

Verbundbau - WS 2014/2015

7. – 10. Vorlesung / Übung

Daniel Pak

27.11.2014

04.12.2014

18.12.2014

08.01.2015



Terminübersicht und Übungsinhalte

Termin	Thema	Inhalt
09.10.2014	Einführung ULS 1	Übersicht Stahlbau IV, Vorstellung der PVL, Allgemeines zum Verbundbau, Klassifizierung, Schnittgrößenermittlung
16.10.2014	ULS 2	plastische Momententragfähigkeit
23.10.2014	ULS 3	elastische Momententragfähigkeit, Biegung und Querkraft
06.11.2014	ULS 4, Verbundmittel	Verbundmittel
13.11.2014	Biegedrillknicken	Biegedrillknicken
20.11.2014	Verbundstützen 1	Einführung, Berechnungsverfahren
27.11.2014	Verbundstützen 2 Berechnung nach Elastizitätstheorie 1	Interaktion Biegung+Normalkraft
04.12.2014	Berechnung nach Elastizitätstheorie 2	Berücksichtigung zeitabhängigem Verhaltens, Gesamtquerschnittsverfahren
18.12.2014	Berechnung nach Elastizitätstheorie 3	Berücksichtigung zeitabhängigem Verhaltens, Gesamtquerschnittsverfahren
08.01.2015	Berechnung nach Elastizitätstheorie 4 Verbunddecken	Gesamtquerschnittsverfahren Einführung, Berechnungsverfahren
15.01.2015	Verbunddecken Anschlüsse im Verbundbau	Berechnungsbeispiel Entwurf von Anschlüssen
22.01.2015	Erhaltung stählerner Tragwerke	Richtlinien (Brückenbauwerke) Praxisbeispiel Eisenbahnhochbrücke Hochdonn

Normen

- Erhältlich als Download in www.perinorm.com
DIN EN 1994-1-1 + NA



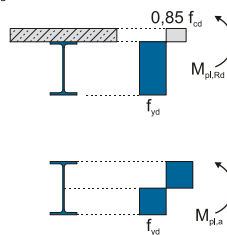
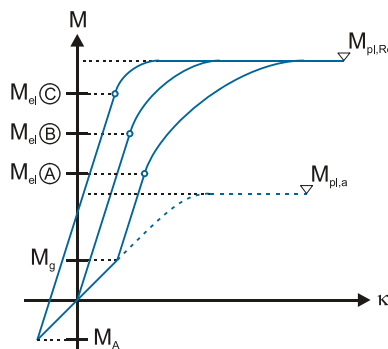
Weitere Literatur

- Kuhlmann, U., Stahlbau Kalender 2010 (Verbundbau), Ernst & Sohn, Berlin 2010
- Minnert, J., Wagenknecht, G., Verbundbau-Praxis, Berechnung und Konstruktion nach Eurocode 4, Beuth Verlag, Berlin 2013

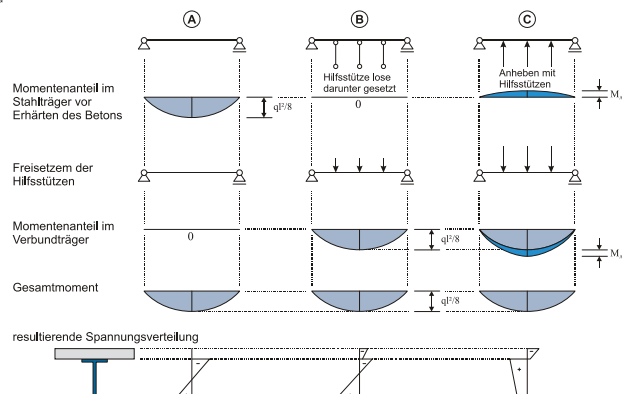
Elastizitätstheorie

1. Berechnung nach der Elastizitätstheorie

1.1 Allgemeines



DIN EN 1994-1-1: 2010-12, Kap. 5.4.2



1.2 Werkstoffverhalten von Beton

- Kurzzeitbeanspruchungen:
 - linear elastisches Verhalten
 - ausschließlich elastische Verformungen
- Länger andauernde Beanspruchungen (ständige und quasi-ständige Lasten):
 - elastische Verformungen
 - Kriechverformungen
 - Schwindverkürzungen

→ visko-elastisches Verhalten
- Zeitabhängig sind:
 - Verformungen
 - Schnittgrößen
 - Spannungen

- statisch bestimmte Systeme
 - Umlagerung der Beanspruchungen
 - Gleichbleibende Gesamtschnittgrößen
- statisch unbestimmte Systeme
 - Umlagerung der Beanspruchungen
 - Zwangsschnittgrößen
 - Änderung der Gesamtschnittgrößen

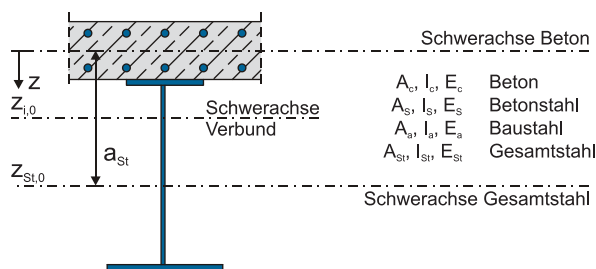
1.3 Ideelle Querschnittswerte im Zustand I

- Voraussetzungen:
 - Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte
 - Gültigkeit des Hooke'schen Gesetztes für Beton und Stahl bei kurzzeitigen Beanspruchungen
 - Anwendbarkeit der algebraischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei zeitlich konstanten und zeitlich veränderlichen Dauerbeanspruchungen

- Reduktionszahl

$$n_0 = \frac{E_a}{E_c}$$

DIN EN 1994-1-1: 2010-12, Kap. 5.4.2.2(2)



$$A_{c,0} = \frac{E_c}{E_a} \cdot A_c = \frac{A_c}{n_0}$$

$$I_{c,0} = \frac{E_c}{E_a} \cdot I_c = \frac{I_c}{n_0}$$

$$A_{i,0} = A_{c,0} + A_{St}$$

$$I_{i,0} = I_{c,0} + I_{St} + A_{c,0} \cdot z_{i,0} \cdot a_{St}$$

$$z_{i,0} = \frac{A_{St} \cdot a_{St}}{A_{i,0}}$$

Herleitung:

Herleitung:

1.4 Gesamtquerschnittsverfahren

- Kriechbeiwert:

Beiwert ψ_L	Wert	Beanspruchungsart
ψ_P	1,10	ständige Beanspruchungen
ψ_S	0,55	primäre und sekundäre Beanspruchungen infolge Schwinden
ψ_{PT}	0,55	zeitabhängige sekundäre Beanspruchungen infolge Kriechen
ψ_D	1,50	Beanspruchung aus Vorspannung durch planmäßige Deformationen (z.B. planmäßige Lagerabsenkung / -anhebung)

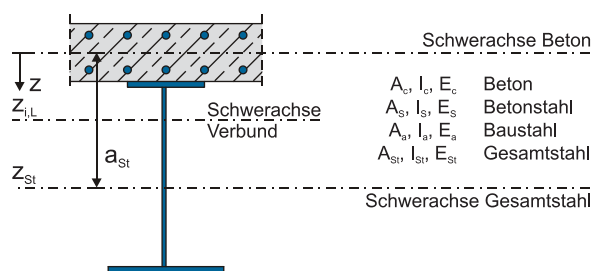
- Reduktionszahl

$$n_L = n_0 \cdot (1 + \psi_L \cdot \varphi_t)$$

ψ_L (Psi)
 ↓
 Kriechbeiwert

DIN EN 1994-1-1: 2010-12, (5.6)

- Querschnittswerte



- Transformierte Betonquerschnitte

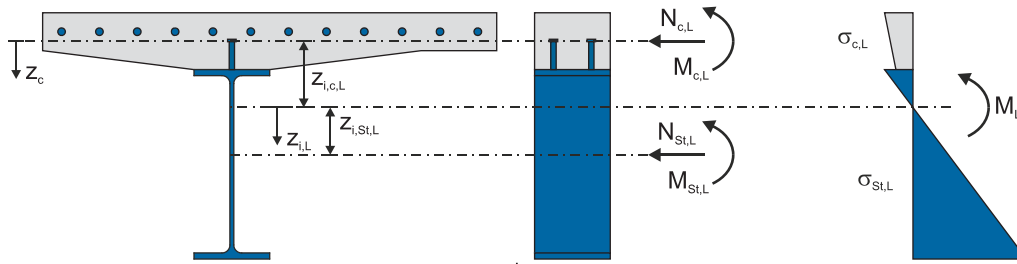
$$A_{c,L} = \frac{A_c}{n_L} \quad I_{c,L} = \frac{I_c}{n_L}$$

- Transformierte Verbundgesamtquerschnittswerte

$$A_{i,L} = A_{c,L} + A_{St} \quad I_{i,L} = I_{c,L} + I_{St} + A_{c,L} \cdot z_{i,L} \cdot a_{St}$$

$$z_{i,L} = \frac{A_{St} \cdot a_{St}}{A_{i,L}}$$

1.5 Spannungsberechnung



- Beton

- Teilschnittgrößen

$$M_{c,L} = M_L \cdot \frac{I_{c,L}}{I_{i,L}} \quad N_{c,L} = M_L \cdot \frac{A_{c,L}}{I_{i,L}} \cdot z_{i,c,L}$$

- Spannung

$$\sigma_{c,L} = \frac{M_L}{n_L \cdot I_{i,L}} \cdot (z_{i,c,L} + z_c)$$

- Stahl

- Teilschnittgrößen

$$M_{st,L} = M_L \cdot \frac{I_{st}}{I_{i,L}} \quad N_{st,L} = M_L \cdot \frac{A_{st}}{I_{i,L}} \cdot z_{i,st,L}$$

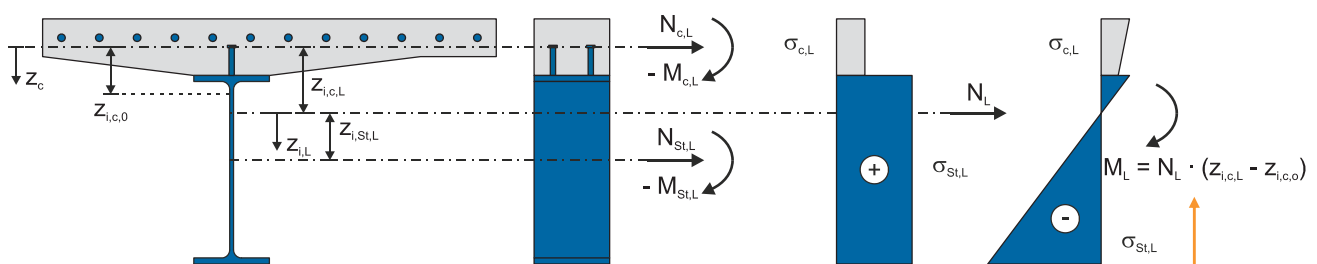
- Spannung

$$\sigma_{st,L} = \frac{M_L}{I_{i,L}} \cdot z_{i,L}$$

Herleitung:

Herleitung:

Elastizitätstheorie



• Beton

– Teilschnittgrößen **Exzentrizität**

$$N_{c,L} = N_L \cdot \left[\frac{A_{c,L}}{A_{i,L}} - \left(z_{i,c,0} - z_{i,c,L} \right) \cdot \frac{A_{c,L}}{I_{i,L}} \cdot z_{i,c,L} \right]$$

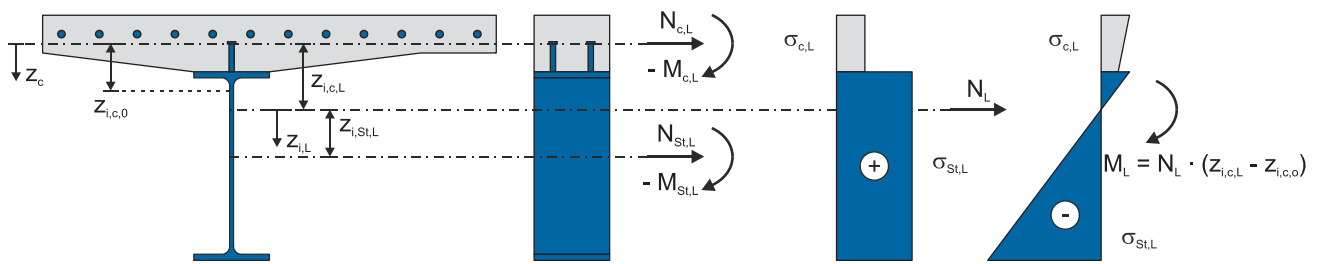
$$M_{c,L} = -N_L \cdot \left(z_{i,c,0} - z_{i,c,L} \right) \cdot \frac{I_{c,L}}{I_{i,L}}$$

– Spannung

$$\sigma_{c,L} = N_L \cdot \left[\frac{1}{n_L \cdot A_{i,L}} - \frac{z_{i,c,0} - z_{i,c,L}}{n_L \cdot I_{i,L}} \cdot \left(z_{i,c,L} + z_c \right) \right]$$

Herleitung:

Herleitung:



- Stahl

- Teilschnittgrößen

$$N_{St,L} = N_L \cdot \left[\frac{A_{St}}{A_{i,L}} - \left(z_{i,c,0} - z_{i,c,L} \right) \cdot \frac{A_{St}}{I_{i,L}} \cdot z_{i,St,L} \right]$$

$$M_{St,L} = -N_L \cdot \left(z_{i,c,0} - z_{i,c,L} \right) \cdot \frac{I_{St,L}}{I_{i,L}}$$

- Spannung

$$\sigma_{St,L} = N_L \cdot \left[\frac{1}{A_{i,L}} - \frac{z_{i,c,0} - z_{i,c,L}}{I_{i,L}} \cdot z_{i,L} \right]$$

Herleitung:

1.6 Allgemeines: Lastfall Schwinden / Lastfall Kriechen

1.6 Lastfall Schwinden

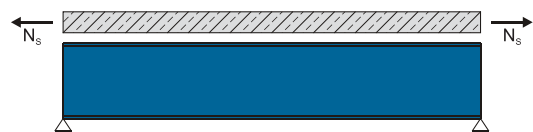
1.6 Lastfall Schwinden

1.6 Lastfall Schwinden

Das Betonschwinden führt zu Eigenspannungen innerhalb des Verbundquerschnittes. Zur Ermittlung der Schnittgrößen empfiehlt sich nachfolgendes Vorgehen.

a) Verbundfuge öffnen:

Betonquerschnitt kann sich zwängungsfrei infolge Schwinden bewegen.



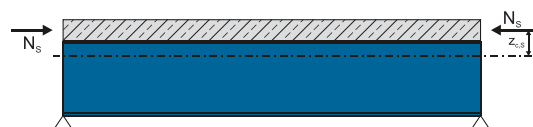
b) Schwindverkürzungen durch Normalkraft beseitigen:

fiktive Normalkraft N_S in der Schwereachse des Betons

$$N_S = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{n_0}{n_s} \cdot E_{c,m} \cdot A_c$$

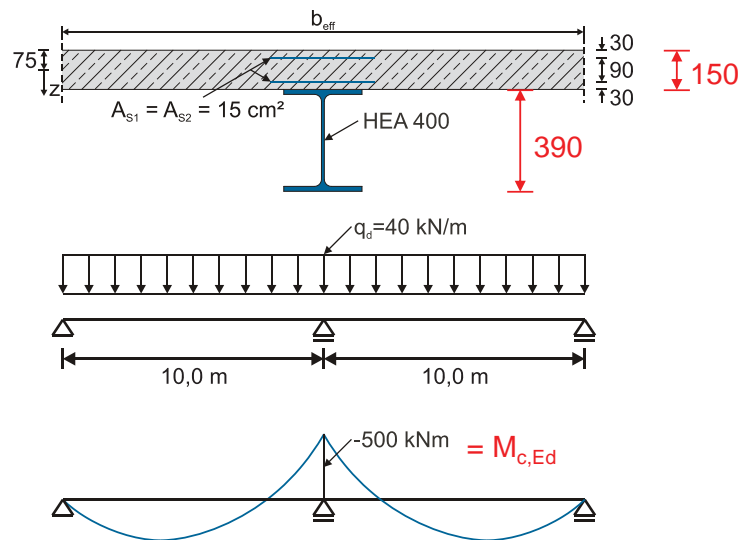
c) Verbundfuge schließen:

Die Verbundfuge wird geschlossen und die fiktive Normalkraft N_S wird auf den Verbundquerschnitt angesetzt. Dabei wirkt neben der Schwindnormalkraft N_S in der Schwereachse des Verbundquerschnittes auch ein Moment M_S .



1.6 Lastfall Kriechen

1.7 Diagramme

Beispiel 10: Gesamtquerschnittsverfahren

gesucht: Spannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ für den Querschnitt an der Stütze (ohne Berücksichtigung der Rissbildung)

Baustoffe

Beton C 35/45: $E_{cm} = 3400 \frac{kN}{cm^2}$

Baustahl S 235: $E_a = 21000 \frac{kN}{cm^2}$

Betonstahl S 500: $E_a = 21000 \frac{kN}{cm^2}$

Mitwirkende Breite des Betongurtes (1. Vorlesung, Folie 38 / 53)

$$L_e = 0,25 \cdot (L_1 + L_2) =$$

$$b_{e1} = b_{e2} = \frac{L_e}{8} =$$

$$b_{eff} = b_0 + \sum b_{ei} = b_0 + b_{e1} + b_{e2} =$$

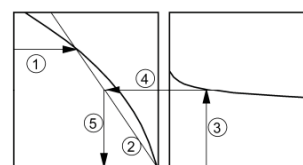
DIN EN 1994-1-1: 2010-12, Kap. 5.4.1.2

Ideelle Querschnittswerte im Zustand I

- Querschnittskenngrößen des Betonquerschnitts (C 35/45)

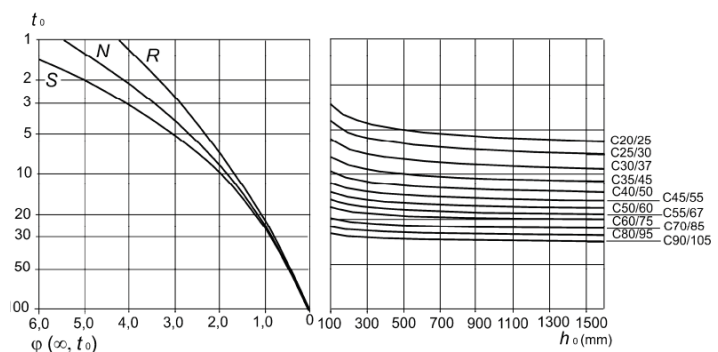
Ideelle Querschnittswerte im Zustand I

- Ermittlung der Kriechzahl



ANMERKUNG
— der Schnittpunkt der Linien 4 und 5 kann auch über dem Punkt 1 liegen
— für $t_0 > 100$ darf $t_0 = 100$ angenommen werden (Tangentenlinie ist zu verwenden)

DIN EN 1992-1-1: 2011-01, Kap. 3.1.4



b) Außenluft, relative Luftfeuchte = 80%

Bild 3.1 — Methode zur Bestimmung der Kriechzahl $\varphi(\infty, t_0)$ für Beton bei normalen Umgebungsbedingungen

Ideelle Querschnittswerte im Zustand I

- Schwinddehnung

DIN EN 1992-
1-1: 2011-01,
Kap. 3.1.4 /
Anhang B

- Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnitts

- Elastische Verbundquerschnittswerte (vgl. Folie 5)

Querschnittswerte für zeitlich konstante Beanspruchungen

- Kriechbeiwert ψ_P (vgl. Folie 8)

Beiwert ψ_L	Wert	Beanspruchungsart
ψ_P	1,10	ständige Beanspruchungen
ψ_S	0,55	primäre und sekundäre Beanspruchungen infolge Schwinden
ψ_{PT}	0,55	zeitabhängige sekundäre Beanspruchungen infolge Kriechen
ψ_D	1,50	Beanspruchung aus Vorspannung durch planmäßige Deformationen (z.B. planmäßige Lagerabsenkung / -anhebung)

DIN EN 1994-1-1: 2010-12, Kap. 5.4.2.2(2)

- Reduktionsbeiwert η_P
- Querschnittswerte des Betongurtes (vgl. Folie 9)

- Querschnittswerte des Verbundquerschnittes

Querschnittswerte für Schwinden und zeitl. veränderliche Beanspruchungen

- Kriechbeiwert ψ_S

Beiwert ψ_L	Wert	Beanspruchungsart
ψ_P	1,10	ständige Beanspruchungen
ψ_S	0,55	primäre und sekundäre Beanspruchungen infolge Schwinden
ψ_{PT}	0,55	zeitabhängige sekundäre Beanspruchungen infolge Kriechen
ψ_D	1,50	Beanspruchung aus Vorspannung durch planmäßige Deformationen (z.B. planmäßige Lagerabsenkung / -anhebung)

DIN EN 1994-1-1: 2010-12, Kap. 5.4.2.2(2)

- Reduktionsbeiwert n_S
- Querschnittswerte des Betongurtes

$$A_{c,s} = \frac{A_c}{n_S} = \frac{1875}{15,518} = 120,827 \text{ cm}^2$$

- Querschnittswerte des Verbundquerschnittes

Primäre Beanspruchungen und sekundäre Auswirkungen infolge Schwinden

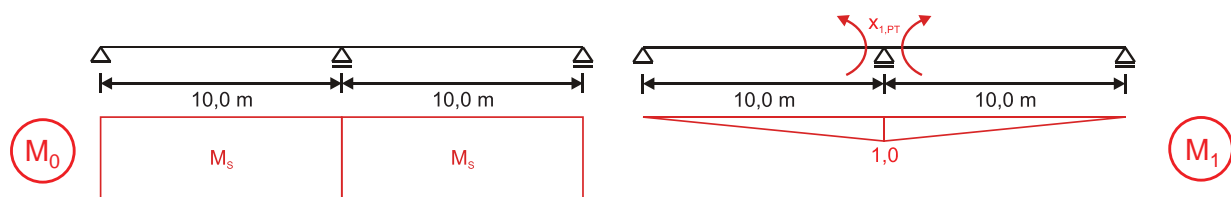
- Primäre Beanspruchungen (vgl. Folie 21)
 - Schwindnormalkraft N_S
 - Schwindmoment M_S

- sekundäre Auswirkungen, Vorgehen:

$$M_s = 167,33 \text{ kNm}$$

- sekundäre Auswirkungen

$$M_s = 111,79 \text{ kNm}$$



Spannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ für den Querschnitt an der Stütze

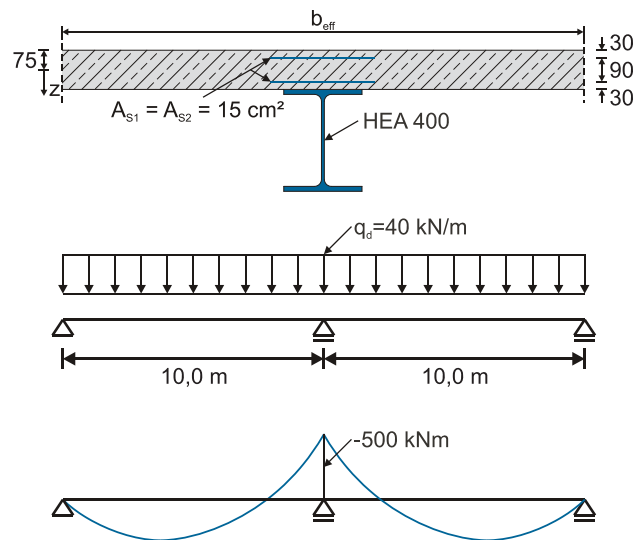
- ständige Lasten = Index P
 - Stahlspannungen (vgl. Folie 10) $N_p = 0$ $M_p = -500,0 \text{ kNm}$

- Betonspannungen (vgl. Folie 10) $N_p = 0$ $M_p = -500,0 \text{ kNm}$

- Schwinden = Index S
 - Stahlspannungen (vgl. Folie 10) $N_s = 845,63 \text{ kN}$ $M_s = -55,90 \text{ kNm}$

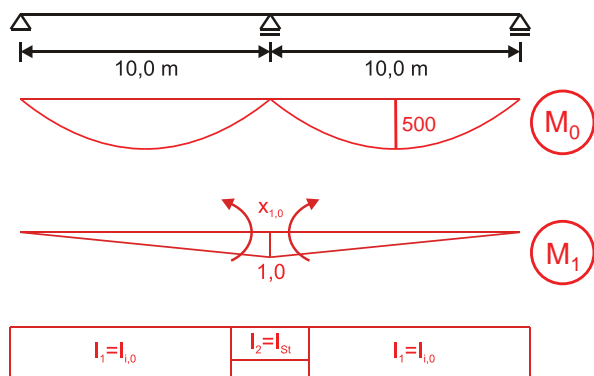
- Betonspannungen (vgl. Folie 10) $N_s = 845,63 \text{ kN}$ $M_s = -55,90 \text{ kNm}$

Beispiel 11: Rissbildung



gesucht: Spannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ für den Querschnitt an der Stütze mit Berücksichtigung der Rissbildung

Schnittgrößen zum Zeitpunkt $t = 0$



→ Steifigkeiten hier nicht konstant!

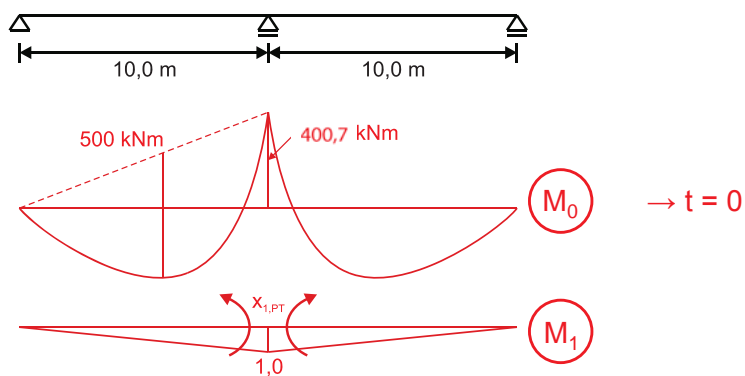
Überlagerungstafel

	0,361	$0,294 + 0,039 \frac{I_1}{I_2}$	$0,204 + 0,129 \frac{I_1}{I_2}$

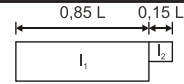
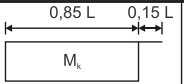
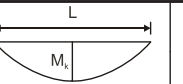

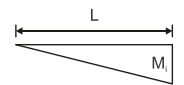
$$I_{i,0} = 12,986 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

$$I_{St} = 6,408 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

Schnittgrößen zum Zeitpunkt $t = \infty$



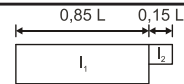
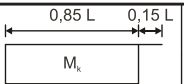
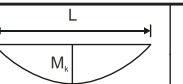
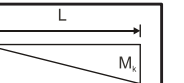
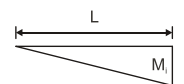
Überlagerungstafel

			
	0,361	$0,294 + 0,039 \frac{I_1}{I_2}$	$0,204 + 0,129 \frac{I_1}{I_2}$

$$I_{i,P} = 9,653 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

$$I_{St} = 6,408 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

Überlagerungstafel

			
	0,361	$0,294 + 0,039 \frac{I_1}{I_2}$	$0,204 + 0,129 \frac{I_1}{I_2}$

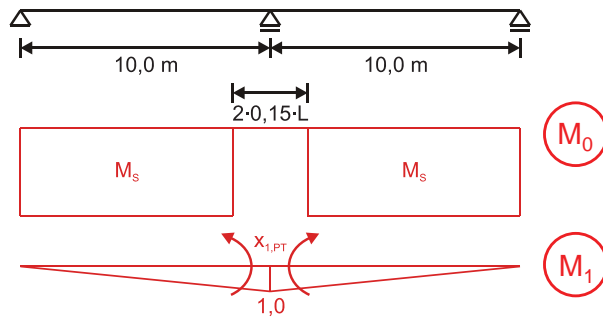
$$I_{i,PT} = I_{i,S} = 10,437 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

$$I_{St} = 6,408 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

Zwangsschnittgrößen aus Schwinden

Bei der Ermittlung der Zwangsschnittgrößen in statisch unbestimmten Systemen können in Bereichen mit gerissenem Beton die Auswirkungen aus primären Eigenspannungen infolge Schwinden vernachlässigt werden (Abbau der Eigenspannungen durch Rissbildung)
(Vorgehen analog zu Folie 37)

$$M_s = 111,79 \text{ kNm}$$



Überlagerungstafel

$$I_{i,PT} = I_{i,S} = 10,437 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

$$I_{St} = 6,408 \text{ cm}^2 \text{ m}^2$$

Spannungen am reinen Zustand II-Querschnitt

- Spannungen im Betonstahl $\sigma_{s,II}$

Spannungen am reinen Zustand II-Querschnitt

- Spannungen im Baustahl $\sigma_{a,II}$

Spannungen unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Umdruck
„Stahlbau IV“,
Kap. 5.7.1

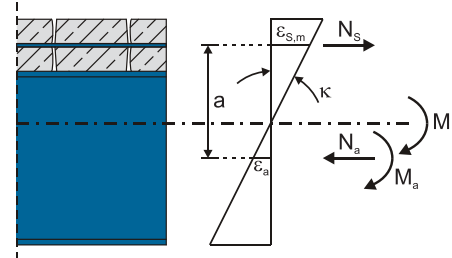
Vorgehen:

- Bewehrungsgrad
- effektive Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$
- Betonstahlspannungen abgeschlossene Rissbildung (Bereich 3)

- Normalkraft im Baustahlquerschnitt

$$N_s = \frac{M_{Stütze, \infty} \cdot A_s \cdot z_{St}}{I_{St}} + \frac{0,4 \cdot f_{ct, eff} \cdot A_s}{\rho \cdot a_{St}}$$

$$M = M_a - N_s \cdot a$$



- Biegemoment des Baustahlquerschnittes

$$M_a = M_{Stütze, \infty} + N_s \cdot a$$

- Spannungen im Baustahlquerschnitt