

**Masterprüfung
im Fach**

Stahlbau IV

Herbst 2011

Name:

Matr.-Nr.:

Unterschrift:

Stahlbau IV			
1	2	3	Gesamt

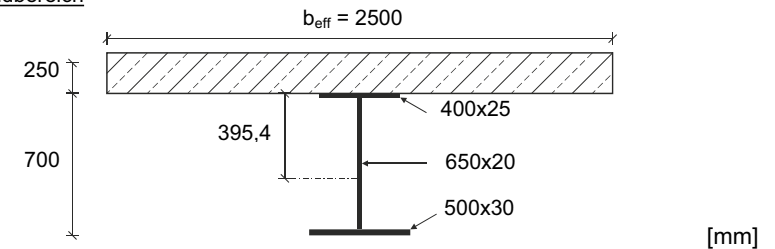
Aufgabe 1

17 Punkte

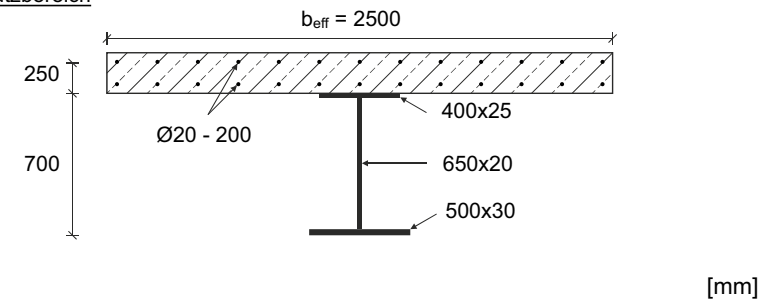
gegeben:

- Verbundträgerquerschnitte und statisches System unter Last gemäß Skizze:

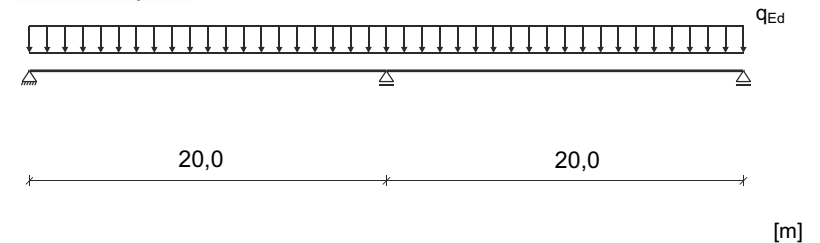
Feldbereich



Stützbereich



Statisches System



- Material:

- Beton C 30/37
- Betonstahl BSt 500 S (A)
- Baustahl S 355

gesucht:

- Bestimmen Sie die Querschnittsklasse des Verbundträgers im Feld und an der Stütze.
- Berechnen Sie die Momententragfähigkeit an den unter a) bestimmten Stellen. Rissbildung des Betons im Stützbereich muss dabei nicht betrachtet werden.
- Ermitteln Sie die einwirkende Verkehrslast q_{Ed} so, dass der Verbundträger gerade nicht auf Biegung versagt.

Hinweise:

- Verwenden Sie zur Querschnittsklassifizierung in Aufgabenteil a) die entsprechenden Tabellen in der Anlage 1 und 2. Schweißnähte sind bei der Querschnittsklassifizierung nicht zur berücksichtigen.
- Gehen Sie bei Ihren Berechnungen von vollem Verbund aus.
- Schwinden und Kriechen darf vernachlässigt werden.
- M-V-Interaktion muss nicht durchgeführt werden.
- Das Eigengewicht des Verbundträgers darf in Aufgabenteil c) vernachlässigt werden.

Anlage 1:

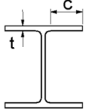
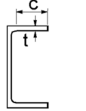
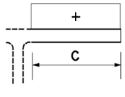
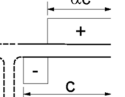
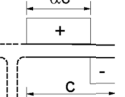
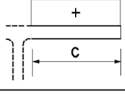
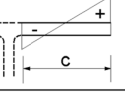
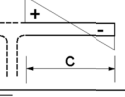
Tabelle 5.2 — Maximales cl -Verhältnis druckbeanspruchter Querschnittsteile

Beidseitig gestützte druckbeanspruchte Querschnittsteile						
				Biegeachse		
Klasse	auf Biegung beanspruchte Querschnittsteile	auf Druck beanspruchte Querschnittsteile	auf Druck und Biegung beanspruchte Querschnittsteile			
Spannungsverteilung über Querschnittsteile (Druck positiv)						
1	$cl \leq 72\varepsilon$	$cl \leq 33\varepsilon$	für $\alpha > 0,5$: $cl \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ für $\alpha \leq 0,5$: $cl \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$cl \leq 83\varepsilon$	$cl \leq 38\varepsilon$	für $\alpha > 0,5$: $cl \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ für $\alpha \leq 0,5$: $cl \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Spannungsverteilung über Querschnittsteile (Druck positiv)						
3	$cl \leq 124\varepsilon$	$cl \leq 42\varepsilon$	für $\psi > -1$: $cl \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ für $\psi \leq -1^a$: $cl \leq 62\varepsilon (1 - \psi) \sqrt{(-\psi)}$			
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

^a Es gilt $\psi \leq -1$ falls entweder die Druckspannungen $\sigma \leq f_y$ oder die Dehnungen infolge Zug $\varepsilon_y > \frac{f_y}{E}$ sind.

Anlage 2:

Tabelle 5.2 (fortgesetzt) — Maximales clt -Verhältnis druckbeanspruchter Querschnittsteile

Einseitig gestützte Flansche							
							
Gewalzte Querschnitte			Geschweißte Querschnitte				
Klasse	auf Druck beanspruchte Querschnittsteile	auf Druck und Biegung beanspruchte Querschnittsteile					
		freier Rand im Druckbereich			freier Rand im Zugbereich		
Spannungsverteilung über Querschnittsteile (Druck positiv)							
1	$clt \leq 9\varepsilon$	$clt \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$			$clt \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	$clt \leq 10\varepsilon$	$clt \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$			$clt \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Spannungsverteilung über Querschnittsteile (Druck positiv)							
3	$clt \leq 14\varepsilon$	$clt \leq 21\varepsilon \sqrt{k_{\sigma}}$					
Für k_{σ} siehe EN 1993-1-5							
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$		f_y	235	275	355	420	460
		ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Musterlösung Aufgabe 1

17 Punkte

(1) Ermittlung der Querschnittswerte

- Baustahl (Feld- und Stützbereich)

$$\begin{aligned}
 h_a &= 705,0 \quad [\text{mm}] \\
 b_{f,o} &= 400,0 \quad [\text{mm}] \\
 t_{f,o} &= 25,0 \quad [\text{mm}] \\
 c_w &= 650,0 \quad [\text{mm}] \\
 t_w &= 20,0 \quad [\text{mm}] \\
 b_{f,u} &= 500,0 \quad [\text{mm}] \\
 t_{f,u} &= 30,0 \quad [\text{mm}]
 \end{aligned}$$

$$z_{S,a} = 395,3947 \quad [\text{mm}] \quad (\text{gegeben})$$

$$\begin{aligned}
 A_a &= \sum A_i \\
 &= 400 \cdot 25,0 + 650 \cdot 20,0 + 500 \cdot 30,0 \\
 &= 38000 \quad [\text{mm}^2] = 380,00 \quad [\text{cm}^2]
 \end{aligned}$$

- Beton (Feldbereich)

$$\begin{aligned}
 h_c &= 250,0 \quad [\text{mm}] \\
 b_{\text{eff}} &= 2500,0 \quad [\text{mm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_c &= h_c \cdot b_{\text{eff}} \\
 &= 250 \cdot 2500 \\
 &= 625000 \quad [\text{mm}^2] = 6250,00 \quad [\text{cm}^2]
 \end{aligned}$$

- Betonstahl (Stützbereich)

$$2 \times \emptyset 20 - 200$$

$$\begin{aligned}
 A_s &= 2 \cdot \left[\pi \cdot \frac{d_s^2}{4} \cdot \left(\frac{b_{\text{eff}}}{e_s} \right) \right] \\
 &= 2 \cdot \left[\pi \cdot \frac{400}{4} \cdot \left(\frac{2500}{200} \right) \right] \\
 &= 7854 \quad [\text{mm}^2] = 78,54 \quad [\text{cm}^2]
 \end{aligned}$$

(2) Ermittlung der Bemessungswerte der Werkstofffestigkeiten

$$\begin{aligned} f_{cd} &= f_{ck} \cdot \gamma_c \\ &= 3,0 \cdot 1,50 \\ &= 2,0 \quad [\text{kN/cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{sd} &= f_{sk} \cdot \gamma_s \\ &= 50,0 \cdot 1,15 \\ &= 43,5 \quad [\text{kN/cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{yd} &= f_{yk} \cdot \gamma_{M0} \\ &= 35,5 \cdot 1,00 \\ &= 35,5 \quad [\text{kN/cm}^2] \end{aligned}$$

(3) Querschnittsklassifizierung im Feldbereich

- Ermittlung der plastischen Nulllinie

$$\begin{aligned} N_{pl,a} &= A_a \cdot f_{yd} \\ &= 380,0 \cdot 35,5 \\ &= 13490 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{c,f} &= A_c \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \\ &= 6250 \cdot 0,85 \cdot 2,0 \\ &= 10625 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

Annahme: plastische Nulllinie im Flansch

$$\begin{aligned} x_{pl} &= \frac{N_{pl,a} - N_{c,f}}{2 \cdot f_{yd} \cdot b_{f,o}} + h_c \\ &= \frac{13490 - 10625}{2 \cdot 35,5 \cdot 40,0} + 25,0 \\ &= 1,009 + 25,0 \\ &= 26,009 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kontrolle: } h_c &\leq x_{pl} \leq h_c + t_{f,o} \\ 25,0 &\leq 26,01 \leq 25,0 + 2,5 \end{aligned}$$

→ Annahme ist richtig

$$\begin{aligned} N_f &= 2 \cdot (x_{pl} - h_c) \cdot b_{f,o} \cdot f_{yd} \\ &= 2 \cdot (26,0 - 25,0) \cdot 40,0 \cdot 35,5 \\ &= 2865 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

- Querschnittsklassifizierung

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} \\ &= \sqrt{\frac{235}{355}} \\ &= 0,814 \quad [-] \end{aligned}$$

Annahme: Flansch vollkommen überdrückt (sichere Seite)

$$\begin{aligned} \text{grenz} \left(\frac{c}{t} \right) &= 10 \cdot \varepsilon \quad (\text{für QKL 2}) \\ &= 10 \cdot 0,814 \\ &= 8,136 \quad [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{t} \right)_{\text{vorh.}} &= \frac{(b_{f,o} - t_w)}{2 \cdot t_{f,o}} \\ &= \frac{(400 - 20,0)}{2 \cdot 25,0} \\ &= 7,600 \quad [-] \end{aligned}$$

→ plastische Bemessung erlaubt

(4) Momententragfähigkeit im Feldbereich

$$\begin{aligned} M_{pl,Rd} &= N_{pl,a} \cdot \left(z_{S,a} - \frac{h_c}{2} \right) - N_f \cdot \frac{x_{pl}}{2} \\ &= 13490 \cdot \left(0,395 - \frac{0,25}{2} \right) - 2865 \cdot \frac{0,260}{2} \\ &= 3275,05 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

EN 1993-1-1 Tab. 5.2

Schweißnähte werden nicht berücksichtigt

Zugbereiche = QKL 1

Momentensumme um Schwerlinie des Betons

(5) Querschnittsklassifizierung im Stützbereich

- Ermittlung der plastischen Nulllinie

$$\begin{aligned} N_{pl,a} &= A_a \cdot f_{yd} \\ &= 380,0 \cdot 35,5 \\ &= 13490 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_s &= A_s \cdot f_{sd} \\ &= 78,5 \cdot 43,5 \\ &= 3415 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

Annahme: plastische Nulllinie liegt im Steg

$$\begin{aligned} N_f &= 2 \cdot (b_{f,o} \cdot t_{f,o}) \cdot f_{cd} \\ &= 2 \cdot (400,0 \cdot 25,0) \cdot 43,5 \\ &= 7100 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{pl} &= \frac{N_{pl,a} - N_s - N_f}{2 \cdot f_{yd} \cdot t_w} + h_c + t_{f,o} \\ &= \frac{13490 - 3415 - 7100}{2 \cdot 35,5 \cdot 2,0} + 25,0 + 2,5 \\ &= \frac{20,952}{2 \cdot 35,5 \cdot 2,0} + 25,0 + 2,5 \\ &= 48,452 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kontrolle: } h_c + t_{f,o} &\leq x_{pl} \\ 25,0 + 2,5 &\leq 48,45 \end{aligned}$$

→ Annahme ist richtig

$$\begin{aligned} N_w &= 2 \cdot (x_{pl} - h_c - t_{f,o}) \cdot t_w \cdot f_{yd} \\ &= 2 \cdot (26,0 - 25,0 - 2,5) \cdot 2,0 \cdot 35,5 \\ &= 2975 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

- Querschnittsklassifizierung

Steg:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{c_w - (x_{pl} - h_c - t_{f,o})}{c_w} \\ &= \frac{65,0 - (48,5 - 25,0 - 2,5)}{65,0} \\ &= 0,678 \quad [-] > 0,5 \end{aligned}$$

Druck unten;
Schweißnähte werden
nicht berücksichtigt

→ (67,77 [%] des Steges sind überdrückt)

$$\begin{aligned} \text{grenz} \left(\frac{c}{t} \right) &= \frac{396 \cdot \epsilon}{13 \cdot \alpha - 1} \quad (\text{für QKL 2 - Druck und Biegung}) \\ &= \frac{396 \cdot 0,814}{13 \cdot 0,678 - 1} \\ &= 41,256 \quad [-] \end{aligned}$$

EN 1993-1-1, Tab. 5.2

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{t} \right)_{\text{vorh.}} &= \frac{c_w}{t_w} \\ &= \frac{650,0}{20,0} \\ &= 32,500 \quad [-] \end{aligned}$$

Schweißnähte werden
nicht berücksichtigt

Flansch (unten):

$$\begin{aligned} \text{grenz} \left(\frac{c}{t} \right) &= 10 \cdot \epsilon \quad (\text{für QKL 2}) \\ &= 10 \cdot 0,814 \\ &= 8,136 \quad [-] \end{aligned}$$

EN 1993-1-1, Tab. 5.2

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{t} \right)_{\text{vorh.}} &= \frac{(b_{f,u} - t_w)}{2 \cdot t_{f,u}} \\ &= \frac{(500 - 20,0)}{2 \cdot 30,0} \\ &= 8,000 \quad [-] \end{aligned}$$

Schweißnähte werden
nicht berücksichtigt

→ plastische Bemessung erlaubt

(6) Momententragfähigkeit im Stützbereich

$$\begin{aligned}
 M_{pl,Rd} &= N_{pl,a} \cdot \left(z_{s,a} - \frac{h_c}{2} \right) - N_f \cdot \left(\frac{h_c}{2} + \frac{t_{f,o}}{2} \right) \quad \text{Momentensumme um Schwerelinie des Betonstahls} \\
 &- N_w \cdot \left(\frac{x_{pl} + t_{f,o}}{2} \right) \\
 &= 13490 \cdot \left(0,395 - \frac{0,25}{2} \right) - 2865 \cdot \left(\frac{0,25}{2} + \frac{0,025}{2} \right) \\
 &- 2975 \cdot \left(\frac{0,485 + 0,025}{2} \right) \\
 &= 1987,78 \quad [\text{kNm}]
 \end{aligned}$$

(7) Ermittlung der maximal aufnehmbaren Verkehrslast

Der Stützbereich ist die maßgebende Stelle!

$$M_{Ed} = M_b = -0,125 \cdot q_{Ed} \cdot L^2$$

19. SBT, Tafel 4.14

$L = 20 \text{ [m]}$

mit: $M_{Ed} = M_{pl,Rd}$

$$M_{pl,Rd} = 0,125 \cdot q_{Ed} \cdot 400$$

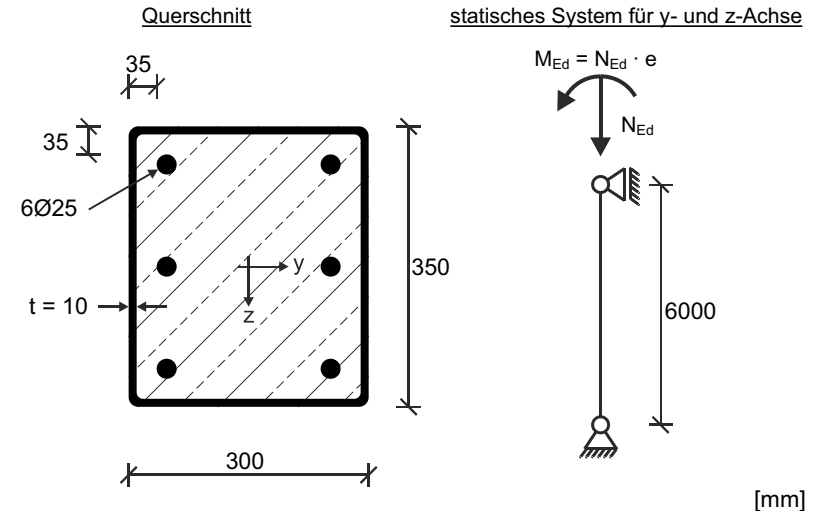
$$\begin{aligned}
 \rightarrow q_{Ed} &= \frac{M_{pl,Rd}}{0,125 \cdot 400} \\
 &= \frac{1987,78}{0,125 \cdot 400} \\
 &= 39,76 \quad [\text{kN/m}]
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

20 Punkte

gegeben:

– Verbundstütze und statisches System unter Last gemäß Skizze:



Material:

- Beton C 50/60
- Betonstahl BSt 500 S (A)
- Baustahl S 355

Belastung:

- Normalkraft $N_{Ed} = 4600 \text{ kN}$

gesucht:

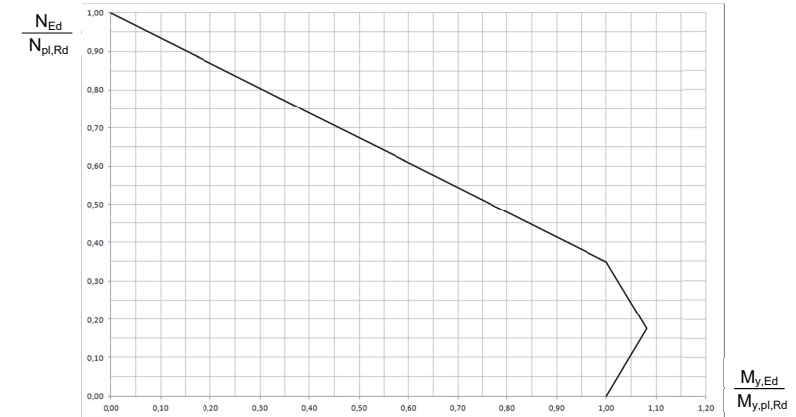
- Überprüfen Sie, ob die Stütze als Verbundquerschnitt bemessen werden darf.
- Prüfen Sie die Anwendbarkeit des vereinfachten Nachweisverfahrens nach Eurocode 4 und führen Sie den Tragfähigkeitsnachweis für planmäßig zentrischen Druck. Bestimmen Sie dazu die für das Knicken maßgebende Achse.
- Ermitteln Sie mit Hilfe von Anlage 1 für die maßgebende Achse die maximale Ausmitte so, dass der Tragfähigkeitsnachweis für Druck und einachsiger Biegung gerade erfüllt ist.

Hinweise:

- Die Nachweise gegen örtliches Beulen und der Lasteinleitung dürfen entfallen.
- Das Eigengewicht der Verbundstütze darf in Aufgabenteil b) vernachlässigt werden.
- Geometrische Ersatzimperfectionen und Vorkrümmungen müssen nicht berücksichtigt werden.
- Momente nach Theorie II. Ordnung müssen nicht betrachtet werden.

Anlage 1:

normierte angenäherte Interaktionskurve für Druck N_{Ed} und einachsige Biegung $M_{y,Ed}$



$$M_{y,pl,Rd} = 890,5 \text{ [kNm]}$$

normierte angenäherte Interaktionskurve für Druck N_{Ed} und einachsige Biegung $M_{z,Ed}$



$$M_{z,pl,Rd} = 691,5 \text{ [kNm]}$$

Musterlösung Aufgabe 2

20 Punkte

(1) Ermittlung der Querschnittswerte

• Baustahl

$$\begin{aligned} h &= 350,0 \quad [\text{mm}] \quad (\text{gegeben}) \\ b &= 300,0 \quad [\text{mm}] \quad (\text{gegeben}) \\ t &= 10,0 \quad [\text{mm}] \quad (\text{gegeben}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_a &= 2 \cdot [h_a \cdot t_a + (b_a - 2 \cdot t_a) \cdot t_a] \\ &= 2 \cdot [350,0 \cdot 10,0 + (300,0 - 2 \cdot 10,0) \cdot 10,0] \\ &= 12600 \quad [\text{mm}^2] = 126,00 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{a,y} &= \sum [b_i \cdot \frac{h_i^3}{12} + A_i \cdot z_{y,i}^2] \\ &= 23335 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{a,z} &= \sum [h_i \cdot \frac{b_i^3}{12} + A_i \cdot z_{y,i}^2] \\ &= 18382 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$E_a = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

• Beton

$$\begin{aligned} h_c &= h - 2 \cdot t \\ &= 330,0 \quad [\text{mm}] \\ b_c &= b - 2 \cdot t \\ &= 280,0 \quad [\text{mm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_c &= h_c \cdot b_c \\ &= 330 \cdot 280 \\ &= 92400 \quad [\text{mm}^2] = 924,00 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{c,y} &= b_c \cdot \frac{h_c^3}{12} \\ &= 83853 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{c,z} &= h_c \cdot \frac{b_c^3}{12} \\ &= 60368 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

Hier ist auch die Berechnung für dünnwandige Querschnitte erlaubt

Hier ist auch die Berechnung für dünnwandige Querschnitte erlaubt

$$E_c = 3728 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$f_{ck} = 50 \quad [\text{N/mm}^2]$$

• Betonstahl (6 x Ø 25)

$$c_{nom} = 35,0 \quad [\text{mm}] \quad (\text{gegeben})$$

$$\begin{aligned} A_s &= \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} \\ &= \pi \cdot \frac{625}{4} \\ &= 491 \quad [\text{mm}^2] = 4,91 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{s,y} &= 6 \cdot [\frac{\pi}{4} \cdot r_s^4] + 4 \cdot [A_s \cdot (\frac{h}{2} - c_{nom} \cdot \frac{d_s}{2})^2] \\ &= 3203 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{s,z} &= 6 \cdot [\frac{\pi}{4} \cdot r_s^4] + A_s \cdot (\frac{b}{2} - c_{nom} \cdot \frac{d_s}{2})^2 \\ &= 3106 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$E_s = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

(2) Ermittlung der Bemessungswerte der Werkstofffestigkeiten

• Beton

$$\begin{aligned} f_{cd} &= f_{ck} / \gamma_c \\ &= 50 / 1,5 \\ &= 33 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned}$$

• Baustahl

$$\begin{aligned} f_{yd} &= f_{yk} / \gamma_{M0} \\ &= 355 / 1,0 \\ &= 355 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned}$$

• Betonstahl

$$\begin{aligned} f_{sd} &= f_{sk} / \gamma_s \\ &= 500 / 1,15 \\ &= 435 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned}$$

(3) Überprüfung der Bemessung als Verbundstütze

- Festigkeitsklasse

$$\text{Beton: } C 20/25 \leq C 50/60 \leq C 50/60$$

$$\text{Baustahl: } S 235 \leq S 355 \leq S 460$$

- Querschnittsparameters δ

$$N_{pl,Rd} = A_a \cdot f_{yd} + A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{sd}$$

$$= 126 \cdot 35,5 + 924 \cdot 3,3 + 29,5 \cdot 43,5$$

$$= 8834 \quad [\text{kN}]$$

$$\delta = \frac{A_a \cdot f_{yd}}{N_{pl,Rd}}$$

$$= \frac{126 \cdot 35,5}{8834}$$

$$= 0,506 \quad [\text{kN}]$$

$$0,2 \leq \delta \leq 0,9$$

$$0,2 \leq 0,506 \leq 0,9$$

→ Stütze darf als Verbundquerschnitt bemessen werden!

(4) Überprüfung der Anwendungsgrenzen des vereinfachten Nachweisverfahren

- doppelsymmetrischer Verbundquerschnitt

- über die Bauteillänge konstanter Verbundquerschnitt

- charakteristische vollplastische Normalkrafttragfähigkeit $N_{pl,Rk}$

$$N_{pl,Rk} = A_a \cdot f_{yk} + A_c \cdot f_{ck} + A_s \cdot f_{sk}$$

$$= 126 \cdot 35,5 + 924 \cdot 5,0 + 29,5 \cdot 50,0$$

$$= 10566 \quad [\text{kN}]$$

- charakteristische wirksame Biegesteifigkeit $(EI)_{eff}$

$$(EI)_{eff} = E_a \cdot I_{a,y} + E_s \cdot I_{s,y} + K_e \cdot E_c \cdot I_{c,y}$$

$$= 21000 \cdot 23335 + 21000 \cdot 3203 + 0,6 \cdot 3728 \cdot 83853$$

$$= 7,448 \cdot 10^8 \quad [\text{kNcm}^2]$$

$$(EI)_{eff} = E_a \cdot I_{a,z} + E_s \cdot I_{s,z} + K_e \cdot E_c \cdot I_{c,z}$$

$$= 21000 \cdot 18382 + 21000 \cdot 3106 + 0,6 \cdot 3728 \cdot 60368$$

$$= 5,863 \cdot 10^8 \quad [\text{kNcm}^2]$$

- Verzweigungslast N_{cr}

$$N_{cr} = \frac{(EI)_{eff} \cdot \pi^2}{L_{cr}^2}$$

$$= \frac{58627 \cdot \pi^2}{36,00}$$

$$= 16073 \quad [\text{kN}]$$

Euler-Fall 2:
 $L = L_{cr} = 6,00 \quad [\text{m}]$

- bezogener Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}}$$

$$= \sqrt{\frac{10566}{16073}}$$

$$= 0,811 \quad [-] \leq 2,0 \quad [-]$$

- maximale rechnerische Betondeckung

→ entfällt hier

- vorhandene Längsbewehrung

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c}$$

$$= \frac{29,45}{924,00}$$

$$= 3,19 \quad [\%] \leq 6,0 \quad [\%]$$

- Verhältnis von Querschnittshöhe zu -breite

$$0,2 \leq \frac{h}{b} \leq 5,0$$

$$0,2 \leq \frac{350}{300} \leq 5,0$$

$$0,2 \leq 1,2 \leq 5,0$$

→ Bemessung der Verbundstütze mit vereinfachtem Nachweisverfahren möglich!

(5) Tragfähigkeitsnachweis für planmäßig zentrischen Druck

- Überprüfe, ob Stütze Stabilitätsgefährdet

Es besteht keine Stabilitätsgefahr, wenn:

$$\bar{\lambda} \leq 0,2$$

$$0,8 \leq 0,2 \quad [-]$$

$$N_{Ed} \leq 0,04 \cdot N_{cr}$$

$$4600 \leq 642,9 \quad [\text{kN}]$$

→ Die Stabilität der Stütze muss nachgewiesen werden!

- Ermittlung des Reduktionsfaktors χ

- Imperfektionsfaktor α

ausbetoniertes Hohlprofil → Nickspannungslinie b

$$\alpha = 0,34 \quad [-]$$

- Funktion zur Bestimmung des Abminderungsbeiwertes χ

$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$= 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,811 - 0,2) + 0,657]$$

$$= 0,933 \quad [-]$$

- Reduktionsfaktor χ

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$= \frac{1}{0,933 + \sqrt{0,87 - 0,657}}$$

$$= 0,718 \quad [-]$$

- Tragfähigkeitsnachweis

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{pl,Rd}} = \frac{4600}{0,718 \cdot 8834} = 0,725 \leq 1$$

EN 1994-1-1, 6.7.3.5

$$N_{Ed} = 4600 \quad [\text{kN}]$$

EN 1993-1-1, 6.3.12

EN 1994-1-1, Tab. 6.5
3 [%] ≤ 3,2 ≤ 6 [%]

EN 1993-1-1, (6.49)

(6) Ermittlung der maximalen Ausmitte (für maßgebende Knickachse)

$$N_{Ed} = 4600 \quad [\text{kN}]$$

$$N_{pl,Rd} = 8834 \quad [\text{kN}]$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = 0,52 \quad [\text{kN}]$$

$$\rightarrow M_{pl,N,Rd} = 0,74 \cdot M_{pl,Rd}$$

aus Diagramm

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} = \alpha_M = 0,9$$

$$\rightarrow M_{Ed} = 0,90 \cdot 0,74 \cdot M_{pl,Rd}$$

$$= 0,66 \cdot M_{pl,Rd}$$

$$M_{Ed} = e \cdot N_{Ed}$$

$$\rightarrow e = \frac{0,66 \cdot M_{pl,Rd}}{N_{Ed}}$$

$$= \frac{0,66 \cdot 691,5}{4600}$$

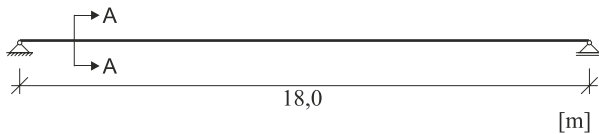
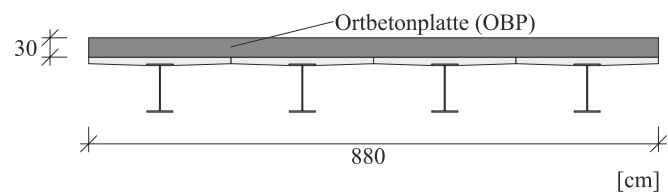
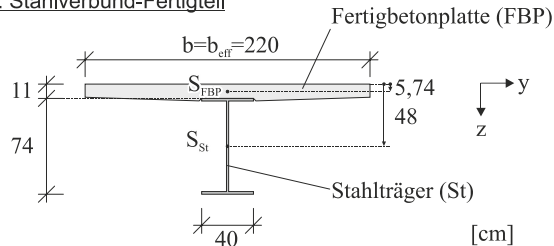
$$= 0,100 \quad [\text{m}] = 10,0 \quad [\text{cm}]$$

gegeben:

$$M_{pl,Rd,z} = 691 \quad [\text{kNm}]$$

Aufgabe 3
23 Punkte
gegeben:

- Statisches System unter Last gemäß Skizze:

Statisches System

Schnitt A-A

Detail: Stahlverbund-Fertigteil


- Querschnittswerte und Materialkennwerte der Einzelkomponenten:

Fertigteilplatte (FBP):

$$A_{c,FBP} = 2512 \text{ cm}^2$$

$$I_{yy,c,FBP} = 28.116 \text{ cm}^4$$

$$z_{c,FBP} = 5,74 \text{ cm} \quad (\text{Schwerpunktlage})$$

$$\gamma = 26,0 \text{ kN/m}^3 \quad (\text{Frischbeton})$$

Stahlprofil (St):

$$A_{St} = 272 \text{ cm}^2$$

$$I_{yy,St} = 253.147 \text{ cm}^4$$

$$z_{St} = 48,0 \text{ cm} \quad (\text{Schwerpunktlage})$$

- Material Stahlprofil (St): S 355
- Material Beton (FBP,OBP): C 35/45
- Bauablauf:
 1. Einheben des Verbundfertigteils
 2. Betonage des Ortbetongurtes, Aushärten des Ortbetons
 3. Aufbringen der Ausbaulast
- Beiwerte zur Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens.
 - Schwinddehnung für $t = \infty$: $\epsilon_{cs} = -28 \cdot 10^{-5} [-]$
 - Endkriechzahl: $\phi(t, t_0) = 1,4603 [-]$

gesucht:

- Bestimmen Sie die Durchbiegung der Stahlverbund-Fertigteile in Feldmitte infolge Eigengewicht nach deren Einheben.
- Bestimmen Sie das durch Schwinden entstehende Moment zum Zeitpunkt $t = \infty$. Gehen Sie dabei von einem gleichmäßigen Schwinden der Fertigteil- und Ortbetonplatte aus.
- Bestimmen die durch das Schwindmoment zum Zeitpunkt $t = \infty$ bedingte Durchbiegung in Feldmitte

Hinweise:

- Gehen Sie von einem Querschnitt der Klasse 1 oder 2 aus.
- Eine Bewehrung des Betongurtes ist nicht zu berücksichtigen.
- Schwinden und Kriechen der Fertigteile wird vor deren Einbau durch geeignete Nachbehandlung verhindert.
- Schweißnähte müssen nicht berücksichtigt werden.

Musterlösung Aufgabe 3
23 Punkte

- a) Bestimmen Sie die Durchbiegung der Fertigteile in Feldmitte infolge Eigengewicht nach deren Einheben.

Ermittlung der elastischen Verbundquerschnittswerte:

$$n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{21.000[kN/cm^2]}{3.400[kN/cm^2]} = 6,1764[-]$$

$$A_{c,VBP,0} = \frac{A_{c,VBP}}{n_0} = \frac{2.512[cm^2]}{6,1764} = 406,70[cm^2]$$

$$I_{c,VBP,0} = \frac{I_{c,VBP}}{n_0} = \frac{28.116[cm^4]}{6,1764} = 4.552,11[cm^4]$$

$$A_{i,0} = A_{st} + A_{c,VBP,0} = 406,70[cm^2] + 272[cm^2] = 678,70[cm^2]$$

Gesamtschwerpunkt:

$$z_{i,0} = \frac{A_{st} \cdot z_{st} + A_{c,VBP,0} \cdot z_{c,VBP}}{A_{i,0}} = \frac{272[cm^2] \cdot 48,0[cm] + 406,70[cm^2] \cdot 5,74[cm]}{678,70[cm^2]} = 22,68[cm]$$

Gesamt-Flächenträgheitsmoment:

$$I_{i,0} = I_{st} + A_{st} \cdot (z_{i,0} - z_{st})^2 + I_{c,VBP,0} + A_{c,VBP,0} \cdot (z_{i,0} - z_{c,VBP})^2 = 253.147[cm^4] + 272[cm^2] \cdot (22,68 - 48,0)^2[cm^2] + 4.552,11[cm^4] + 406,7[cm^2] \cdot (22,68 - 5,74)^2[cm^2] = 548.787[cm^4]$$

Eigengewicht Baustahl:

$$\gamma_{Stahl} = 78,5[kN/m^3]$$

$$g_{Stahl} = \gamma_{Stahl} \cdot A_{st} = 78,5[kN/m^3] \cdot 272[cm^2] \cdot \frac{1}{100 \cdot 100}[cm^2/m^2] = 2,1352[kN/m]$$

Eigengewicht Beton:

$$\gamma_{Beton} = 26[kN/m^3]$$

$$g_{Beton} = \gamma_{Beton} \cdot A_{c,VBP} = 26,0[kN/m^3] \cdot 2512[cm^2] \cdot \frac{1}{100 \cdot 100}[cm^2/m^2] = 6,5312[kN/m]$$

Bemessungslast Eigengewicht SLS:

$$g_{Ed} = \gamma_G \cdot (g_{Stahl} + g_{Beton}) = 1,00 \cdot (2,1352[kN/m] + 6,5312[kN/m]) = 8,6664[kN/m]$$

Durchbiegung des Fertigteils nach dem Einheben:

$$f_{Mitte} = \frac{1}{E_0 \cdot I_{i,0}} \cdot \frac{5}{384} \cdot g_{Ed} \cdot l^4 = \frac{1}{21.000[kN/cm^2] \cdot 548.787[cm^4]} \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{8,6664[kN/cm]}{100} \cdot 1800^4[cm^4] = 1,028[cm]$$

b) Bestimmen Sie das durch Schwinden entstehende Moment zum Zeitpunkt $t = \infty$

nicht Teil der Aufgabenstellung

Bestimmung der Endkriechzahl $\varphi(t, t_0)$

$$t = \infty \quad (\approx 70 \text{ Jahre})$$

$$t_0 = 28[d]$$

$$RH = 80[\%]$$

$$u = 4 \cdot (2 \cdot 220[cm] - 40[cm]) + 2 \cdot (11[cm] + 30[cm]) = 1682[cm]$$

$$A_{c,ges} = 4 \cdot 2512 + 30[cm] \cdot 880[cm] = 36.448[cm^2]$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_{c,ges}}{u} = \frac{2 \cdot 36.448[cm^2]}{1682[cm]} = 43,34[cm]$$

$$\alpha_1 = (35/f_{cm})^{0,7} = (35/43)^{0,7} = 0,866$$

$$\alpha_2 = (35/f_{cm})^{0,2} = (35/43)^{0,2} = 0,960$$

$$\alpha_3 = (35/f_{cm})^{0,5} = (35/43)^{0,5} = 0,902$$

$$\varphi_{RH} = \left(1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1\right) \cdot \alpha_2 = \left(1 + \frac{1 - 80/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{433,4}} \cdot 0,866\right) \cdot 0,96 = 1,180[-]$$

$$\beta(f_{cm}) = 16,8/\sqrt{f_{cm}} = 16,8/\sqrt{43} = 2,562[-]$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} = \frac{1}{0,1 + 28^{0,2}} = 0,488[-]$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) = 1,180 \cdot 2,562 \cdot 0,488 = 1,4753[-]$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot \left(1 + (0,01 \cdot RH)^{18}\right) \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3$$

$$= 1,5 \cdot \left(1 + (0,01 \cdot 80)^{18}\right) \cdot 433,4 + 250 \cdot 0,902 = 887,3[-] \leq 1353,3[-]$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0}\right)^{0,3} = \left(\frac{25.550 - 28}{887,3 + 25.550 - 28}\right)^{0,3} = 0,9898[-]$$

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) = 1,4753 \cdot 0,9898 = 1,4603[-]$$

Ermittlung der Querschnittswerte für Beanspruchungen infolge Schwinden:

$$n_s = n_0 \cdot (1 + \psi_s \cdot \varphi(\infty, t_0)) = 6,1764 \cdot (1 + 0,55 \cdot 1,4603) = 11,137$$

$$A_{c,VBP,s} = \frac{A_{c,VBP}}{n_s} = \frac{2512[cm^2]}{11,137} = 225,6[cm^2]$$

$$A_{c,OBP} = b_{OBP} \cdot h_{OBP} = 30[cm] \cdot 880[cm] = 26.400[cm^2]$$

$$A_{c,OBP,s} = \frac{A_{c,OBP}}{n_s} = \frac{30[cm] \cdot 880[cm]}{11,137} = 2.370,5[cm^2]$$

$$A_{c,ges} = A_{c,VBP} + A_{c,OBP} = 2.512[cm^2] \cdot 4 + 26.400[cm^2] = 36.448[cm^2]$$

$$A_{c,ges,s} = \frac{A_{c,ges}}{n_s} = \frac{36.448[cm^2]}{11,137} = 3.272,7[cm^2]$$

$$A_{i,s} = A_{st} + A_{c,ges,s} = 4 \cdot 272[cm^2] + 3.272,7[cm^2] = 4.360,7[cm^2]$$

Gesamt-Schwerpunkt

$$z_{c,OBP} = -15[cm]$$

$$z_{c,ges} = \frac{4 \cdot A_{c,VBP} \cdot z_{c,VBP} + A_{c,OBP} \cdot z_{c,OBP}}{A_{c,ges}}$$

$$= \frac{4 \cdot 2.512[cm^2] \cdot 5,74[cm] + 30[cm] \cdot 880[cm] \cdot (-15[cm])}{36.448[cm^2]} = -9,28[cm]$$

$$z_{i,s} = \frac{4 \cdot A_{st} \cdot z_{st} + A_{c,ges,s} \cdot z_{c,ges}}{A_{i,s}}$$

$$= \frac{4 \cdot 272[cm^2] \cdot 48,0[cm] + 3.272,7[cm^2] \cdot -9,28[cm]}{4.360,7[cm^2]} = 5,01[cm]$$

Gesamt-Flächenträgheitsmoment:

$$I_{c,VBP,s} = \frac{I_{c,VBP}}{n_s} = \frac{28.116[cm^4]}{11,137} = 2.524,6[cm^4]$$

$$I_{c,OBP} = \frac{b_{c,OBP} \cdot h_{c,OBP}^3}{12} = \frac{880[cm] \cdot 30^3[cm^3]}{12} = 1.980.000[cm^4]$$

$$I_{c,OBP,s} = \frac{I_{c,OBP}}{n_s} = \frac{1.980.000[cm^4]}{11,137} = 177.786[cm^4]$$

$$I_{i,s} = 4 \cdot \left[I_{st} + A_{st} \cdot (z_{i,s} - z_{s,st})^2 + I_{c,VBP,s} + A_{c,VBP,s} \cdot (z_{i,s} - z_{c,VBP})^2 \right] +$$

$$I_{c,OBP,s} + A_{c,OBP,s} \cdot (z_{i,s} - z_{c,OBP})^2$$

$$= 4 \cdot \left[253.147[cm^4] + 272[cm^2] \cdot (5,01[cm] - 48[cm])^2 \right. \\ \left. + 2.524,6[cm^4] + 225,6[cm^2] \cdot (5,01[cm] - 5,74[cm])^2 \right] +$$

$$177.786[cm^4] + 2.370,5[cm^2] \cdot (5,01[cm] + 15[cm])^2$$

$$= 5.364.351[cm^4]$$

Schwindnormalkraft N_s :

$$N_s = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{n_0}{n_s} \cdot E_{cm} \cdot A_c = 28 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{6,1764}{11,137} \cdot 3400[kN/cm^2] \cdot 36448[cm^2]$$

$$= 19.243[kN]$$

Schwindmoment M_s :

$$M_s = N_s \cdot z_{i,s} = 19.243[kN] \cdot 28,40[cm] = 546,50[kNm]$$

- c) Bestimmen die durch das Schwindmoment zum Zeitpunkt $t=\infty$ bedingte Durchbiegung in Feldmitte

Ermittlung der Durchbiegung aus dem Schwindmoment:

$$f_{Mitte} = \frac{1}{E_0 \cdot I_{i,s}} \cdot \frac{1}{16} \cdot l^2 \cdot 2 \cdot -M_s$$

$$= \frac{1}{21.000[kN/cm^2] \cdot 5.364.351[cm^4]} \cdot \frac{1}{16} \cdot 1800^2[cm^2] \cdot -54.650[kNcm] = -0,10[cm]$$