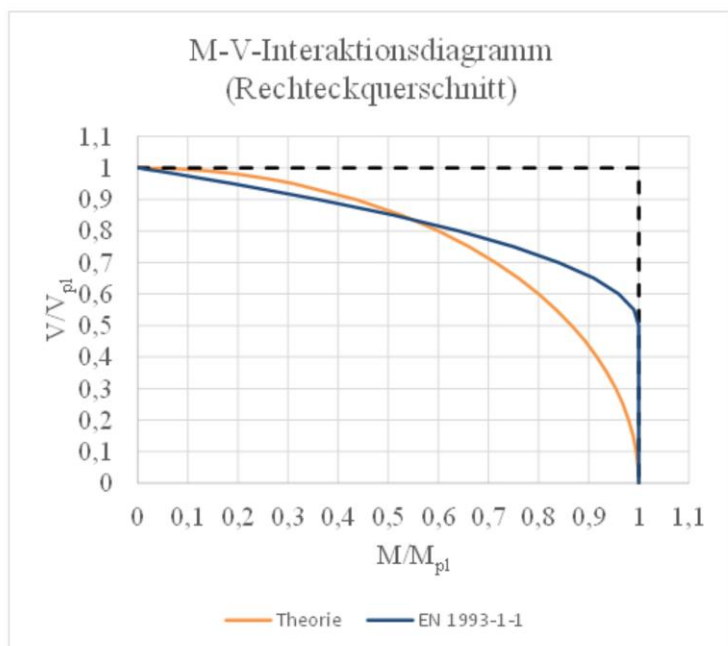
$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}$$

(Kreisfunktion)

nach DIN EN 1993-1-1:

$$\frac{V}{V_{pl}} > 0,5 \text{ dann:}$$

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} = 1 - \left(2 \cdot \frac{V}{V_{pl}} - 1\right)^2$$





## Einleitung

### Plastischer Biege widerstand (Klasse I und II) (Schnittgrößeneinfluss, Interaktion)

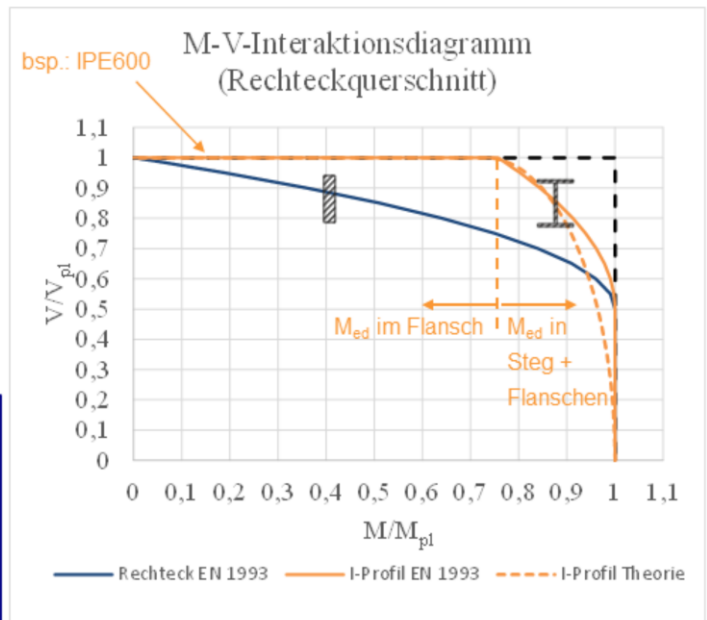
Querkraftinteraktion (I-Profile)  
(nach DIN EN 1993-1-1)

2 Fälle:

- $M_{Ed}$  wird von Flanschen alleine aufgenommen (keine Interaktion)
- $M_{Ed}$  wird teilweise vom Steg aufgenommen (Interaktion)

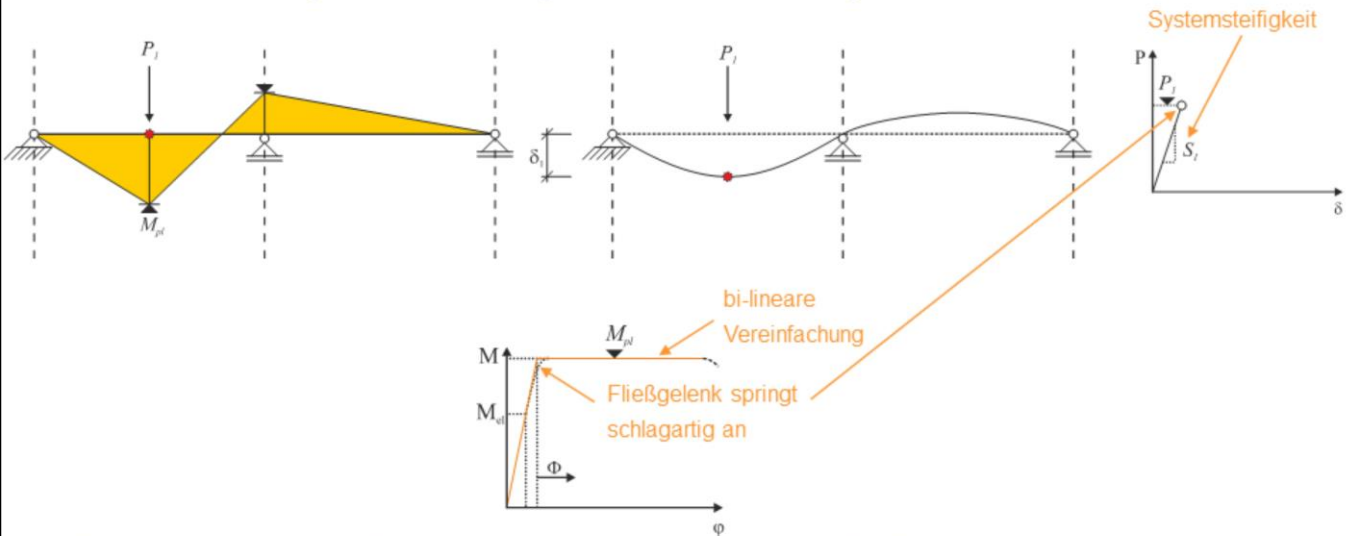
nach DIN EN 1993-1-1

$$\frac{M_{pl,V}}{M_{pl}} \cong 1 - \frac{A_V}{2 \cdot A_{ges} - A_V} \cdot \left( 2 \cdot \frac{V}{V_{pl}} - 1 \right)^2$$



## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

### Evolution der Fließgelenke am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast

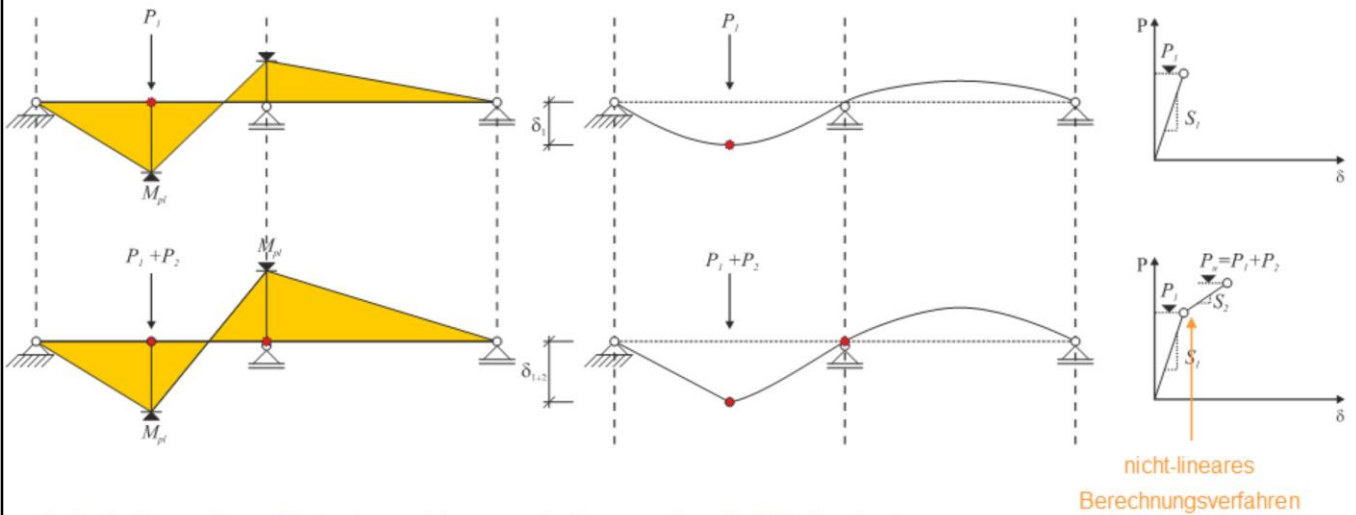


1. Schritt: rein elastisch, Belastung bis zum Auftreten des 1. Fließgelenks

- kein Einsturz beim Einspringen des Fließgelenks, da System noch immer statisch bestimmt
- System hat einen Grad der statischen Unbestimmtheit verloren  
→ nun statisch bestimmt mit plastischem Moment im Fließgelenk

## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

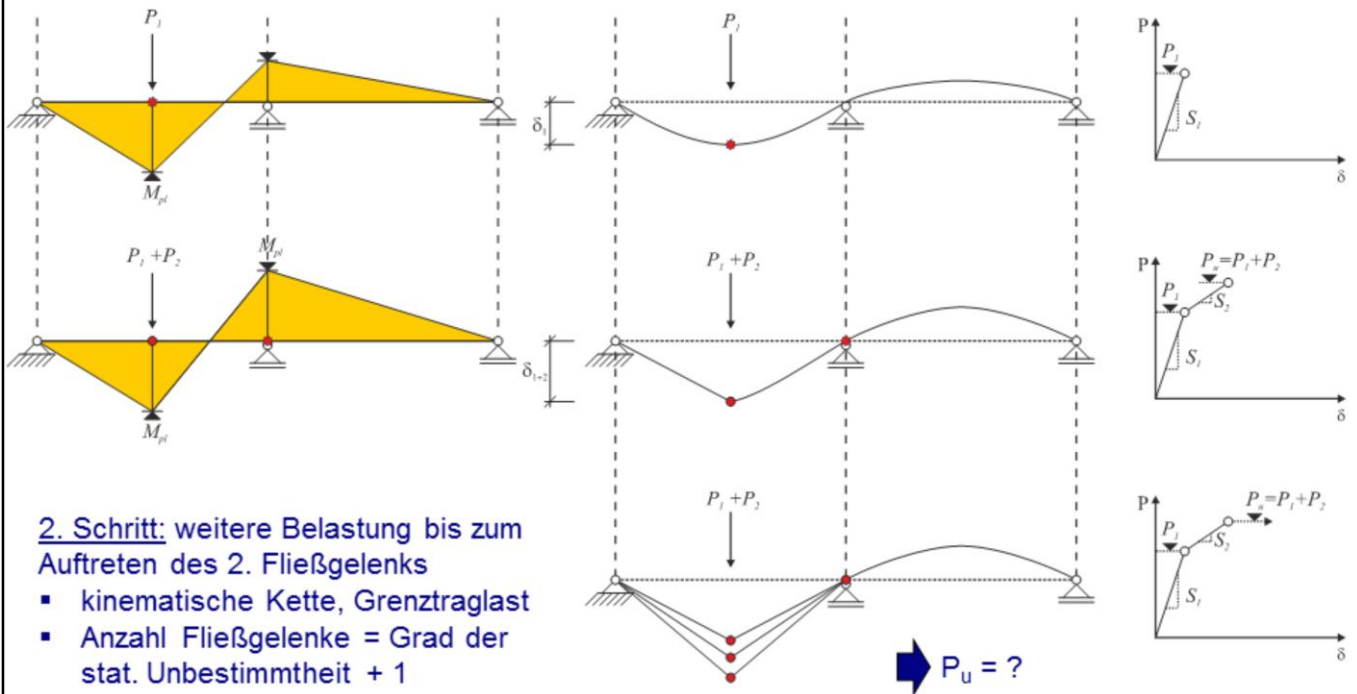
### Evolution der Fließgelenke am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast



**2. Schritt:** weitere Belastung bis zum Auftreten des 2. Fließgelenks  
System nun statisch bestimmt mit plastischem Moment im Fließgelenk

## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

### Evolution der Fließgelenke am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast

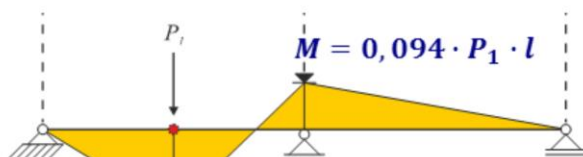


**2. Schritt:** weitere Belastung bis zum Auftreten des 2. Fließgelenks

- kinematische Kette, Grenztraglast
- Anzahl Fließgelenke = Grad der stat. Unbestimmtheit + 1

## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

### Evolution der Fließgelenke am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast



$$M = 0,203 \cdot P_1 \cdot l \stackrel{\text{def}}{=} M_{pl} \Rightarrow P_1 = M_{pl} / (0,203 \cdot l)$$

#### 1. Schritt:

rein elastisch, Belastung bis zum Auftreten des 1. Fließgelenks

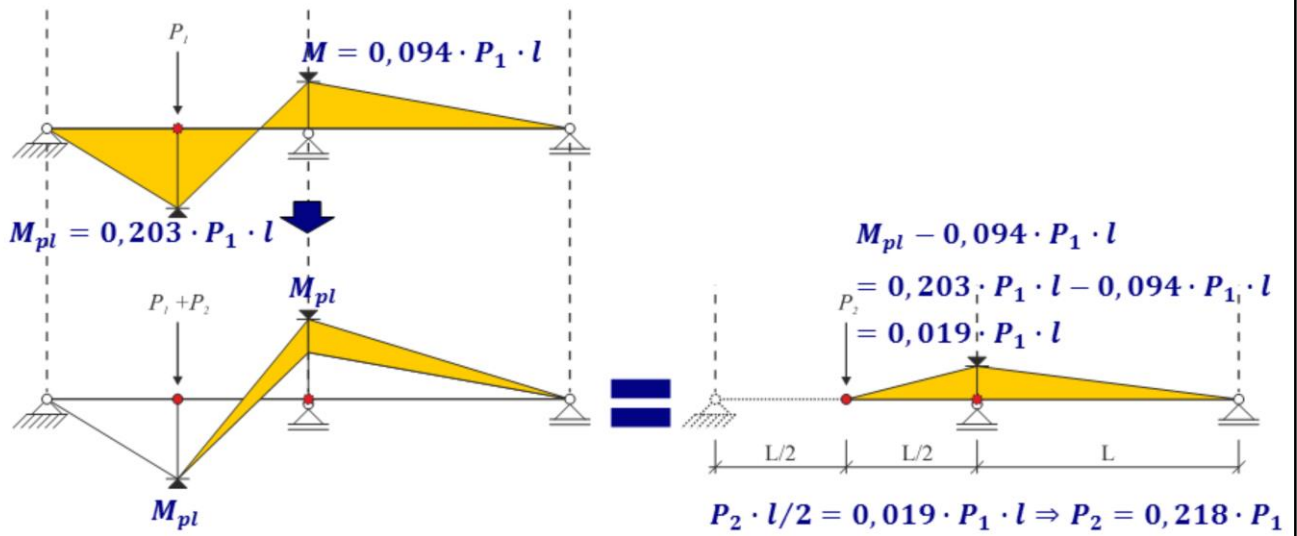
	Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6
Momente	Tafelwert $\cdot q l^2$				Tafelwert $\cdot F l$	
Kräfte	Tafelwert $\cdot q l$				Tafelwert $\cdot F$	

Die Feldmomente  $M_1, M_2$  usw. sind die Größtwerte der Feldmomente in den Feldern 1, 2 usw.

Lastfall	Kraftgrößen	Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6
	$M_1$	0,096	0,065	0,076	0,085	0,203	0,278
	$M_2$	-0,063	-0,039	-0,047	-0,053	-0,094	-0,167
	$M_3$	0,438	0,211	0,253	0,297	0,406	0,833
		-0,063	-0,039	-0,047	-0,053	-0,094	-0,167

## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

Evolution der Fließgelenke am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast



2. Schritt: weitere Belastung des Restsystems bis zum Auftreten des 2. Fließgelenks

## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

Evolution der Fließgelenke am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast

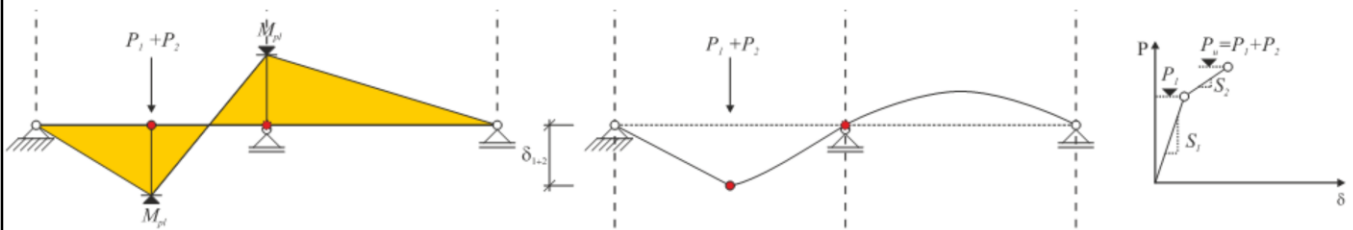
$$P_1 = M_{pl} / (0,203 \cdot l)$$

$$P_2 = 0,218 \cdot P_1$$

$$P_u = P_1 + P_2 = P_1 + 0,218 \cdot P_1 = 1,218 \cdot P_1 = \frac{1,218 \cdot M_{pl}}{0,203 \cdot l} = 6 \cdot \frac{M_{pl}}{l}$$

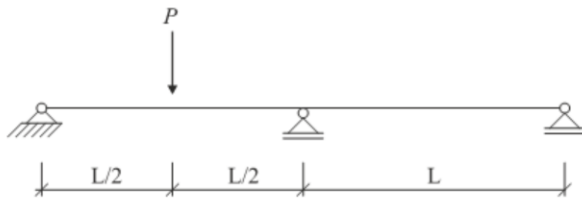
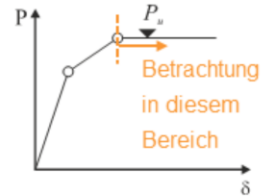
➡ Methode des statischen Satzes („Annäherung von unten“)

➡ einfacher: Lösung über energetischen Ansatz („Annäherung von oben“)



## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

**Energetischer Ansatz am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast**  
(virtuelle Verrückung mit starr-plastischen Anteilen)



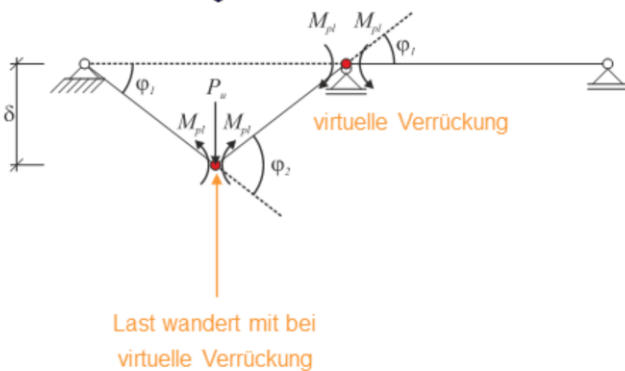
direkte Betrachtung des Bruchzustandes



Abschätzung der Fließgelenke



energetischer Ansatz



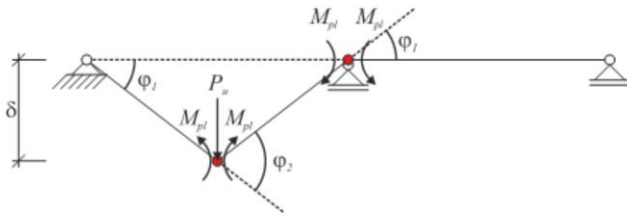
- |  |   |   |
|--|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>■ äußere Arbeit:<br/>Kräfte, die in Richtung<br/>der Verschiebung<br/>angreifen, bringen<br/>Energie in das System<br/>ein (Kraft x Weg)</li> </ul> | = | <ul style="list-style-type: none"> <li>■ innere Arbeit:<br/>in Fließgelenken<br/>wird Energie<br/>dissipiert<br/>(abgebaut)<br/>(<math>M_{pl} \times \text{Rotation}</math>)</li> </ul> |
|--|---|---|



## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

### Energetischer Ansatz am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast

(virtuelle Verrückung mit starr-plastischen Anteilen)



- äußere Arbeit:  
Kräfte, die in Richtung der Verschiebung angreifen, bringen Energie in das System ein (Kraft x Weg)

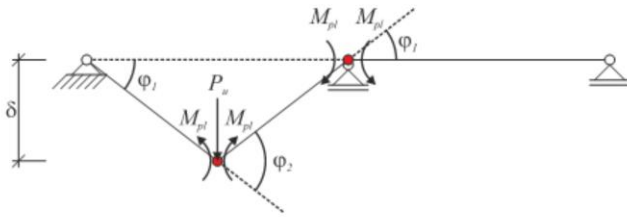
$$W_a = P_u \cdot \delta \quad \delta = \varphi_1 \cdot \frac{l}{2}$$

$$W_a = P_u \cdot \varphi_1 \cdot \frac{l}{2}$$

## Fließgelenktheorie, „Annäherung von unten“

### Energetischer Ansatz am Beispiel eines Zweifeldträgers mit Einzellast

(virtuelle Verrückung mit starr-plastischen Anteilen)



- innere Arbeit:  
in Fließgelenken wird  
Energie dissipiert (abgebaut)  
( $M_{pl} \times \text{Rotation}$ )

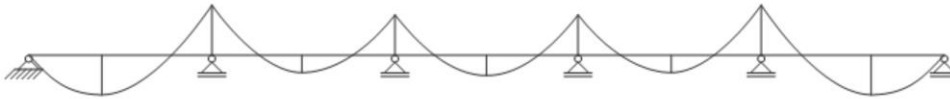
$$W_i = \underbrace{M_{pl} \cdot \varphi_2}_{\text{Mitte}} + \underbrace{M_{pl} \cdot \varphi_1}_{\text{Stütze}} \quad \varphi_2 = 2 \cdot \varphi_1 \quad \Rightarrow \quad W_i = 3 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1$$

➡ energetischer Ansatz: äußere Arbeit = innere Arbeit

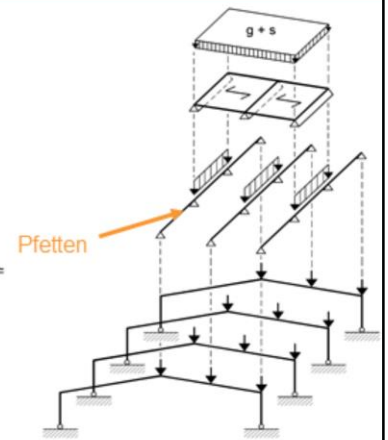
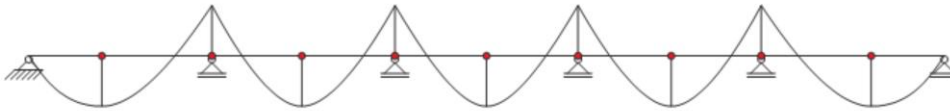
$$W_a = W_i \Rightarrow P_u \cdot \varphi_1 \cdot \frac{l}{2} = 3 \cdot M_{pl} \cdot \varphi_1 \Rightarrow P_u = 6 \cdot \frac{M_{pl}}{l}$$

## Einsatz des Fließgelenkverfahrens Pfettensysteme

elastisch

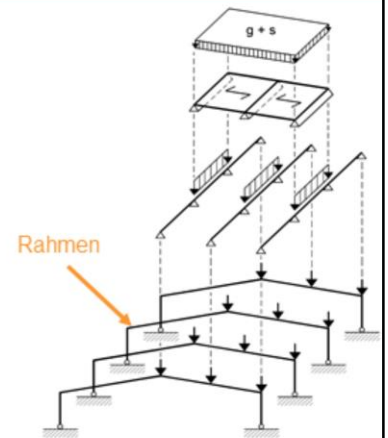
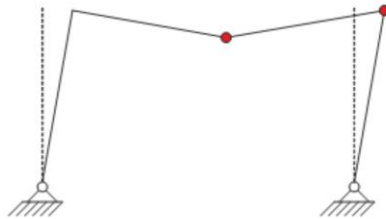
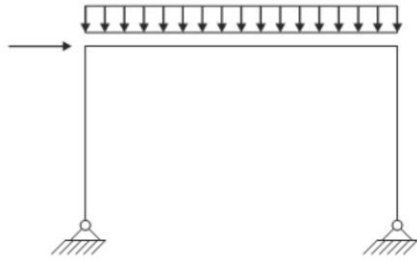


plastisch



Quelle: Kindmann, R., Krahwinkel, M.,  
Stahl- und Verbundkonstruktionen -  
Entwurf, Konstruktion und  
Berechnungsbeispiele, Springer 2012

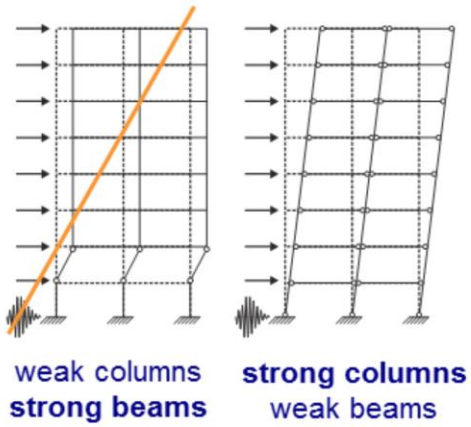
## Einsatz des Fließgelenkverfahrens Rahmensysteme



Quelle: Kindmann, R., Krahwinkel, M.,  
Stahl- und Verbundkonstruktionen -  
Entwurf, Konstruktion und  
Berechnungsbeispiele, Springer 2012

## Einsatz des Fließgelenkverfahrens Rahmensysteme in Erdbebengebieten

Energie wird durch das Erdbeben in das Gebäude eingetragen und durch innere Arbeit (Fließgelenke) dissipiert



weak columns strong beams



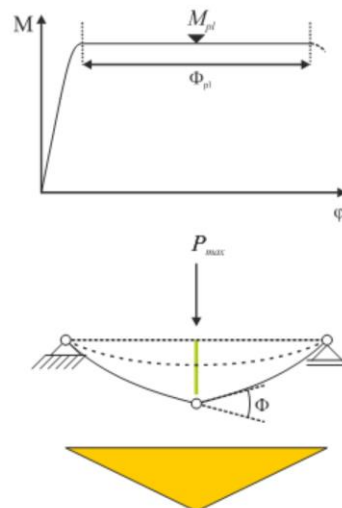
Quelle: Tohoku Japan Earthquake & Tsunami Clearinghouse

## Voraussetzungen für die Anwendung des Fließgelenkverfahrens

Klasse 1 Querschnitt

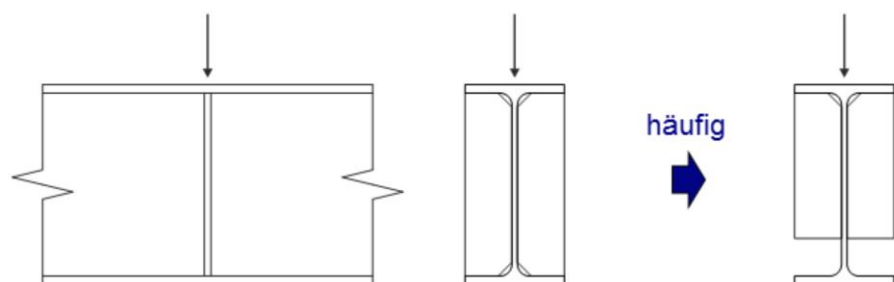
Verdrehen im Fließgelenk muss zugelassen werden

→ es darf kein lokales Stabilitätsproblem (Beulen) im Fließgelenk auftreten, da dieses ansonsten die Tragfähigkeit verlieren würde



## Voraussetzungen für die Anwendung des Fließgelenkverfahrens Ausgesteifte Lasteinleitung

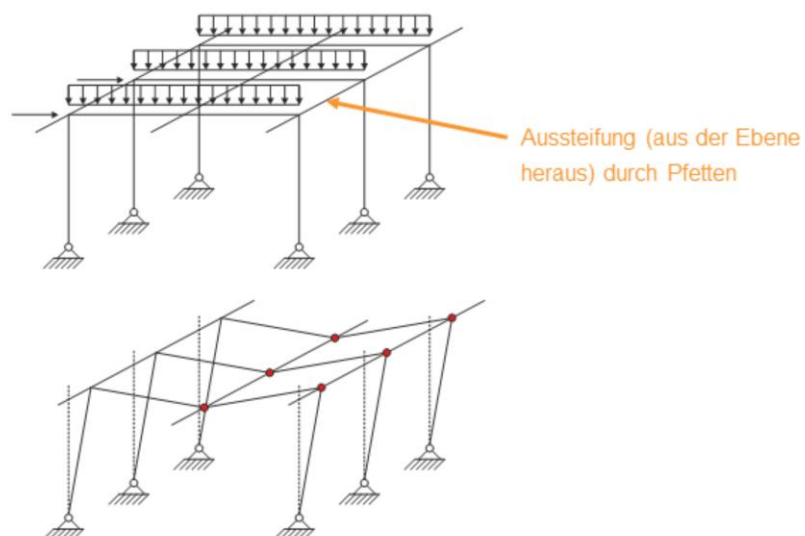
Die Lasteinleitung (Einzellasten, Auflager) muss aussteift sein.



## Voraussetzungen für die Anwendung des Fließgelenkverfahrens

### Laterale Aussteifung

Laterale Aussteifung (aus der Ebene heraus) im Bereich des Fließgelenks, um ein Ausweichen des Systems aus der Ebene heraus (Lastentzug) zu verhindern.



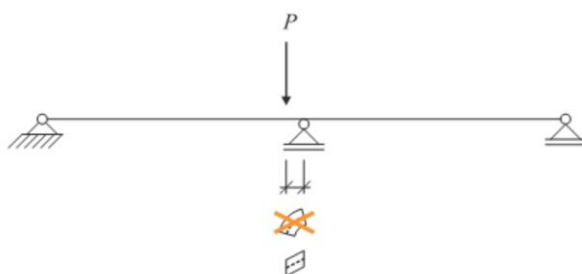


## Voraussetzungen für die Anwendung des Fließgelenkverfahrens

Keine sogenannten „ungeeigneten“ Systeme

Beispiele:

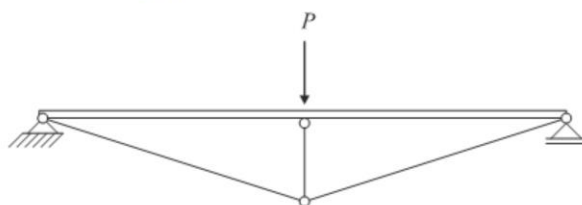
a)



Ausbildung eines Fließgelenks nicht möglich

→ Schubverzerrung, keine Krümmung (kein Ebenbleiben des Querschnitts)

b)



c) schlanke Systeme mit Stabilitätsproblemen