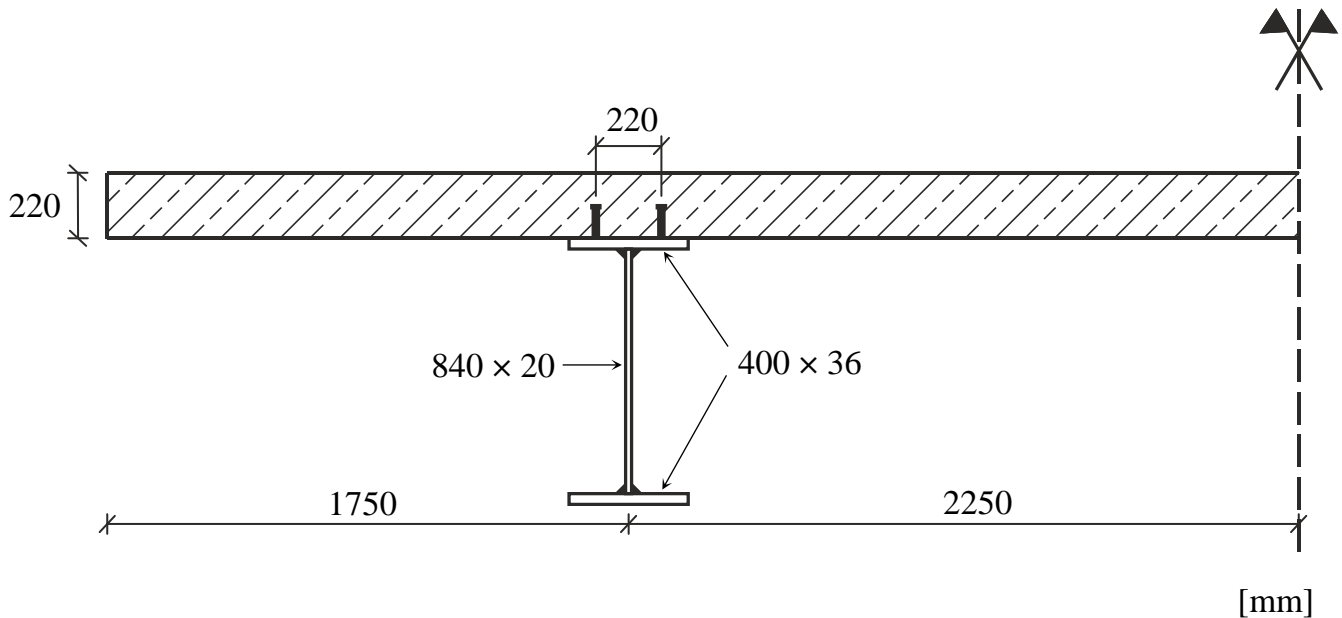


**Aufgabe 1****20 Punkte****gegeben:**

- Verbundbrückenquerschnitt und statisches System unter Last gemäß Skizze:



- Material: S 460, C 35/45
- Belastung:  $q_{Ed} = 145 \text{ kN/m}$   
 $P_{Ed} = ?$
- Kopfbolzendübel: KB 7/8" ( $d = 22 \text{ mm}$ ),  $P_{Rd} = 101 \text{ kN}$

**gesucht:**

- a) Berechnen Sie die maßgebenden Schnittgrößen und stellen Sie diese grafisch dar.
- b) Ermitteln Sie die maximale Kraft  $P_{Ed,max}$ , die in der Mitte der Brücke angreift, sodass der Querschnittsnachweis infolge von Momenten- und Querkraftbeanspruchung erfüllt wird. Die Verbundfuge ist hierbei nicht nachzuweisen.
- c) Ermitteln Sie die erforderliche Anzahl an Kopfbolzendübeln für einen vollständigen Verbund und ordnen Sie diese in Längsrichtung an.

**Hinweise:**

- Das Eigengewicht des Verbundträgers ist in den Bemessungslasten bereits enthalten.
- Der Verbundträger entspricht Querschnittsklasse 1 oder 2.
- Gehen Sie bei Ihren Berechnungen von vollem Verbund aus.
- Die Kopfbolzendübel dürfen äquidistant verteilt werden.
- Die Anwendungsgrenzen für die Kopfbolzendübel nach DIN EN 1994-1-1 sind erfüllt.

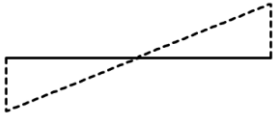
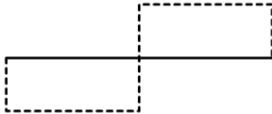
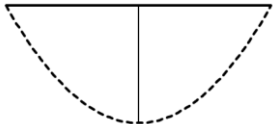
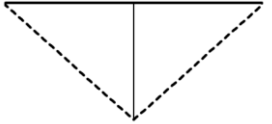
### Musterlösung Aufgabe 1

20 Punkte

#### Aufgabenteil a)

#### Schnittgrößenermittlung

Gesamtschnittgrößen, die auf den gesamten Brückenquerschnitt wirken:

	infolge $q_{Ed} = 145 \text{ kN/m}$	infolge $P_{Ed}$
$V_{Ed}$	 $V_{Ed,max} = q_{Ed} \cdot L / 2 = 1\,595,0 \text{ kN}$	 $V_{Ed,max} = 0,5 \cdot P_{Ed}$
$M_{Ed}$	 $M_{Ed,max} = q_{Ed} \cdot L^2 / 8 = 8\,772,5 \text{ kNm}$	 $M_{Ed,max} = L / 4 \cdot P_{Ed} = 5,5 \text{ m} \cdot P_{Ed}$

#### Aufgabenteil b)

#### Bestimmung der effektiven Breite

$$L_e = L = 2200 \text{ cm (Einfeldträger)}$$

$$b_{eff,i} = L_e / 8 = 275 \text{ cm}$$

$$b_{au\beta en} = 175 \text{ cm} - b_0 / 2 = 164 \text{ cm} \quad \text{mit } b_0 = 22 \text{ cm}$$

$$b_{innen} = 450 \text{ cm} / 2 - b_0 / 2 = 214 \text{ cm}$$

$$b_{eff,au\beta en} = \min(b_{eff,i} ; b_{au\beta en}) = 164 \text{ cm}$$

$$b_{eff,innen} = \min(b_{eff,i} ; b_{innen}) = 214 \text{ cm}$$

$$b_{eff} = b_{eff,au\beta en} + b_0 + b_{eff,innen} = 214 + 22 + 164 = 400 \text{ cm}$$

#### Ermittlung der plastischen Momententragfähigkeit des Verbundträgers

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{M0} = 46 \text{ kN/cm}^2 / 1,0 = 46 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 3,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,5 = 2 \frac{1}{3} \text{ kN/cm}^2$$

$$A_f = b_f \cdot t_f = 40 \text{ cm} \cdot 3,6 \text{ cm} = 144 \text{ cm}^2 \text{ (Flansch)}$$

$$A_w = h_w \cdot t_w = 84 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 168 \text{ cm}^2$$

$$A_a = A_w + 2 \cdot A_f = 168 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 144 \text{ cm} = 456 \text{ cm}^2$$

$$N_{pl,a} = A_a \cdot f_{yd} = 456 \text{ cm}^2 \cdot 46 \text{ kN/cm}^2 = 20\,976 \text{ kN}$$

$$A_c = h_c \cdot b_{eff} = 22 \text{ cm} \cdot 400 \text{ cm} = 8\,800 \text{ cm}^2$$

$$N_{cf} = A_c \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} = 8\,800 \text{ cm}^2 \cdot 0,85 \cdot 2\frac{1}{3} \text{ kN/cm}^2 = 17\,453,3 \text{ kN}$$

Da  $N_{pl,a} > N_{cf} \rightarrow$  Plastische Nulllinie im Stahl

Annahme: Plastische Nulllinie im Flansch

$$z_{pl} = \frac{N_{pl,a} - N_{cf}}{2 \cdot f_{yd} \cdot b_f} + h_c = \frac{20\,976 - 17\,453,3}{2 \cdot 46 \cdot 40} + 22 = 22,96 \text{ cm}$$

Da  $z_{pl} = 22,96 \text{ cm} < h_c + t_f = 22 \text{ cm} + 3,6 \text{ cm} = 25,6 \text{ cm} \rightarrow$  Annahme richtig

$$N_f = 2 \cdot f_{yd} \cdot b_f \cdot (z_{pl} - h_c) = 2 \cdot 46 \cdot 40 \cdot (22,96 - 22) = 3\,532,8 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} M_{pl,Rd} &= N_{pl,a} \cdot \left( z_a - \frac{h_c}{2} \right) - N_f \cdot \frac{z_{pl}}{2} = \\ &= 20\,976 \text{ kN} \cdot \left( 67,6 \text{ cm} - \frac{22 \text{ cm}}{2} \right) - 3\,532,8 \text{ kN} \cdot \frac{22,96 \text{ cm}}{2} = 1\,146\,685 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

$$\text{mit } z_a = h_c + t_f + \frac{h_w}{2} = 22 \text{ cm} + 3,6 \text{ cm} + \frac{84 \text{ cm}}{2} = 67,6 \text{ cm}$$

### Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit

Beulgefahr besteht bei unausgesteiften Trägern, falls:

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \cdot \varepsilon \quad \text{mit} \quad \eta = 1,2 \text{ bis S460} \quad \text{und} \quad \varepsilon = \sqrt{235/f_{yk}} = \sqrt{235/460} = 0,715$$

$$\frac{84}{2} = 42 < \frac{72}{1,2} \cdot 0,715 = 42,9 \rightarrow \text{keine Beulgefahr}$$

$$V_{pl,Rd} = A_w \cdot \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = 168 \cdot \frac{46}{\sqrt{3}} = 4\,461,8 \text{ kN}$$

### Gegenüberstellung mit den Einwirkungen

Die Gesamtschnittgrößen des Aufgabenteils a) wirken auf den gesamten Brückenquerschnitt. Die oben berechneten Widerstände gelten hingegen je Träger. Im folgende wird deshalb nur mit den halben Einwirkungen aus Aufgabenteil a) gerechnet. Alternativ könnte man natürlich mit den doppelten Trägerwiderständen rechnen und die Gesamtschnittgrößen aus Aufgabenteil a) verwenden.

**Momentenbeanspruchung:**

$$\frac{1}{2} \cdot M_{Ed,max} = \frac{1}{2} \cdot (8\,772,5 \text{ kNm} + 5,5 \text{ m} \cdot P_{Ed}) \leq M_{pl,Rd} = 1\,146\,685 \text{ kNcm} = 11\,466,9 \text{ kNm}$$

$$P_{Ed} \leq \frac{2 \cdot 11\,466,9 \text{ kNm} - 8\,772,5 \text{ kNm}}{5,5 \text{ m}} = 2\,574,8 \text{ kN}$$

**Querkraftbeanspruchung:**Alternative 1

Größte Querkraftbeanspruchung ist am Auflager.

Beschränkung der Einzellast mit der Forderung, dass keine M-V-Interaktion notwendig wäre ( $V_{Ed} \leq 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$ ):

$$\frac{1}{2} \cdot V_{Ed,max} = \frac{1}{2} \cdot (1\,595,0 + 0,5 \cdot P_{Ed}) \leq \frac{1}{2} \cdot V_{pl,Rd} = \frac{1}{2} \cdot 4\,461,8 \text{ kN} = 2\,230,9 \text{ kN}$$

$$P_{Ed} \leq \frac{2 \cdot 2\,230,9 \text{ kN} - 1\,595,0 \text{ kN}}{0,5} = 5\,733,6 \text{ kN}$$

Die Momentenbeanspruchung in Feldmitte ist maßgebend  $\rightarrow P_{Ed,max} = 2\,574,8 \text{ kN}$

Eine Momenten-Querkraft-Interaktion ist über die gesamte Brückenlänge nicht erforderlich, da  $P_{Ed,max}$  unterhalb der Last  $P_{Ed} = 5\,733,6 \text{ kN}$  liegt, welche möglich ist, sodass an der Stelle mit der größten Querkraftbeanspruchung keine M-V-Interaktion notwendig wäre.

Alternative 2

Einsetzen der maximal möglichen Kraft aus der Momentenbeanspruchung und überprüfen ob der Querkraftnachweis eingehalten ist. Falls dabei der Querkraftwiderstand auf  $0,5 \cdot V_{pl,Rd}$  beschränkt wird, und der Nachweis eingehalten ist, ist zudem eine M-V-Interaktion über die gesamte Brückenlänge nicht erforderlich.

$$\frac{1}{2} \cdot V_{Ed,max} = \frac{1}{2} \cdot (1\,595,0 + 0,5 \cdot P_{Ed,max,Momentenbeanspruchung}) \leq \frac{1}{2} \cdot V_{pl,Rd} = 2\,230,9 \text{ kN}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1\,595,0 + 0,5 \cdot 2\,574,8) \leq 2\,230,9 \text{ kN}$$

$$= 1\,441,2 \text{ kN} \leq 2\,230,9 \text{ kN}$$

$\rightarrow$  OK! Für die Querkraftbeanspruchung wäre noch eine größere Kraft  $P_{Ed}$  möglich!

Die Momentenbeanspruchung in Feldmitte ist maßgebend  $\rightarrow P_{Ed,max} = 2\,574,8 \text{ kN}$

**Aufgabenteil c)**

Ermittlung der Bemessungslängsschubkraft:

$$V_L = \min \left\{ \begin{array}{l} N_{pl,a} = 20\,976 \text{ kN} \\ N_{cf} = 17\,453,3 \text{ kN} \end{array} \right\} = 17\,453,3 \text{ kN}$$

Diese Längsschubkraft muss über die halbe Brückenlänge übertragen werden können!

Anzahl der erforderlichen Dübel:

$$n = \frac{V_L}{P_{Rd}} = \frac{17\,453,3 \text{ kN}}{101 \text{ kN}} = 172,8 \rightarrow \text{Es sind insgesamt } 173 \text{ Dübel erforderlich.}$$

Bestimmung der minimal und maximal erlaubten Dübelabstände:

Längsrichtung

$$e_{l,min} = 5 \cdot d = 5 \cdot 2,2 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$$

Brücken :  $4 \cdot h_c$   
allgemeiner Hochbau :  $6 \cdot h_c$

$$e_{l,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot h_c = 4 \cdot 22 \text{ cm} = 88 \text{ cm} \\ 80 \text{ cm} \end{array} \right\} = 80 \text{ cm}$$

Querrichtung

$$e_{q,min} = 2,5 \cdot d = 2,5 \cdot 2,2 \text{ cm} = 5,5 \text{ cm}$$

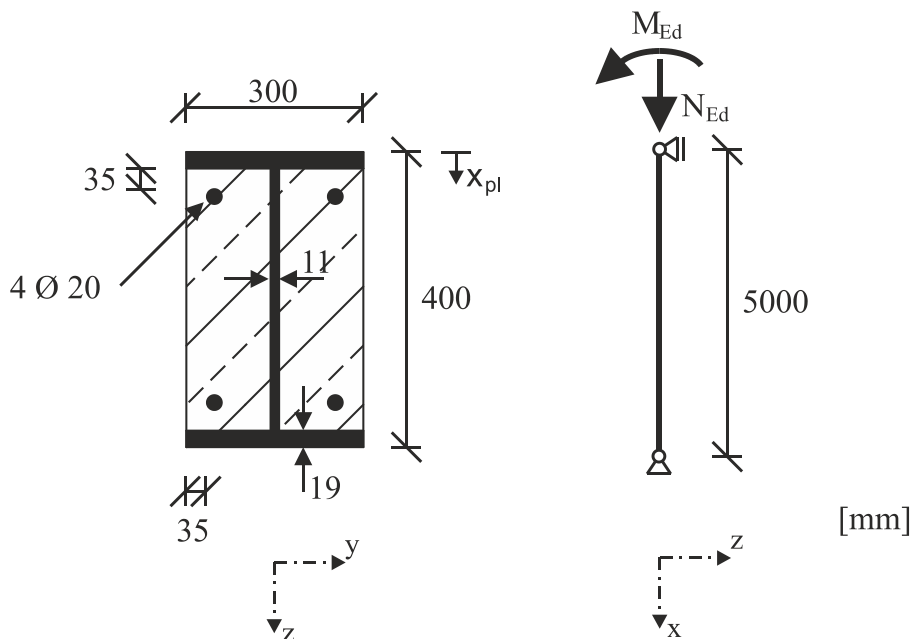
Laut Skizze ist eine zweireihige Anordnung vorgegeben:

$$e_{q,vorh.} = 22 \text{ cm} > e_{q,min}$$

$$e_l = \frac{L}{2} / \frac{n}{2} = \frac{22 \text{ m}}{2} / \frac{173}{2} = 0,127 \text{ m} \quad \left\{ \begin{array}{l} > e_{l,min} \\ (< e_{l,max}) \end{array} \right\} \rightarrow \text{OK}$$

**Aufgabe 2****21 Punkte****gegeben:**

- Querschnitt und statisches System einer Verbundstütze unter Last gemäß Skizze:



- Material:
  - Beton C 40/50
  - Baustahl S 355
  - Bewehrung BSt 500 S

**gesucht:**

- Überprüfen Sie anhand des Querschnittsparameters  $\delta$  ob die Stütze als Verbundquerschnitt bemessen werden darf.
- Weisen Sie die Stütze für  $N_{Ed} = 5000$  kN und  $M_{Ed} = 0$  kNm auf planmäßig zentrischen Druck für die knickgefährdete Achse nach.
- Ermitteln Sie das zusätzlich aufnehmbare Moment  $M_{Ed}$  um die starke Achse. Für die Berechnung soll  $x_{pl} = 10,7$  cm verwendet werden.

**Hinweise:**

- Die Anwendungsgrenzen des vereinfachten Nachweisverfahrens brauchen nicht nachgewiesen zu werden
- Der Einfluss aus Kriechen und Schwinden kann vernachlässigt werden

- Das Eigengewicht des Verbundträgers muss nicht berücksichtigt werden
- Die Berechnung ist nach Theorie I. Ordnung durchzuführen
- Lokales Beulen tritt nicht auf



**Musterlösung Aufgabe 2****21 Punkte**

- a) Überprüfen Sie anhand des Querschnittsparameters  $\delta$  ob die Stütze als Verbundquerschnitt bemessen werden darf.

**Ermittlung der Querschnittswerte**

Betonstahl:

$$A_s = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

$$= \pi \cdot \frac{4}{4}$$

$$= 3.1 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_s = 4 \cdot \left[ \pi \cdot \frac{r^4}{4} + A_s \cdot \left( \frac{b}{2} - c_{\text{nom}} - r \right)^2 \right]$$

$$= 4 \cdot \left[ \pi \cdot \frac{1}{4} + 3.1 \cdot \left( \frac{30.0}{2} - 3.5 - 1.00 \right)^2 \right]$$

$$= 1389 \quad [\text{cm}^4]$$

$$E_s = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

Baustahl:

$$h = 400 \quad [\text{mm}]$$

$$b = 300 \quad [\text{mm}]$$

$$t_w = 11.0 \quad [\text{mm}]$$

$$t_f = 19.0 \quad [\text{mm}]$$

$$A_a = 153.8 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_{a,y} = 45754 \quad [\text{cm}^4]$$

$$I_{a,z} = 8554 \quad [\text{cm}^4]$$

$$E_a = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

Beton:

$$A_c = b_c \cdot h_c$$

$$= 30 \cdot 40$$

$$= 1200.0 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_c = h_c \cdot \frac{b_c^3}{12}$$

$$= 40 \cdot \frac{27000}{12}$$

$$= 90000 \quad [\text{cm}^4]$$

$$E_{\text{cm}} = 3522 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

EN 1992-1-1, Tab. 3.1

**Ermittlung der Bemessungswerte der Werkstofffestigkeiten**

Beton:

$$\begin{aligned} f_{\text{cd}} &= f_{\text{ck}} / \gamma_{\text{C}} \\ &= 40.0 / 1.5 \\ &= 26.67 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned}$$

Baustahl:

$$\begin{aligned} f_{\text{yd}} &= f_{\text{yk}} / \gamma_{\text{M0}} \\ &= 355.0 / 1.0 \\ &= 355.00 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned}$$

Betonstahl:

$$\begin{aligned} f_{\text{sd}} &= f_{\text{sk}} / \gamma_{\text{S}} \\ &= 500.0 / 1.15 \\ &= 434.78 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned}$$

**Überprüfung der Bemessung als Verbundstütze**

- Querschnittsparameters  $\delta$

EN 1994-1-1, Kap. 6.7.1(4)

$$\begin{aligned} N_{\text{pl,Rd}} &= A_{\text{a}} \cdot f_{\text{yk}} + 0.85 \cdot A_{\text{c}} \cdot f_{\text{ck}} + A_{\text{S}} \cdot f_{\text{sk}} \\ &= 153.8 \cdot 35.5 + 0.85 \cdot 1200 \cdot 2.7 + 13 \cdot 43.5 \\ &= 8726.97 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

EN 1994-1-1, Gl. (6.30)

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{A_{\text{a}} \cdot f_{\text{yd}}}{N_{\text{pl,Rd}}} \\ &= \frac{154 \cdot 35.5}{8727} \\ &= 0.626 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

EN 1994-1-1, Gl. (6.38)

$$0.2 \leq \delta \leq 0.9$$

$$0.2 \leq 0.626 \leq 0.9$$

→ Stütze darf als Verbundquerschnitt bemessen werden!

- b) Weisen Sie die Stütze für  $N_{Ed} = 5000 \text{ kN}$  und  $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$  auf planmäßig zentrischen Druck für die knickgefährdete Achse nach.

### Ermittlung des Schlankheitsgrads

$$\begin{aligned} N_{pl,Rk} &= A_a \cdot f_{yk} + 0,85 \cdot A_c \cdot f_{ck} + A_s \cdot f_{sk} \\ &= 153,8 \cdot 35,5 + 0,85 \cdot 1200 \cdot 4,0 + 13 \cdot 50,0 \\ &= 10168,93 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (EI)_{eff} &= E_a \cdot I_a + E_s \cdot I_s + K_e \cdot E_{cm} \cdot I_c && \text{EN 1994-1-1, Gl. (6.40)} \\ &= 21000 \cdot 8554 + 21000 \cdot 1389 + 0,6 \cdot 3522 \cdot 90000 \\ &= 39899 \quad [\text{kNm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{cr} &= \frac{(EI)_{eff} \cdot \pi^2}{L_{cr}^2} && \text{Euler-Fall 2:} \\ &= \frac{39899 \cdot \pi^2}{25,00} && L = L_{cr} = 5,00 \quad [\text{m}] \\ &= 15751 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} &= \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \\ &= \sqrt{\frac{10169}{15751}} \\ &= 0,803 \quad [-] \leq 2,0 \quad [-] \end{aligned}$$

→ Grenze eingehalten!

### Ermittlung des Reduktionsfaktors $\chi$

EN 1993-1-1, Kap. 6.3.1.2

- Imperfektionsfaktor  $\alpha$

teilweise einbetonierter I-Querschnitt → Knickspannungslinie c

EN 1994-1-1, Tab. 6.5

$$\alpha = 0,49 \quad [-]$$

EN 1993-1-1, Tab. 6.1

- Funktion zur Bestimmung des Abminderungsbeiwertes  $\chi$

$$\begin{aligned} \Phi &= 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \\ &= 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,80 - 0,2) + 0,65] \\ &= 0,971 \quad [-] \end{aligned}$$

- Reduktionsfaktor  $\chi$

$$\begin{aligned}\chi &= \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \\ &= \frac{1}{0.97 + \sqrt{0.94 - 0.65}} \\ &= 0.660 \quad [-]\end{aligned}$$

EN 1993-1-1, Gl. (6.49)

**Tragfähigkeitsnachweis für planmäßig zentrischen Druck**

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{pl,Rd}} = \frac{5000}{0.66 \cdot 8727} = 0.868 \leq 1$$

EN 1994-1-1, Gl. (6.44)

- c) Ermitteln Sie das zusätzlich aufnehmbare Moment  $M_{Ed}$  um die starke Achse. Für die Berechnung soll  $x_{pl} = 10,7$  cm verwendet werden.

**Bestimmung der angenäherten Interaktionskurve (starke Achse)**

EN 1994-1-1, Bild 6.19

- Punkt A

$$\begin{aligned}N_A &= N_{pl,Rd} = 8726.97 \quad [\text{kN}] \\ M_A &= 0.00 \quad [\text{kNm}]\end{aligned}$$

- Punkt B

$$\begin{aligned}N_B &= 0.00 \quad [\text{kN}] \\ M_B &= M_{pl,Rd} \quad [\text{kNm}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_{pl,a} &= A_a \cdot f_{yd} \\ &= 154 \cdot 35.5 \\ &= 5460.61 \quad [\text{kN}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_{S,i} &= 2 \cdot A_s \cdot f_{sd} \\ &= 2 \cdot 3.1 \cdot 43.5 \\ &= 273.18 \quad [\text{kN}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_f &= 2 \cdot b \cdot t_f \cdot f_{yd} \\ &= 2 \cdot 30.0 \cdot 1.9 \cdot 35.5 \\ &= 4047.00 \quad [\text{kN}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{pl} &= \frac{N_{pl,a} - N_f + 2 \cdot f_{yd} \cdot t_w \cdot t_f}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b + 2 \cdot f_{yd} \cdot t_w} \\
 &= \frac{5461 - 4047 + 2 \cdot 35.5 \cdot 1.1 \cdot 1.90}{0.85 \cdot 2.7 \cdot 30.0 + 2 \cdot 35.5 \cdot 1.1} \\
 &= 10.69 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{c,f} &= 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x_{pl} \\
 &= 0.85 \cdot 2.7 \cdot 30.0 \cdot 10.7 \\
 &= 727.01 \quad [\text{kN}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_w &= 2 \cdot f_{yd} \cdot t_w \cdot (x_{pl} - t_f) \\
 &= 2 \cdot 35.5 \cdot 1.1 \cdot (10.7 - 1.9) \\
 &= 686.60 \quad [\text{kN}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{Npl,a} &= \frac{h}{2} - x_{pl} \\
 &= \frac{40.0}{2} - 10.7 \\
 &= 9.31 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{NS,u} &= h - x_{pl} - t_f - c_{nom} - r_s \\
 &= 40.0 - 10.7 - 1.9 - 3.5 - 1.0 \\
 &= 22.91 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{NS,o} &= x_{pl} - t_f - c_{nom} - r_s \\
 &= 10.7 - 1.9 - 3.5 - 1.0 \\
 &= 4.29 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{Nf} &= x_{pl} - \frac{t_f}{2} \\
 &= 10.7 - \frac{1.9}{2} \\
 &= 9.74 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{Nc,f} &= \frac{x_{pl}}{2} \\
 &= \frac{10.7}{2} \\
 &= 5.35 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{Nw} &= \frac{x_{pl} - t_f}{2} \\
 &= \frac{10.7 - 1.9}{2} \\
 &= 4.40 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{pl,Rd} &= N_{pla} \cdot z_{Npla} + N_{Su} \cdot z_{NS,u} + N_f \cdot z_{Nf} + N_{c,f} \cdot z_{Nc,f} + N_{s,o} \cdot z_{NS,o} + N_w \cdot z_{Nw} \\
 &= 5461 \cdot 9.31 + 273 \cdot 22.91 + 4047 \cdot 9.74 \\
 &\quad + 727 \cdot 5.35 + 273 \cdot 4.29 + 687 \cdot 4.40 \\
 &= 104589.16 \quad [\text{kNcm}] = 1045.89 \quad [\text{kNm}]
 \end{aligned}$$

Momentensumme um die  
plastische Nulllinie

• **Punkt D**

$$\begin{aligned}
 N_D &= N_{pm,Rd} / 2 \quad [\text{kN}] \\
 M_D &= M_{max,Rd} \quad [\text{kNm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_n &= z_{Npl,a} \\
 &= 9.31 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

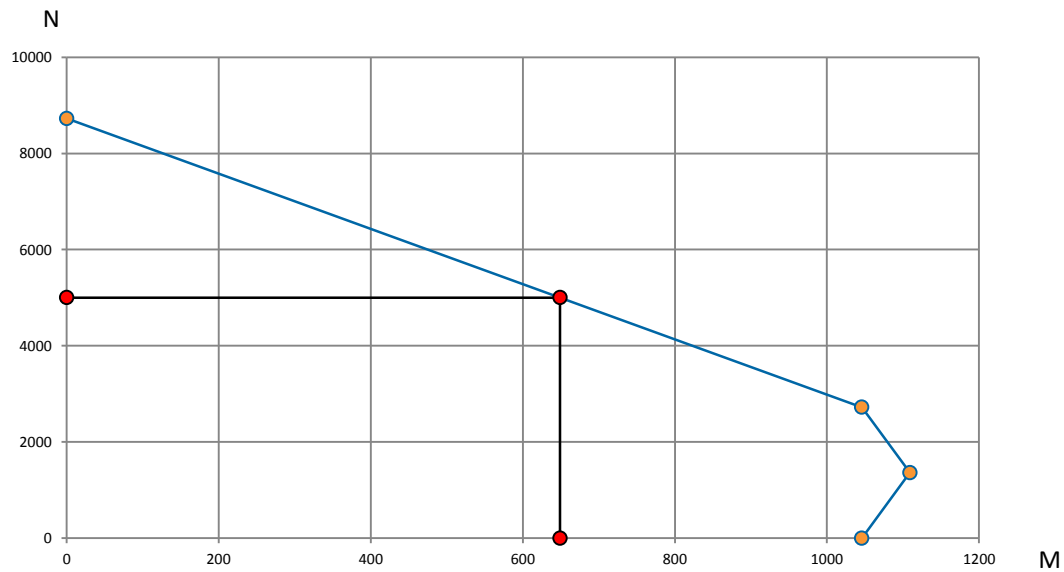
$$\begin{aligned}
 N_{c,f,D} &= \frac{N_{pm,Rd}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 0.85 \cdot f_{cd} \cdot A_c \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 0.85 \cdot f_{cd} \cdot A_c \\
 &= 1360.00 \quad [\text{kN}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{max,Rd} &= M_{pl,Rd} + \frac{N_{pm,Rd}}{2} \cdot \frac{h_n}{2} \\
 &= 1046 + 1360 \cdot \frac{0.093}{2} \\
 &= 1109.19 \quad [\text{kNm}]
 \end{aligned}$$

Momentensumme um die  
Querschnittsmittel-linie

• **Punkt C**

$$\begin{aligned}
 N_C &= N_{pm,Rd} = 2720.00 \quad [\text{kN}] \\
 M_C &= M_{pl,Rd} = 1045.89 \quad [\text{kNm}]
 \end{aligned}$$



$$\rightarrow M_{pl,N,Rd} = 648.91 \quad [\text{kNm}]$$

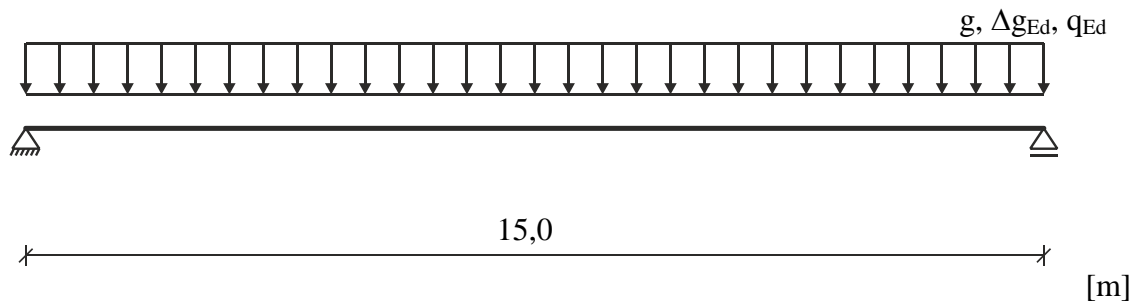
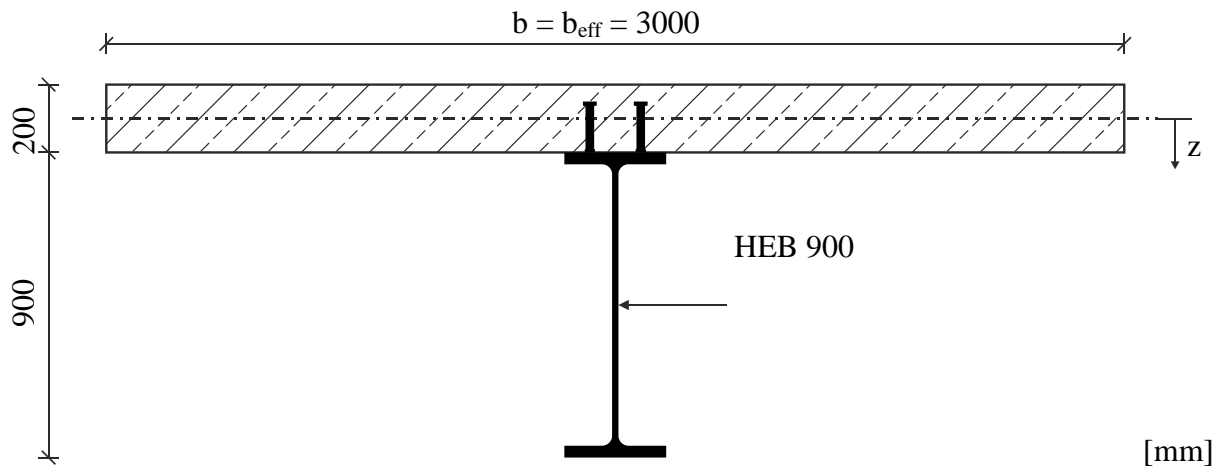
$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} \leq \alpha_M$$

$$\alpha_M = 0.90 \quad [\text{m}]$$

$$\rightarrow M_{Ed} = 584.02 \quad [\text{kNm}]$$

**Aufgabe 3****19 Punkte****gegeben:**

- Verbundträgerquerschnitt und statisches System unter Last gemäß Skizze:



- Material: S 460, C 50/60
- Belastung:
  - Eigengewicht:  $g$
  - Ausbaulast:  $\Delta g_{\text{Ed}} = 60 \text{ kN/m}$
  - Verkehrslast:  $q_{\text{Ed}} = 80 \text{ kN/m}$



- Bauablauf:
  1. Verlegen der Stahlträger
  2. Betonage des Betongurtes
  3. Aushärten des Betons
  4. Aufbringen der Ausbaulast  $\Delta g_d$  (wirkt ab diesem Zeitpunkt konstant)
  5. Verkehrsfreigabe  $q_d$
- Beiwerte zur Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens. Kriechen und Schwinden setzen erst nach 28 Tagen ein.
  - Schwinddehnung für  $t = \infty$ :  $\varepsilon_{cs} = -28 \cdot 10^{-5}$
  - Endkriechzahl:  $\varphi_t = 1,20$

**gesucht:**

Bestimmen Sie die maximal erforderliche Überhöhung des Stahlträgers, so dass der Verbundträgerquerschnitt zum Zeitpunkt  $t = \infty$  unter der Verkehrslast nicht durchhängt. Berücksichtigen Sie dabei den Bauablauf und das zeitabhängige Betonverhalten (Kriechen und Schwinden).

**Hinweis:**

- Eine Bewehrung des Betongurtes ist nicht zu berücksichtigen.
- Ein Aufreißen des Betongurtes im Bauzustand tritt nicht auf.
- Fehlende Angaben sind sinnvoll zu ergänzen.

### Musterlösung Aufgabe 3

19 Punkte

- Material

Baustahl: S 460

$$f_{yk} = 46,0 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$f_{yd} = 46 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$E_a = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

Beton: C 50/60

$$f_{ck} = 5,0 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$f_{cd} = 3,3 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$E_{cm} = 3700 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

$$\gamma_c = 1,5$$

- Querschnittswerte

Baustahl: HEB 900

$$h = 900 \quad [\text{mm}]$$

$$b = 300 \quad [\text{mm}]$$

$$t_w = 18,5 \quad [\text{mm}]$$

$$t_f = 35,0 \quad [\text{mm}]$$

$$r = 30,0 \quad [\text{mm}]$$

$$c_w = 770,0 \quad [\text{mm}]$$

$$c_f = 110,8 \quad [\text{mm}]$$

$$A_a = 371 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_a = 494100 \quad [\text{cm}^4]$$

Beton:

$$h_c = 200 \quad [\text{mm}]$$

$$b_{eff} = 3000 \quad [\text{mm}]$$

$$A_c = 6000 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_c = 200000 \quad [\text{cm}^4]$$

aus Tabellenwerk:  
z.B. 20. SBT, Tafel  
8.169

- Belastungen

- Eigengewicht:

$$\begin{aligned} g_{Ed, \text{Stahl}} &= 1,35 \cdot (A_a \cdot \gamma_{\text{Stahl}}) \\ &= 1,35 \cdot (0,037 \cdot 78,5) \\ &= 3,93 \quad [\text{kN/m}] \end{aligned}$$

$$L = 15,0 \quad [\text{m}]$$

$$\gamma_G = 1,35$$

$$\begin{aligned} \text{Wichte Stahl:} \\ 78,5 \quad [\text{kN/m}^3] \end{aligned}$$

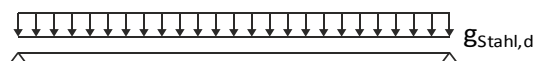
$$\begin{aligned} g_{Ed, \text{Beton}} &= 1,35 \cdot (A_c \cdot \gamma_{\text{Beton}}) \\ &= 1,35 \cdot (0,600 \cdot 26,0) \\ &= 21,06 \quad [\text{kN/m}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Wichte Frischbeton:} \\ 26,0 \quad [\text{kN/m}^3] \end{aligned}$$

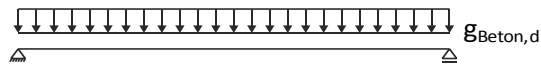
$$\begin{aligned} \circ \text{ Ausbaulast:} \quad \Delta g_d &= 60 \quad [\text{kN/m}] \\ \circ \text{ Verkehrslast:} \quad q_d &= 80 \quad [\text{kN/m}] \quad (\text{veränderlich}) \end{aligned}$$

- Lastsituationen für die jeweiligen Bau- bzw. Endzustände

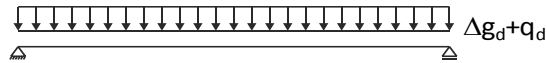
①



② + ③



④ + ⑤



- Einwirkende Belastung auf den Stahlquerschnitt ( $I_a$ )

- ständige Beanspruchung:

$$\begin{aligned} g_{\text{Ed,a,P}} &= g_{\text{Ed,Stahl}} + g_{\text{Ed,Beton}} \\ &= 3,93 + 21,06 \\ &= 24,99 \quad [\text{kN/m}] \end{aligned}$$

- Einwirkende Belastung auf den Verbundquerschnitt ( $I_{i,L}$ )

- ständige Beanspruchung:

$$\begin{aligned} g_{\text{Ed,c,P}} &= \Delta g_d \\ &= 60,00 \quad [\text{kN/m}] \end{aligned}$$

- veränderliche Beanspruchung:

$$\begin{aligned} q_{\text{Ed,c,0}} &= q_d \\ &= 80,00 \quad [\text{kN/m}] \end{aligned}$$

- Querschnittswerte für kurzzeitige Beanspruchungen

$$\begin{aligned} n_0 &= \frac{E_a}{E_{cm}} \\ &= \frac{21000}{3700} \\ &= 5,68 \quad [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{c,0} &= \frac{A_c}{n_0} \\ &= \frac{6000}{5,68} \\ &= 1056,34 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{c,0} &= \frac{I_c}{n_0} \\ &= \frac{200000}{5,68} \\ &= 35211,27 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{i,0} &= A_{st} + A_{c,0} \\ &= 371 + 1056 \\ &= 1427,34 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{i,0} &= \frac{A_{st} \cdot a_{st}}{A_{i,0}} \\ &= \frac{371 \cdot 55}{1427,34} \\ &= 14,30 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{i,0} &= A_{c,0} \cdot z_{i,0} \\ &= 1056 \cdot 14,30 \\ &= 15101,24 \quad [\text{cm}^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{i,0} &= I_{st} + I_{c,0} + S_{i,0} \cdot a_{st} \\ &= 494100 + 35211,27 + 15101 \cdot 55 \\ &= 1359880 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

- Querschnittswerte für ständige Beanspruchungen ( $t = \infty$ )

$$\begin{aligned} n_p &= n_0 \cdot (1 + \psi_p \cdot \varphi_t) \\ &= 5,68 \cdot (1 + 1,10 \cdot 1,2) \\ &= 13,18 \quad [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{c,p} &= 455,32 \quad [\text{cm}^2] \\ I_{c,p} &= 15177,27 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{i,p} &= 826,32 \quad [\text{cm}^2] \\ z_{i,p} &= 24,69 \quad [\text{cm}] \\ S_{i,p} &= 11243,57 \quad [\text{cm}^3] \\ I_{i,p} &= 1127674 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

- Querschnittswerte für Beanspruchungen infolge Schwinden ( $t = \infty$ )

$$\begin{aligned} n_s &= n_0 \cdot (1 + \psi_s \cdot \varphi_t) \\ &= 5,68 \cdot (1 + 0,55 \cdot 1,2) \\ &= 9,43 \quad [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{c,s} &= 636,35 \quad [\text{cm}^2] \\ I_{c,s} &= 21211,61 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{i,s} &= 1007,35 \quad [\text{cm}^2] \\ z_{i,s} &= 20,26 \quad [\text{cm}] \\ S_{i,s} &= 12889,97 \quad [\text{cm}^3] \\ I_{i,s} &= 1224260 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$A_a = A_{st}$$

$$\begin{aligned} a_{st} &= \frac{h_c}{2} + \frac{h}{2} \\ &= 55,0 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

$$I_a = I_{st}$$

analog zu  
"Querschnitts-werte für  
kurzzeitige  
Beanspruchungen"  
 $\varphi_k = 1,20 \quad [-]$

analog zu  
"Querschnitts-werte für  
kurzzeitige  
Beanspruchungen"

$$n_s = n_{pT}$$

- Moment  $M_s$  infolge Schwinden

$$\varepsilon_{cs} = -28 \cdot 10^{-5} \quad [-]$$

$$\begin{aligned} N_s &= \varepsilon_{cs} \cdot \left( \frac{n_0}{n_s} \right) \cdot E_{cm} \cdot A_c \\ &= -28 \cdot 10^{-5} \cdot \left( \frac{5,68}{9,429} \right) \cdot 3700 \cdot 6000 \\ &= -3744,6 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_s &= N_s \cdot z_{i,s} \\ &= -3745 \cdot -20,3 \\ &= 75850,8 \quad [\text{kNcm}] \end{aligned}$$

- Durchbiegung infolge ständiger Beanspruchungen

$$\begin{aligned} w_{\text{ständig}} &= \frac{5}{384} \cdot \left( \frac{g_{\text{Ed,a,P}}}{E} \cdot \frac{l^4}{I_a} + \frac{g_{\text{Ed,c,P}}}{E} \cdot \frac{l^4}{I_{i,P}} \right) \\ &= \frac{5}{384} \cdot \left( \frac{0,250}{21000} \cdot \frac{1500^4}{494100} + \frac{0,60}{21000} \cdot \frac{1500^4}{1127674} \right) \\ &= 3,258 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

- Durchbiegung infolge veränderlicher Beanspruchungen

$$\begin{aligned} w_{\text{veränd.}} &= \frac{5}{384} \cdot \left( \frac{q_{\text{Ed,c,0}}}{E} \cdot \frac{l^4}{I_{i,0}} \right) \\ &= \frac{5}{384} \cdot \left( \frac{0,800}{21000} \cdot \frac{1500^4}{1359880} \right) \\ &= 1,847 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

- Durchbiegung infolge Schwinden

$$\begin{aligned} w_s &= \frac{2}{16} \cdot \frac{M_s}{E} \cdot \frac{l^2}{I_{i,s}} \\ &= \frac{2}{16} \cdot \left( \frac{75851}{21000} \cdot \frac{1500^2}{1359880} \right) \\ &= 0,830 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

- Gesamtdurchbiegung zum Zeitpunkt  $t = \infty$

$$\begin{aligned} w_{\text{ges}, t=\infty} &= 3,26 + 1,85 + 0,83 \\ &= 5,934 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

→ Der Stahlträger muss mit **5,934** [cm] Überhöhung hergestellt werden.