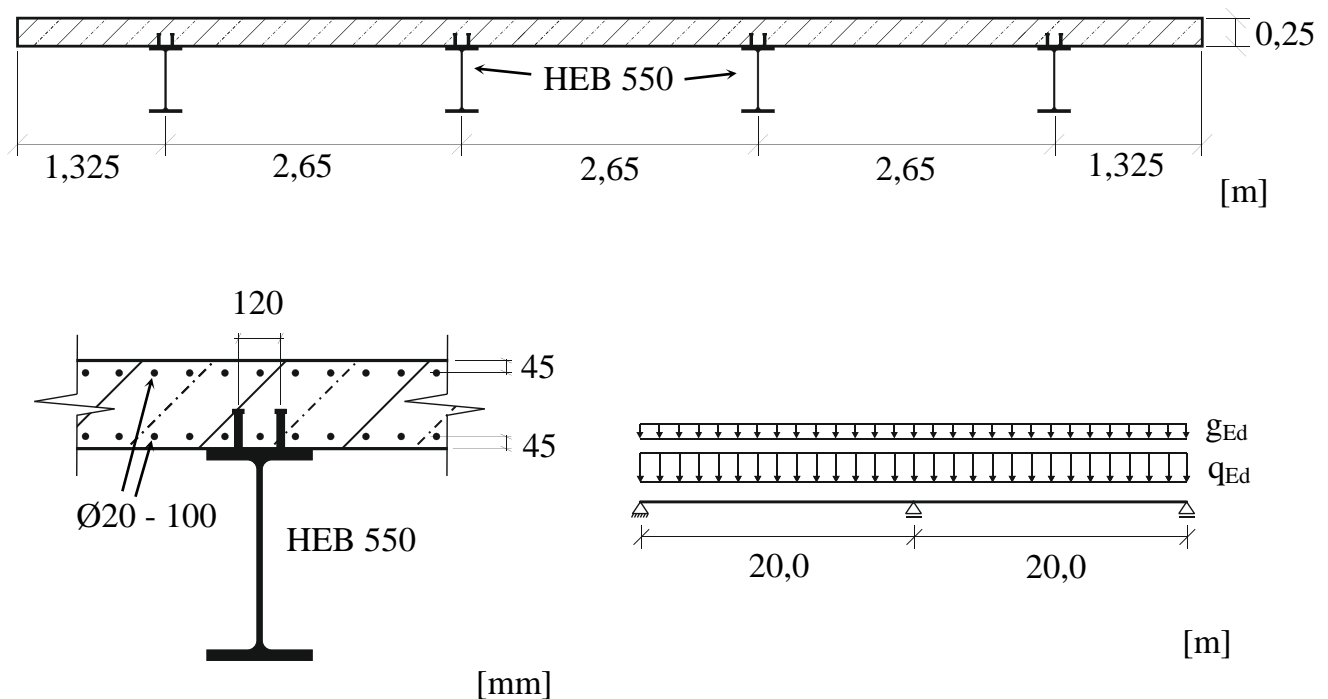


Aufgabe 1**18 Punkte****gegeben:**

- Verbundquerschnitt, Bewehrungsanordnung im Querschnitt über der Stütze und statisches System unter Last gemäß Skizze:



- Material:
 - Beton C 35/45
 - Betonstahl BSt 500 S
 - Baustahl S 355
- Belastung: $g_{Ed} = 75 \text{ kN/m}$
 $q_{Ed} = 190 \text{ kN/m}$

gesucht:

Weisen Sie den Querschnitt im Grenzzustand der Tragfähigkeit infolge der Momenten- und Querkraftbeanspruchung an den maßgebenden Stellen nach. Zeigen Sie zunächst, dass eine plastische Bemessung möglich ist.

Hinweise:

- Bei den gegebenen Belastungen handelt es sich bereits um die Bemessungswerte.
- Die Schnittgrößenermittlung soll ohne Berücksichtigung der Rissbildung erfolgen.
- Die angegebene Belastung ist ausschließlich als Volllast anzusetzen.
- M-V-Interaktion darf vernachlässigen werden.
- Gehen Sie bei Ihren Berechnungen von vollem Verbund aus.

Musterlösung Aufgabe 1**18 Punkte****Schnittgrößenermittlung**

Summe der Belastung

$$q_{Ed}^* = g_{Ed} + q_{Ed} = 75 \text{ kN/m} + 190 \text{ kN/m} = 265 \text{ kN/m}$$

Mit Hilfe Tabellenwerk für Durchlaufträger (z.B. Schneider Bautabellen)

Volllast → Maßgebendes Stützmoment und maßgebende Querkraft:

$$M_b = -0,125 \cdot 265 \text{ kN/m} \cdot (20 \text{ m})^2 = -13\,250 \text{ kNm}$$

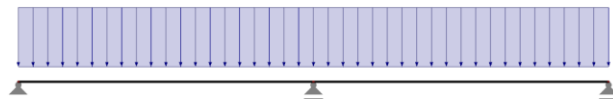
$$M_1 = 0,070 \cdot 265 \text{ kN/m} \cdot (20 \text{ m})^2 = 7\,420 \text{ kNm}$$

$$A = 0,375 \cdot 265 \text{ kN/m} \cdot 20 \text{ m} = 1\,988 \text{ kN}$$

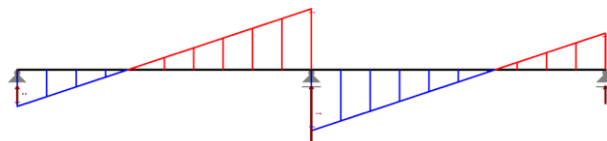
$$V_{bl} = 1\,988 \text{ kN} - 265 \text{ kN/m} \cdot 20 \text{ m} = -3\,312 \text{ kN}$$

Qualitativer Schnittgrößenverlauf (nicht erforderlich):

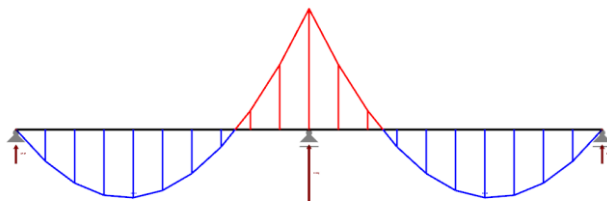
Volllast



Querkraftverlauf



Momentenverlauf

**Bestimmung der mittragenden Breite**

$$b_0 = 12 \text{ cm (siehe Skizze)}$$

$$b_1 = b_2 = 132,5 \text{ cm} - 12 \text{ cm} / 2 = 126,5 \text{ cm}$$

Feld

$$L_e = 0,85 \cdot L_1 = 0,85 \cdot 2000 \text{ cm} = 1\,700 \text{ cm}$$

$$b_{e,i} = L_e / 8 = 212,5 \text{ cm} > b_i = 126,5 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{e,i} + b_0 = 2 \cdot 126,5 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 265 \text{ cm}$$

Stütze

$$L_e = 0,25 \cdot (L_1 + L_2) = 0,25 \cdot (2000 \text{ cm} + 2000 \text{ cm}) = 1\,000 \text{ cm}$$

$$b_{e,i} = L_e / 8 = 125 \text{ cm} < b_{\text{vorh}} = 126,5 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{e,i} + b_0 = 2 \cdot 125 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 262 \text{ cm}$$

Ermittlung der plastischen Tragfähigkeit des Verbundträgers

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{M0} = 35,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,0 = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s = 50 \text{ kN/cm}^2 / 1,15 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 3,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,5 = 2\frac{1}{3} \text{ kN/cm}^2$$

$$A_a = 254 \text{ cm}^2 \text{ (aus Formelsammlung)}$$

$$z_a = h_a / 2 + h_c = 55 \text{ cm} / 2 + 25 \text{ cm} = 52,5 \text{ cm}$$

$$N_{pl,a} = A_a \cdot f_{yd} = 254 \text{ cm}^2 \cdot 35,5 \text{ kN/cm}^2 = 9\,017 \text{ kN}$$

Positive Momententragfähigkeit - Feld

$$A_c = b_{\text{eff}} \cdot h_c = 265 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 6\,625 \text{ cm}^2$$

$$N_{cf} = A_c \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} = 6\,625 \text{ cm}^2 \cdot 0,85 \cdot 2\frac{1}{3} \text{ kN/cm}^2 = 13\,140 \text{ kN}$$

Da $N_{cf} > N_{pl,a} \rightarrow$ Plastische Nulllinie im Betongurt

Da der Stahlträger auf Zug beansprucht wird, ist er Querschnittsklasse 1 zuzuordnen.

$$x_{pl} = \frac{N_{pl,a}}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_{\text{eff}}} = \frac{9\,017 \text{ kN}}{0,85 \cdot 2\frac{1}{3} \text{ kN/cm}^2 \cdot 265 \text{ cm}} = 17,16 \text{ cm} < 25 \text{ cm} \quad \checkmark$$

$$M_{pl,Rd} = N_{pl,a} \cdot \left(z_a - \frac{x_{pl}}{2} \right) = 9\,017 \text{ kN} \cdot \left(52,5 \text{ cm} - \frac{17,16 \text{ cm}}{2} \right) = 396\,027 \text{ kNcm}$$

$$M_{Ed} = \frac{1}{4} \cdot M_1 = \frac{1}{4} \cdot 7\,420 \text{ kNm} = 1\,855 \text{ kNm} \text{ (Belastung pro Trägerabschnitt)}$$

$$M_{Ed} / M_{pl,Rd} = 1\,855 \text{ kNm} / 3\,960 \text{ kNm} = 0,468 < 1 \quad \checkmark$$

Querkraftnachweis - Stütze

Beulgefahr besteht bei unausgesteiften Trägern, falls:

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \cdot \varepsilon \quad \text{mit} \quad \eta = 1,2 \text{ bis S460} \quad \text{und} \quad \varepsilon = \sqrt{235/f_{yk}} = \sqrt{235/355} = 0,814$$

$$\frac{49,2 \text{ cm}}{1,5 \text{ cm}} = 32,8 < \frac{72}{1,2} \cdot 0,814 = 48,8 \rightarrow \text{keine Beulgefahr}$$

$$A_{vz} = a_{vz} \cdot A_a = 0,3939 \cdot 254 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = A_{vz} \cdot f_{yd} / \sqrt{3} = 100 \cdot 35,5 / \sqrt{3} = 2\,050 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 1/4 \cdot V_{bl} = 1/4 \cdot 3\,312 \text{ kN} = 828 \text{ kN} \text{ (Belastung pro Trägerabschnitt)}$$

$$V_{Ed} / V_{pl,Rd} = 828 \text{ kN} / 2\,050 \text{ kN} = 0,404 < 1 \quad \checkmark$$

Da $V_{Ed} / V_{pl,Rd} < 0,5$: Keine Momenten-Querkraft-Interaktion erforderlich!

Negative Momententragfähigkeit - Stütze

$$A_s = A_{si} / \Delta s \cdot b_{eff} = (\pi \cdot d^2 / 4) / \Delta s \cdot b_{eff} = (\pi \cdot (2 \text{ cm})^2 / 4) / 10 \text{ cm} \cdot 262 \text{ cm} = 82,31 \text{ cm}^2$$

$$N_s = 2 \cdot A_s \cdot f_{sd} = 2 \cdot 82,31 \text{ cm}^2 \cdot 43,5 \text{ kN/cm}^2 = 7\,161 \text{ kN} \text{ (Stahllage oben + unten)}$$

Annahme: Nulllinie liegt im Flansch

$$x_{pl} = \frac{N_{pl,a} - N_s}{2 \cdot f_{yd} \cdot b_f} + h_c = \frac{9\,017 \text{ kN} - 7\,161 \text{ kN}}{2 \cdot 35,5 \text{ kN/cm}^2 \cdot 30 \text{ cm}} + 25 \text{ cm} = 0,87 \text{ cm} + 25 \text{ cm} = 25,87 \text{ cm} \begin{matrix} < 27,9 \text{ cm} \\ > 25 \text{ cm} \end{matrix} \quad \checkmark$$

$$N_f^* = 2 \cdot f_{yd} \cdot b_f \cdot (x_{pl} - h_c) = 2 \cdot 35,5 \text{ kN/cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot (25,87 \text{ cm} - 25 \text{ cm}) = 1\,853 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} M_{pl,Rd} &= N_{pl,a} \cdot z_a - \sum_i N_{s,i} \cdot z_{si} - N_f^* \cdot \left(\frac{x_{pl} + h_c}{2} \right) = \\ &= 9\,017 \text{ kN} \cdot 52,5 \text{ cm} - \frac{7\,161 \text{ kN}}{2} \cdot (4,5 \text{ cm} + 20,5 \text{ cm}) - 1\,853 \cdot \left(\frac{25,87 \text{ cm} + 25 \text{ cm}}{2} \right) \\ &= 336\,749 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

$$M_{Ed} = 1/4 \cdot M_b = 1/4 \cdot 13\,250 \text{ kNm} = 3\,313 \text{ kNm} \text{ (Belastung pro Trägerabschnitt)}$$

$$M_{Ed} / M_{pl,Rd} = 3\,313 \text{ kNm} / 3\,367 \text{ kNm} = 0,984 < 1 \quad \checkmark$$

Nachweis der Querschnittsklasse:

Flansch unten (komplett auf Druck beansprucht):

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{(b_f - t_w - 2 \cdot r)/2}{t_f} = \frac{(30 \text{ cm} - 1,5 \text{ cm} - 2 \cdot 2,7 \text{ cm})/2}{2,9 \text{ cm}} = 3,98$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{35,5 \text{ kN/cm}^2}} = 0,81$$

$$\frac{c_f}{t_f} = 3,98 < 9 \cdot \varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,29 \quad \checkmark \quad \rightarrow \quad \text{Querschnittsklasse 1}$$

Steg (komplett auf Druck beansprucht):

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r}{t_w} = \frac{55 \text{ cm} - 2 \cdot 2,9 \text{ cm} - 2 \cdot 2,7 \text{ cm}}{1,5 \text{ cm}} = 29,2$$

$$\frac{c_w}{t_w} = 29,2 < 38 \cdot \varepsilon = 38 \cdot 0,81 = 30,78 \quad \checkmark \quad \rightarrow \quad \text{Querschnittsklasse 2}$$

Der Gesamtquerschnitt ist Querschnittsklasse 2 zuzuordnen und darf somit plastisch bemessen werden.

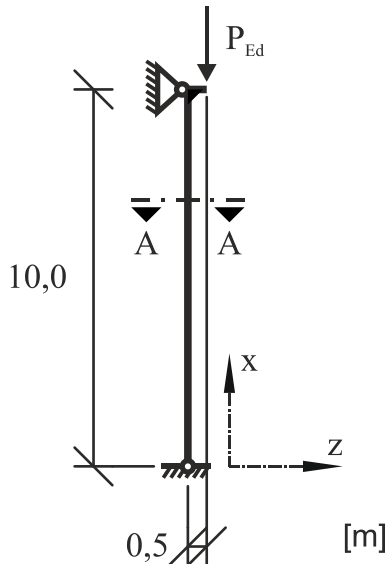
Aufgabe 2

20 Punkte

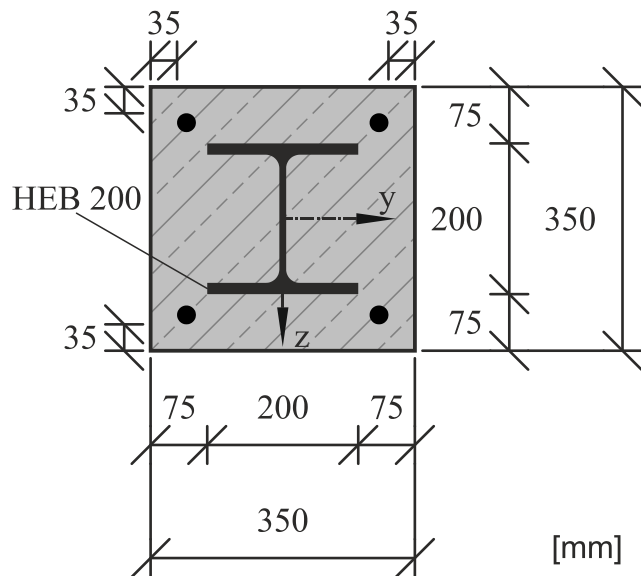
gegeben:

- Verbundstützenquerschnitt und statisches System unter Last gemäß Skizze:

Statisches System



Schnitt A-A



- Material:

- Beton C 30/37
- Betonstahl BSt 500 S
- Baustahl S 355

- Querschnittswerte

| | h | b | t _f | t _w | r | A | I _{yy} |
|----------------|------|------|----------------|----------------|------|--------------------|--------------------|
| | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [cm ²] | [cm ⁴] |
| HEB 200 | 200 | 200 | 15,0 | 9,0 | 18,0 | 78,1 | 5700 |

- Belastung:

- Einzellast: $P_{Ed} = 400 \text{ kN}$

gesucht:

- a) Überprüfen Sie, ob die abgebildete Stütze als Verbundstütze bemessen werden darf.
- b) Weisen Sie die Verbundstütze im Grenzzustand der Tragfähigkeit infolge der Einzellast P_{Ed} nach.

Hinweise:

- Ein Knicken der Verbundstütze unter planmäßig zentrischem Druck muss nicht separat nachgewiesen werden.
- Der Einfluss aus Kriechen und Schwinden kann vernachlässigt werden.
- Die Schnittgrößenermittlung kann nach Theorie I. Ordnung erfolgen.
- Das Eigengewicht der Konstruktion ist nicht zu berücksichtigen.

Musterlösung Aufgabe 2**20 Punkte****Berechnung der Schnittgrößen**

- Einwirkungen:

$$P_{Ed} = 400,0 \quad [\text{kN}]$$

$$\begin{aligned} N_{Ed} &= P_{Ed} \\ &= 400,0 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Ed} &= P_{Ed} \cdot e \\ &= 400,0 \cdot 0,5 \\ &= 200,0 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

Lastausmitte:

$$e = 0,50 \quad [\text{m}]$$

Ermittlung der Querschnittswerte

- Beton:

$$h_c = 350 \quad [\text{mm}]$$

$$b_c = 350 \quad [\text{mm}]$$

$$\begin{aligned} A_c &= b_c \cdot h_c \\ &= 35 \cdot 35 \\ &= 1225,0 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_c &= b_c \cdot \frac{h_c^3}{12} \\ &= 35 \cdot \frac{42875}{12} \\ &= 125052 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$E_{cm} = 3300 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

EN 1992-1-1, Tab. 3.1

- Betonstahl: 4 Ø 25

$$c_{nom} = 35 \quad [\text{mm}]$$

$$\begin{aligned} A_s &= p \cdot \frac{d^2}{4} \\ &= p \cdot \frac{6,25}{4} \\ &= 4,9 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

ein Bewehrungsstab

$$\begin{aligned}
 I_s &= 4 \cdot \left[\pi \cdot \frac{r^4}{4} + A_s \cdot \left(\frac{h_c}{2} - c_{\text{nom}} - r \right)^2 \right] \\
 &= 4 \cdot \left[\pi \cdot \frac{2,441}{4} + 4,9 \cdot \left(\frac{35,0}{2} - 3,5 - 1,25 \right)^2 \right] \\
 &= 3200 \quad [\text{cm}^4]
 \end{aligned}$$

$$E_s = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

- Baustahl: HEB 200

$$h = 200 \quad [\text{mm}]$$

$$b = 200 \quad [\text{mm}]$$

$$t_w = 9,0 \quad [\text{mm}]$$

$$t_f = 15,0 \quad [\text{mm}]$$

$$A_a = 78,1 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_{a,y} = 5700 \quad [\text{cm}^4]$$

$$E_a = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

aus Tabellenwerk:
z.B. 20. SBT, Tafel
8.169

Ermittlung der Bemessungswerte der Werkstofffestigkeiten

- Beton: C 30/37

$$\begin{aligned}
 f_{cd} &= \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \\
 &= \frac{30,0}{1,5} \\
 &= 20,0 \quad [\text{N/mm}^2]
 \end{aligned}$$

- Betonstahl: BSt 500 S

$$\begin{aligned}
 f_{sd} &= \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \\
 &= \frac{50,0}{1,15} \\
 &= 435,0 \quad [\text{N/mm}^2]
 \end{aligned}$$

- Baustahl: S 355

$$\begin{aligned}f_{yd} &= \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} \\&= \frac{355,0}{1,0} \\&= 355,00 \quad [\text{N/mm}^2]\end{aligned}$$

Überprüfung der Bemessung als Verbundstütze

- Festigkeitsklasse

Beton: C 20/25 ≤ C 30/37 ≤ C 50/60

Baustahl: S 235 ≤ S 355 ≤ S 460

EN 1994-1-1, Kap. 6.7.1(2)

✓

- Querschnittsparameters d

EN 1994-1-1, Kap. 6.7.1(4)

$$\begin{aligned}N_{pl,Rd} &= A_a \cdot f_{yd} + 0,85 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{sd} \\&= 78,1 \cdot 35,5 + 0,85 \cdot 1225 \cdot 2,0 + 20 \cdot 43,5 \\&= 5709,2 \quad [\text{kN}]\end{aligned}$$

EN 1994-1-1, Gl. (6.30)

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{A_a \cdot f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \\&= \frac{78 \cdot 35,5}{5709} \\&= 0,486 \quad [\text{kN}]\end{aligned}$$

EN 1994-1-1, Gl. (6.38)

$$0,2 \leq \delta \leq 0,9$$

$$0,2 \leq 0,486 \leq 0,9$$

✓

→ Bemessung der Stütze kann nicht nach EC 4 erfolgen!

Überprüfung der Anwendungsgrenzen des vereinfachten Nachweisverfahren:

EN 1994-1-1, Kap. 6.7.3.1

- doppelsymmetrischer Verbundquerschnitt

✓

- über die Bauteillänge konstanter Verbundquerschnitt

✓

- maximale rechnerisch zu Berücksichtigende Betondeckung

$$c_z = 75 \text{ [mm]} \leq 0,3 \cdot h_c = 105 \text{ [mm]} \quad \checkmark$$

$$c_y = 75 \text{ [mm]} \leq 0,4 \cdot b_c = 140 \text{ [mm]} \quad \checkmark$$

- bezogener Schlankheitsgrad

$$\begin{aligned} N_{pl,Rk} &= A_a \cdot f_{yk} + 0,85 \cdot A_c \cdot f_{ck} + A_s \cdot f_{sk} \\ &= 78,1 \cdot 35,5 + 0,85 \cdot 1225 \cdot 3,0 + 20 \cdot 50,0 \\ &= 6878,0 \text{ [kN]} \end{aligned}$$

EN 1994-1-1, Gl. (6.40)

$$\begin{aligned} (EI)_{eff} &= E_a \cdot I_{a,y} + E_s \cdot I_s + K_e \cdot E_{cm} \cdot I_c \\ &= 21000 \cdot 5700 + 21000 \cdot 3200 + 0,6 \cdot 3300 \cdot 125052 \\ &= 43449 \text{ [kNcm}^2] \cdot 10^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{cr} &= \frac{(EI)_{eff} \cdot \pi^2}{L_{cr}^2} \\ &= \frac{43449 \cdot \pi^2}{100,0} \\ &= 4288,3 \text{ [kN]} \end{aligned}$$

Euler-Fall 2:

$$l_0 = H = L_{cr} = 10,00 \text{ [m]}$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} &= \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \\ &= \sqrt{\frac{6878}{4288}} \\ &= 1,266 \text{ [-]} \leq 2,0 \text{ [-]} \end{aligned}$$

→ Grenze eingehalten!

✓

- vorhandene Längsbewehrung

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{4 \cdot A_s}{A_c} \\ &= \frac{4 \cdot 19,6}{1225} \\ &= 1,60 \text{ [%]} \leq 6,0 \text{ [%]} \end{aligned}$$

→ Grenze eingehalten!

✓

→ Bemessung der Verbundstütze mit vereinfachtem Nachweisverfahren möglich!

Nachweis gegen örtliches Beulen

Der Nachweis gegen örtliches Beulen darf entfallen!

EN 1994-1-1, Kap. 6.7.1(9)

Bestimmung der angenäherten Interaktionskurve (starke Achse)

EN 1994-1-1, Bild 6.19

• Punkt A

$$\begin{aligned} N_A &= N_{pl,Rd} = 5709,2 \quad [\text{kN}] \\ M_A &= 0,0 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

• Punkt B

$$\begin{aligned} N_B &= 0,0 \quad [\text{kN}] \\ M_B &= M_{pl,Rd} \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

Annahme: Nulllinie liegt im Steg des Baustahlprofils

$$\begin{aligned} N_{pl,a} &= A_a \cdot f_{yd} \\ &= 78,1 \cdot 35,5 \\ &= 2772,6 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_f &= 2 \cdot b \cdot t_f \cdot f_{yd} \\ &= 2 \cdot 20,0 \cdot 1,5 \cdot 35,5 \\ &= 2130,0 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{pl} &= \frac{N_{pl,a} - N_f + 2 \cdot t_w \cdot (c_z + t_f) \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot b_c \cdot f_{cd} + 2 \cdot t_w \cdot f_{yd}} \\ &= \frac{2773 - 2130 + 2 \cdot 0,9 \cdot (7,5 + 1,5) \cdot 35,5}{0,85 \cdot 35,0 \cdot 2,0 + 2 \cdot 0,9 \cdot 35,5} \\ &= 9,87 \quad [\text{cm}] \geq c_z + t_f = 9,0 \quad [\text{cm}] \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{s,i} &= 2 \cdot A_s \cdot f_{sd} \\ &= 2 \cdot 4,9 \cdot 43,5 \\ &= 427,1 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{c,f} &= 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x_{pl} \\ &= 0,85 \cdot 2,0 \cdot 20,0 \cdot 9,9 \\ &= 587,1 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_w &= 2 \cdot f_{yd} \cdot t_w \cdot (x_{pl} - t_f) \\ &= 2 \cdot 35,5 \cdot 0,9 \cdot (9,9 - 1,5) \\ &= 55,4 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{S,S} &= \frac{h_c}{2} - c_{nom} - \frac{d_s}{2} \\ &= \frac{35,0}{2} - 3,5 - \frac{2,5}{2} \\ &= 12,75 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{pl,Rd} &= 2 \cdot N_{S,i} \cdot z_{S,S} + N_{c,f} \cdot \left(\frac{h_c - x_{pl}}{2} \right) && \text{Momentensumme um} \\ &+ N_f \cdot \left(\frac{h_a - t_f}{2} \right) + N_w \cdot \left(\frac{h_a - x_{pl} - t_f + c_z}{2} \right) && \text{den Verbundstützen-} \\ &= 2 \cdot 427 \cdot 12,8 + 335,5 \cdot \left(\frac{35,0 - 9,9}{2} \right) && \text{schwerpunkt} \\ &+ 2130 \cdot \left(\frac{20,0 - 1,5}{2} \right) + 55,4 \cdot \left(\frac{20,0 - 9,9 - 1,5 + 7,5}{2} \right) \\ &= 38417,53 \quad [\text{kNcm}] = 384,18 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

• Punkt D

$$\begin{aligned} N_D &= N_{pm,Rd} / 2 \quad [\text{kN}] \\ M_D &= M_{max,Rd} \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

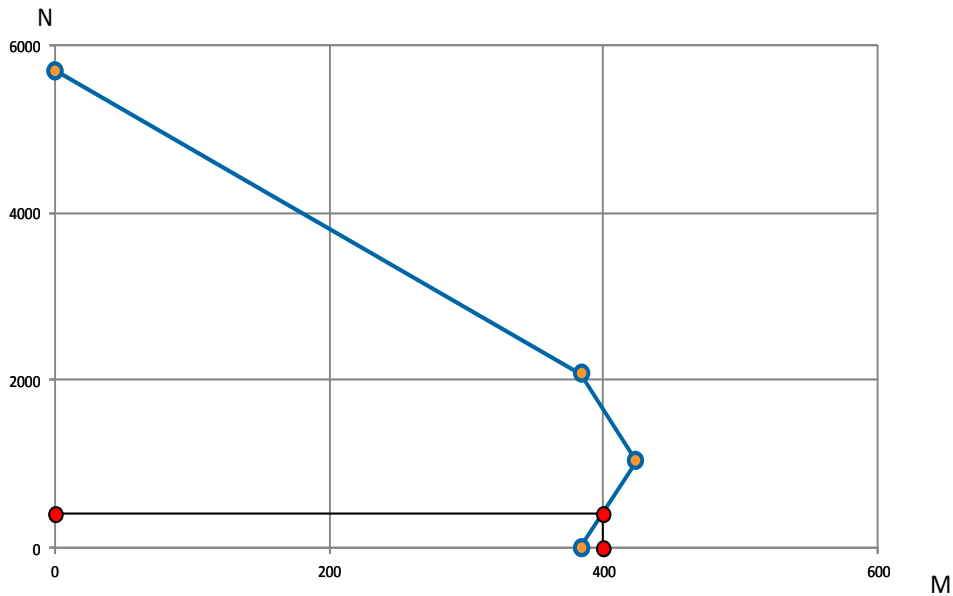
$$\begin{aligned} \frac{N_{pm,Rd}}{2} &= \frac{1}{2} \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_c \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,85 \cdot 2,0 \cdot 1225 \\ &= 1041,25 \quad [\text{kN}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_n &= \frac{h_c}{2} - x_{pl} \\ &= \frac{35,0}{2} - 9,9 \\ &= 7,63 \quad [\text{cm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{max,Rd} &= M_{pl,Rd} + \frac{N_{pm,Rd}}{2} \cdot \frac{h_n}{2} \\ &= 384 + 1041 \cdot \frac{0,076}{2} \\ &= 423,91 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

• Punkt C

$$\begin{aligned} N_C &= N_{pm,Rd} = 2082,50 \quad [\text{kN}] \\ M_C &= M_{pl,Rd} = 352,56 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$



$$\rightarrow M_{pl,N,Rd} = 399,44 \quad [\text{kNm}]$$

$$\begin{aligned} \frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} &\leq \alpha_M \\ \frac{200,0}{399,4} &\leq 0,9 \\ 0,50 &\leq 0,9 \quad \checkmark \end{aligned}$$

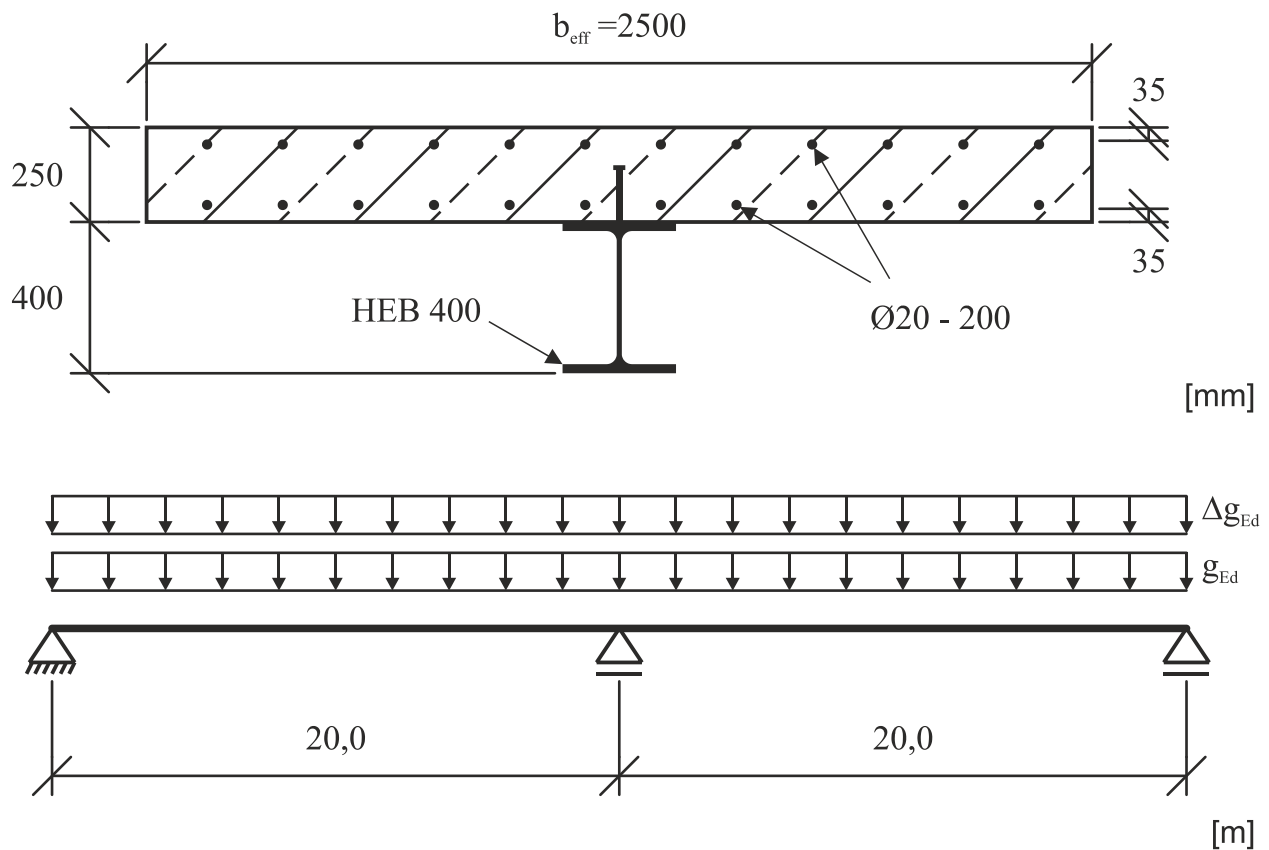
$$\alpha_M = 0,90 \quad [\text{m}]$$

Aufgabe 3

22 Punkte

gegeben:

- Verbundquerschnitt mit Eigengewichtsverbund und statisches System unter Last gemäß Skizze:



- Material:

- Beton C 35/45
- Betonstahl BSt 500 S
- Baustahl S 355

- Querschnittswerte

| | h | b | t_f | t_w | r | A | I |
|----------------|------|------|-------|-------|------|--------------------|--------------------|
| | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [cm ²] | [cm ⁴] |
| HEB 400 | 400 | 200 | 24,0 | 13,5 | 27,0 | 198 | 57680 |

- Verbundquerschnittswerte

| | n_i | z_i | S_i | I_i |
|------------------------------|-------|--------|----------|----------|
| | $[-]$ | $[cm]$ | $[cm^3]$ | $[cm^4]$ |
| zeitlich konstante (Index P) | 16,37 | 9,8 | 3740 | 229300 |
| Schwinden (Index S) | 11,27 | 7,7 | 4270 | 250700 |
| Kriechen (Index PT) | 11,27 | 7,7 | 4270 | 250700 |

- Kopfbolzendübel Ø19

$$P_{Rd} = 80 \text{ kN}$$

- Belastung:

- Eigengewicht $g_{Ed} = 7,0 \text{ kN/m}^2$
- Ausbaulast $\Delta g_{Ed} = 13,0 \text{ kN/m}^2$

- Beiwert zur Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens. Kriechen und Schwinden setzen erst nach 28 Tagen ein.
- Schwinddehnung für $t = \infty$: $\varepsilon_{cs} = -27 \cdot 10^{-5}$

gesucht:

- Bestimmen Sie die Querkraftverteilung zum Zeitpunkt $t = \infty$ unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Betonverhaltens (Kriechen und Schwinden) und der Rissbildung im Stützenbereich.
- Ermitteln Sie abschnittsweise den erforderlichen Abstand der Verbundmittel.

Hinweise:

- Bei den gegebenen Lasten handelt es sich um Bemessungswerte.
- Das Eigengewicht und die Ausbaulast wirken vereinfacht ab $t = 28$ Tagen.
- Gehen Sie bei Ihren Berechnungen von vollem Verbund aus.
- Der Verbundträger ist der Querschnittsklasse 1 oder 2 zuzuordnen.
- Die Verbundmittel sind abschnittsweise entsprechend dem Schubflussverlauf anzuordnen. Eine über die gesamte Trägerlänge äquidistant gewählte Dübelanordnung ist nicht zulässig.

Musterlösung Aufgabe 3

22 Punkte

Ermittlung der Querschnittswerte

- Beton: C 35/45

$$h_c = 250 \quad [\text{mm}]$$

$$b_{\text{eff}} = 2500 \quad [\text{mm}]$$

$$\begin{aligned} A_c &= b_{\text{eff}} \cdot h_c \\ &= 250 \cdot 25 \\ &= 6250,0 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_c &= b_{\text{eff}} \cdot \frac{h_c^3}{12} \\ &= 250 \cdot \frac{15625}{12} \\ &= 325521 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$E_{\text{cm}} = 3400 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

EN 1992-1-1, Tab. 3.1

- Betonstahl: 2 \emptyset 20 - 200
c_{nom} = 35 [mm]

$$\begin{aligned} A_{s,i} &= \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} \cdot \left(\frac{b_{\text{eff}}}{e_s} \right) \\ &= \pi \cdot \frac{4,0}{4} \cdot \left(\frac{250}{20} \right) \\ &= 39,3 \quad [\text{cm}^2] \end{aligned}$$

eine Bewehrungslage

$$\begin{aligned} I_s &= 2 \cdot \left[\left(\frac{b_{\text{eff}}}{e_s} \right) \cdot \pi \cdot \frac{r^4}{4} + A_{s,i} \cdot \left(\frac{h_c}{2} - c_{\text{nom}} - r \right)^2 \right] \\ &= 2 \cdot \left[\left(\frac{250}{20} \right) \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} + 39,3 \cdot \left(\frac{25,0}{2} - 3,5 - 1,00 \right)^2 \right] \\ &= 5341 \quad [\text{cm}^4] \end{aligned}$$

$$E_s = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

- Baustahl: HEB 400

$$h = 400 \quad [\text{mm}]$$

$$b = 300 \quad [\text{mm}]$$

$$t_w = 13,5 \quad [\text{mm}]$$

$$t_f = 24,0 \quad [\text{mm}]$$

$$A_a = 198,0 \quad [\text{cm}^2]$$

$$I_{a,y} = 57680 \quad [\text{cm}^4]$$

aus Tabellenwerk:
z.B. 20. SBT, Tafel
8.169

$$\begin{aligned}
 z_a &= h_c + \frac{h_a}{2} \\
 &= \frac{25,0}{2} + \frac{40,0}{2} \\
 &= 32,5 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

bezogen auf den
Betonschwerpunkt

$$E_a = 21000 \quad [\text{kN/cm}^2]$$

Ermittlung der ideellen Querschnittswerte

ungerissen

- Gesamtstahl:

$$\begin{aligned}
 A_{St} &= 2 \cdot A_{S,i} + A_a \\
 &= 2 \cdot 39,3 + 198,0 \\
 &= 276,5 \quad [\text{cm}^2]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{St} &= \frac{A_a \cdot z_a}{A_{St}} \\
 &= \frac{198,0 \cdot 32,5}{276,5} \\
 &= 23,27 \quad [\text{cm}] = a_{St}
 \end{aligned}$$

bezogen auf den
Betonschwerpunkt

$$\begin{aligned}
 S_{St} &= 2 \cdot A_{S,i} \cdot z_{St} \\
 &= 2 \cdot 39,3 \cdot 23,27 \\
 &= 1827,6 \quad [\text{cm}^3]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{St} &= I_a + A_a \cdot (z_a - z_{St})^2 + I_s + A_s \cdot (z_{St})^2 \\
 &= 57680 + 198,0 \cdot (32,5 - 23,3)^2 + 33321 + 78,5 \cdot (23,3)^2 \\
 &= 122418 \quad [\text{cm}^4]
 \end{aligned}$$

- kurzzeitige Beanspruchungen:

$$\begin{aligned}
 n_0 &= \frac{E_a}{E_{cm}} \\
 &= \frac{21000}{3400} \\
 &= 6,18 \quad [-]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{c,0} &= \frac{A_c}{n_0} \\
 &= \frac{6250,0}{6,18} \\
 &= 1011,9 \quad [\text{cm}^2]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{c,0} &= \frac{I_c}{n_0} \\
 &= \frac{325521}{6,18} \\
 &= 52703 \quad [\text{cm}^4]
 \end{aligned}$$

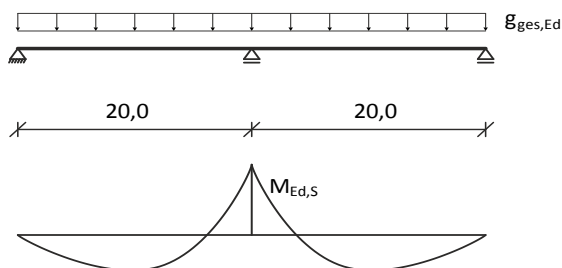
$$\begin{aligned}
 A_{i,0} &= A_{st} + A_{c,0} \\
 &= 276,5 + 1012 \\
 &= 1288,4 \quad [\text{cm}^2]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{i,0} &= \frac{A_{st} \cdot a_{st}}{A_{i,0}} \\
 &= \frac{276,5 \cdot 23,3}{1288,4} \\
 &= 4,99 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{i,0} &= A_{c,0} \cdot z_{i,0} \\
 &= 1012 \cdot 4,99 \\
 &= 5053,9 \quad [\text{cm}^3]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{i,0} &= I_{st} + I_{c,0} + S_{i,0} \cdot a_{st} \\
 &= 150397 + 52703 + 5053,9 \cdot 23,3 \\
 &= 292723 \quad [\text{cm}^4]
 \end{aligned}$$

Berechnung des Stützmomentes zum Zeitpunkt $t = 0$ (Zustand I)



• Einwirkungen:

$$\begin{aligned}
 g_{Ed} &= 7,0 \quad [\text{kN/m}^2] \\
 \Delta g_{Ed} &= 13,0 \quad [\text{kN/m}^2]
 \end{aligned}$$

$$b_{eff} = 2,5 \quad [\text{m}]$$

$$\begin{aligned}
 g_{ges,Ed} &= 20,00 \quad [\text{kN/m}^2] \\
 g_{ges,Ed} &= 50,00 \quad [\text{kN/m}]
 \end{aligned}$$

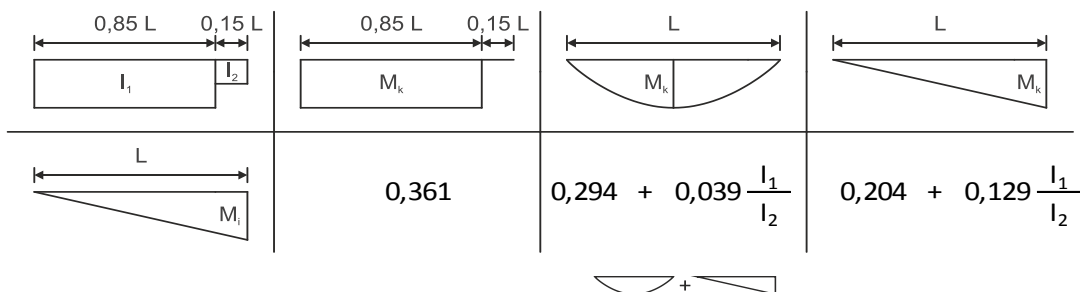
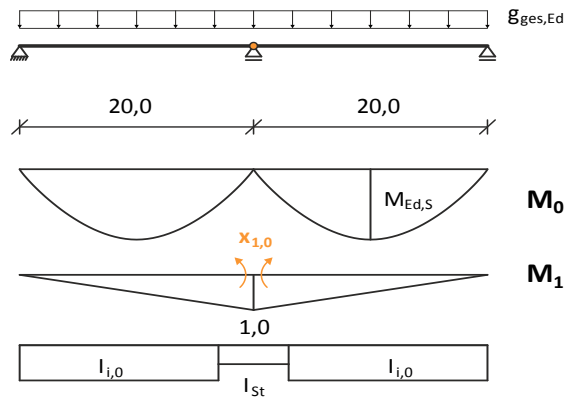
- infolge q :

$$\begin{aligned} M_{Ed,S} &= -0,125 \cdot g_{ges,Ed} \cdot L^2 \\ &= -0,125 \cdot 50 \cdot 400 \\ &= -2500,0 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

19. SBT - Tafel 4.14

ungerissener Zustand

Berechnung des Stützmomentes zum Zeitpunkt $t = 0$ (Zustand II)



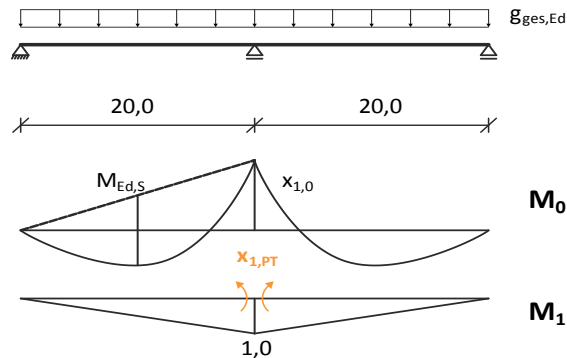
$$\begin{aligned} E_a I_{i,0} \cdot \delta_{10} &= 2 \cdot 1,0 \cdot 2500 \cdot \left(0,294 + 0,039 \cdot \frac{292723}{122418} \right) \cdot 20 \\ &= 38725,6 \quad [\text{kNm}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_a I_{i,0} \cdot \delta_{11} &= 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \left(0,204 + 0,129 \cdot \frac{292723}{122418} \right) \cdot 20 \\ &= 20,50 \quad [\text{m}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{1,0} &= - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{37716,2}{19,16} \\ &= -1889,2 \quad [\text{kNm}] \end{aligned}$$

Stützmoment unter Berücksichtigung der Rissbildung

Berechnung des Stützmomentes zum Zeitpunkt $t = \infty$ (Zustand II)



$$E_a I_{i,P} \cdot \delta_{10} = 2 \cdot 1,0 \cdot 2500 \cdot \left(0,294 + 0,039 \cdot \frac{229300}{122418} \right) \cdot 20 \quad \text{Verdrehung infolge } M_0 \text{ (zeitlich konstant)}$$

$$+ 2 \cdot 1,0 \cdot -1968 \cdot \left(0,204 + 0,129 \cdot \frac{229300}{122418} \right) \cdot 20$$

$$= 3029,9 \quad [\text{kNm}^2]$$

$$E_a I_{i,PT} \cdot \delta_{11} = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \left(0,204 + 0,129 \cdot \frac{292723}{122418} \right) \cdot 20 \quad \text{Verdrehung infolge } M_1 \text{ (zeitlich veränderlich)}$$

$$= 18,73 \quad [\text{m}]$$

$I_{i,PT} = I_{i,S}$

$$x_{1,PT} = - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \cdot \frac{I_{i,PT}}{I_{i,P}} = \frac{2637,2}{17,72} \cdot \frac{278600}{257300}$$

$$= -176,9 \quad [\text{kNm}]$$

nur das E_a kürzt sich raus!

$$x_{1,\infty} = x_{1,0} + x_{1,PT}$$

$$= -1889,19 + -176,890$$

$$= -2066,1 \quad [\text{kNm}]$$

Zwangsschnittgrößen aus Schwinden zum Zeitpunkt $t = \infty$ (Zustand II)

$$N_S = \varepsilon_{cs} \cdot 10^{-5} \cdot \frac{n_0}{n_s} \cdot E_{cm} \cdot A_c$$

$$= 27,0 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{6,176}{11,27} \cdot 3400 \cdot 6250$$

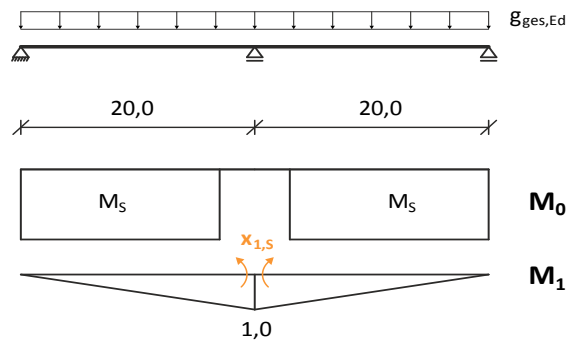
$$= 3143,8 \quad [\text{kN}]$$

$\varepsilon_{cs} = -27 \cdot 10^{-5} [-]$

$$M_S = N_S \cdot z_{i,S}$$

$$= 3143,84 \cdot 0,077$$

$$= 242,1 \quad [\text{kNm}]$$



$$E_a I_{i,S} \cdot \delta_{10} = 2 \cdot 1,0 \cdot 242,1 \cdot 0,361 \cdot 20$$

$$= 3495,6 \quad [\text{kNm}^2]$$

$$E_a I_{i,S} \cdot \delta_{11} = 2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \left(0,204 + 0,129 \cdot \frac{250700}{122418} \right) \cdot 20 \quad I_{i,PT} = I_{i,S}$$

$$= 18,73 \quad [\text{m}]$$

$$x_{1,S} = - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{3495,6}{17,72}$$

$$= -186,7 \quad [\text{kNm}]$$

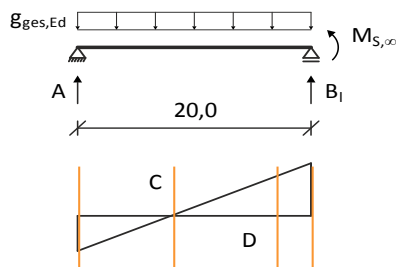
Stützmoment zum Zeitpunkt $t = \infty$ (Zustand II)

$$M_{S,\infty} = x_{1,\infty} + x_{1,S}$$

$$= -2066,08 + -186,657$$

$$= -2252,7 \quad [\text{kNm}]$$

Querkraftverlauf zum Zeitpunkt $t = \infty$ (Zustand II)



$$A = \frac{M_{S,\infty} + \frac{g_{ges,Ed} \cdot L^2}{2}}{L}$$

$$= \frac{-2252,74 + \frac{50 \cdot 400}{2}}{20}$$

$$= 387,4 \quad [\text{kN}]$$

System ist doppel-symmetrisch:
Es wird nur eine Seite betrachtet

$$\begin{aligned}
 B_1 &= -A + g_{ges,Ed} \cdot L \\
 &= -387,363 + 50 \cdot 20,0 \\
 &= 612,6 \quad [\text{kN}]
 \end{aligned}
 \quad \Sigma V = 0$$

- 1. Abschnitt: A - C

$$\begin{aligned}
 x_{Q=0} &= \frac{A}{g_{ges,Ed}} \\
 &= \frac{387,36}{50,00} \\
 &= 7,7 \quad [\text{m}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_A &= \frac{A \cdot S_{i,p}}{I_{i,p}} \\
 &= \frac{387,36 \cdot 3740,0}{229300} \cdot 10^2 \\
 &= 631,8 \quad [\text{kN/m}]
 \end{aligned}$$

$$T_C = 0,0 \quad [\text{kN/m}]$$

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \frac{P_{Rd}}{T_A} \\
 &= \frac{80,0}{631,8} \\
 &= 12,6 \quad [\text{cm}] \quad \rightarrow \quad 634,9 \quad [\text{kN/m}] \quad \checkmark
 \end{aligned}
 \quad P_{Rd} = 80,0 \quad [\text{kN}]$$

$$\begin{aligned}
 e_{min} &= 5 \cdot d_{KBD} \\
 &= 9,5 \quad [\text{cm}]
 \end{aligned}$$

- 2. Abschnitt: C - D

$$\begin{aligned}
 x_D &= 0,85 \cdot L \\
 &= 0,85 \cdot 20,0 \\
 &= 17,0 \quad [\text{m}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_D &= q_{Ed} \cdot x_D - A \\
 &= 50,0 \cdot 17,0 - 387,4 \\
 &= 462,6 \quad [\text{kN}]
 \end{aligned}$$

$$T_C = 0,0 \quad [\text{kN/m}]$$

$$\begin{aligned}
 T_D &= \frac{V_D \cdot S_{i,p}}{I_{i,p}} \\
 &= \frac{462,64 \cdot 3740,0}{229300} \cdot 10^2 \\
 &= 754,6 \quad [\text{kN/m}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_2 &= \frac{P_{Rd}}{T_D} \\ &= \frac{80,0}{754,6} \\ &= 10,6 \quad [\text{cm}] \quad \rightarrow \quad 754,7 \quad [\text{kN/m}] \quad \checkmark \end{aligned}$$

- 3. Abschnitt: D - B

$$T_D = 754,6 \quad [\text{kN/m}]$$

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{B_I \cdot S_{St}}{I_{st}} \\ &= \frac{462,64 \cdot 1827,6}{122418} \cdot 10^2 \\ &= 914,6 \quad [\text{kN/m}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_3 &= \frac{P_{Rd}}{T_B} \\ &= \frac{80,0}{914,6} \\ &= 8,7 \quad [\text{cm}] \quad \rightarrow \quad 919,5 \quad [\text{kN/m}] \quad \checkmark \end{aligned}$$